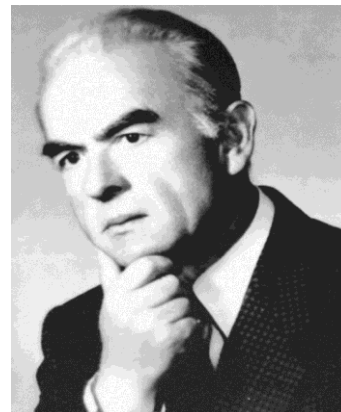


## EDITORIAL

ÎNVĂȚĂMÂNTUL ACTUAL AL FIZICII ÎN PAS  
CU CERINȚELE VIEȚII ECONOMICO-SOCIALE

*Prof. Romulus SFICHI – Redactor Șef  
Societatea Științifică CYGNUS-Centru  
UNESCO Suceava*



Cred că merită a se accentua mereu faptul că astăzi omenirea de pe mapamond, cu relativ puține excepții, acordă mult mai multă atenție verbului „*a avea*” față de acela „*de a fi*”, deși acestea se condiționează reciproc. Trăim vremuri tulburi, mult prea utilitariste și purtăm povara unui pragmatism mult prea dur și deseori vulgar, care influențează hotărâtor, deseori, progresul într-un domeniu sau altul al vieții economico-sociale. În aceste vremuri, în cel mai bun caz indiferente față de valorile intelectuale, autenticul om – slujitor al educației și învățământului, omul de cultură umanistă mai ales, se simte tot mai străin și nebăgat în seamă de societatea în care trăiește. Ca urmare, educația și instrucția școlară, care ar trebui să se afle pe lista priorităților de ordin social, în cele mai multe cazuri, se află „*printre altele*”. Nu cred, așa cum de altfel se vede, că numai în România se manifestă acest indiferentism, ci și în multe alte țări ale lumii. Se ignoră (conștient sau nu), cred, faptul că pentru a se distruge un popor, o națiune, o țară nu este necesar a fi folosit, numai decît, un armament distructiv suprasofisticat, ci este suficient să i se distrugă treptat sistemul social de educație și învățământ, care atrage după sine distrugerea sistemului de tradiție și ierarhie a valorilor umane cu rol decisiv în progres și prosperitate.

După această poate prea lungă introducere, presărată de pesimism și idei macabre, ne vom referi, în continuare, la învățământul tehnico-științific de nivel preuniversitar din România și, mai ales, cel al Fizicii. De multă vreme Fizica este considerată drept o „*navă amirală*” a tuturor științelor, o regină a acestora, dată fiind prezența ei în toate domeniile cunoștințelor umane, în lumea aplicațiilor omului din spațiul astral în care trăim și, în general, în toate domeniile vieții. Istoria Fizicii este istoria evoluției civilizației omului, iar

diversitatea domeniilor abordate o pun în legătură cu alte științe fundamentale cum ar fi Chimia, Biologia, Astronomia, inclusiv cu economia, arta, literatura și alte științe din domeniul umanistic.

Dar unde nu ne întâlnim cu fenomenele fizice? Pentru Fizică, ca și celelalte domenii în care aceasta este prezentă cu o pondere decisivă (îndeosebi în științele tehnice și tehnologice), matematica – ca știință fundamentală a certitudinii, este folosită ca drept instrument de lucru, dar și ca metodă de cercetare (în Fizica teoretică). Orice clasificare a domeniilor de manifestare a Fizicii, pornind de la clasificarea clasică: mecanică și acustică, termodinamică și căldură, electricitate și magnetism, optică, Fizică atomică și nucleară etc. și terminând cu apariția unor noi domenii (sau relativ noi) cum ar fi Biofizica, Astrofizica, Fizica energetică etc., conduc la definirea Fizicii ca drept o „**știință experimentală**”, iar orice rezultat bazat pe deducții teoretice, de care se ocupă așa-zisa „*Fizică matematică*”, nu poate fi considerat drept un adevăr științific, inalienabil, dacă nu trece „*testul*” experimentului reproductibil. De aici o concluzie, de altfel bine știută, dar, în cele mai multe cazuri, neglijată: accentul, cu cea mai mare importanță în învățământul preuniversitar al Fizicii, trebuie pus pe experiment, pe laborator, pe stația pilot, iar triumphiul „*teorie - experiment - practică*” sau „*învățământ - cercetare - producție*” este departe de a i se da un caracter politic și a-l desconsidera ca atare. Pentru aceasta, orice comunitate socială până la nivel de țară, dacă se respectă și își bazează viitorul pe o anumită strategie, trebuie să investească prioritar în învățământ, în domeniul aparaturii de laborator, care trebuie, în permanență, să urmărească nevoile economico-sociale și trendul ca atare, ce se manifestă pe scara vieții

presupuse a se dezvolta în condiții de normalitate.

Este desigur plăcut, reconfortant și interesant să vorbim în cei mai elocinți termeni în legătură cu succesele reprezentanților tineretului studios din România în cadrul concursurilor de nivel internațional în domeniul științelor exacte și, mai ales, cel al Fizicii (olimpiade internaționale, balcaniade ș.a.).

Și pentru că ne referim la Fizică, ca știință experimentală și disciplină de învățământ, nu trebuie să ometem, cred, experimentul „*mental*” de care vorbește, în scrierile sale, mai ales, celebrul Albert Einstein.

Al doilea aspect cerut de viața actuală de pe Terra privind domeniul învățământului științific, în general și cel al Fizicii, în special, este cel care are în vedere transdisciplinaritatea, interdisciplinaritatea și intradisciplinaritatea. Viitorul Fizicii ca știință și disciplină de învățământ este legat, în viziunea unor gânditori de elită ai domeniului, de modul în care aceasta se va implica în rezolvarea problemelor ce confruntă vital societatea, situându-se pe „*granița*” dintre științe și aplicații ale acestora. Se are în vedere, în acest sens, domeniul Biofizicii, respectiv al Fizicii medicale. De altfel, pătrunderea Fizicii în domeniul „*viului*” reprezintă pentru viitor o prioritate indiscutabilă, la care se adaugă, cred, Astrofizica, legată de Astronomie.

În această ordine de idei nu trebuie să trecem cu vederea peste econofizică – domeniu căruia i se prevede un viitor important în viața socială. După unele opinii, tehnica și mare parte a tehnologiilor sunt produse sau se pot defini ca drept Fizică aplicată. În acest domeniu există în lume o amplă literatură care demonstrează că, de-a lungul istoriei civilizației umane, Fizica a avut și continuă a avea un rol determinant în evoluția și dezvoltarea științelor tehnice și tehnologiilor – a aplicațiilor ca atare, care privește nu numai intimitatea materiei, dar și explorarea spațiului cosmic. Fizica este și trebuie să fie prezentă în elucidarea și explicarea fenomenelor așa-zise

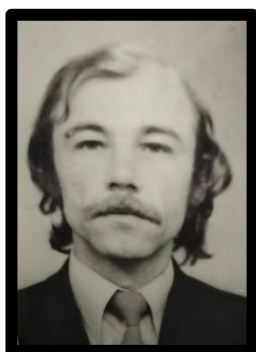
paranormale, având un rol predominant în domeniul definirii „*omului cult*”. Faptul că din cultura generală a trăitorilor acestor vremuri nu pot lipsi cunoștințele de Fizică dovedește necesitatea includerii disciplinei ca atare în orice program de instruire școlară alături, desigur, și de alte științe exacte din cercul „*științelor integrate*”. Ignorarea, respectiv neglijarea acestor cunoștințe, fie și la nivel elementar, din cultura politică, de pildă a politicianilor „*de profesie*”, îi pot duce pe aceștia în situații ridicole. Mă abțin de a da exemple de acest gen din clasa politică actuală din România, situația fiind tot atât de neplăcută ca și a unor agramați ajunși printre membrii guvernului.

Dincolo de componentele a ceea ce se înțelege prin cultură generală, cunoștințele de Fizică condiționează mentalitatea și respectiv comportamentul uman de care se ocupă știința educației, respectiv sociologia, științele juridice, de exemplu, fără a mai vorbi de filosofie ș.a.

Trăim într-o etapă de avânt fără precedent al cunoașterii umane, în care statutul fizicianului s-a impus hotărâtor mai ales începând cu veacul precedent și, mai ales, cu jumătatea a doua a acestuia. Fizica este aceea care a condus la cele mai teribile arme ce primejduiesc viața omului și a tot ce-i viu și tot cunoștințele de fizică au condus pe om mult mai departe decât spațiul terestru în care trăiește. Extinderea cunoașterii umane, căreia nu i se pot stabili limite legate de dezvoltare, presupune conștientizarea faptului că, deocamdată, avem toți o singură casă, bătrâna noastră Terra, pe care trebuie s-o protejăm prin comportamentul nostru, marcat deseori de ambiții, egocentrism, trufie, lăcomie etc., de parcă am fi nemuritori.

Din nefericire, ne naștem spre a muri, iar atunci când părăsim această viață nu luăm nimic cu noi. Rămân, până una alta, privind infinitatea timpului, doar faptele ca atare și concluzia că oricât de departe ar ajunge cunoștințele omului, „*căile Domnului rămân de nepătruns*”.

## IN MEMORIAM

*Adio, drag coleg și prieten*

Vestea morții, cu totul neașteptată, a distinsului coleg, profesorul de Fizică Constantin RUSU, a căzut ca un trăsnet asupra tuturor celor care l-au cunoscut ca excepțional profesionist și om. Victimă a unui tragic accident (iunie

2021), domnul profesor Constantin Rusu se afla în plină activitate de creație științifică ca drept „tânăr pensionar”, nemaifiind obligat să respecte un anume program impus, folosindu-și timpul în preocupări preferențiale legate în primul rând de dragostea sa de o viață – FIZICA – și apoi în deconectantele și relaxantele probleme gospodărești din mediul rural, care-l pasionau.

Locuia, în sezonul cald, împreună cu soția sa, d-na Nadia, în localitatea Pârteștii de Jos din Bucovina (jud. Suceava), unde-și crease condiții de vis privind mediul de viață (Obcinele Bucovinei cu aer curat, predominant de aroma parfumului pădurilor de rășinoase în amestec cu cele de foioase) și unde, din păcate, a plecat spre eternitate.

Profesorul Constantin RUSU era un bucovinean sadea, născut (1951) în satul DÎRMOXA de pe valea p. Neagra (afluent de dreapta al r. Bistrița), com. (astăzi oraș) Broșteni, unde, după propriile amintiri, în anii copilăriei sale, iarna izola uneori complet localitatea de restul lumii ca urmare a masivelor căderi de zăpadă.

După absolvirea școlii elementare din localitatea natală, a urmat apoi gimnaziul și un liceu cu profil tehnologic de la Piatra Neamț (în domeniul chimiei) și după aceea, pe durata a cinci ani, a studiat Fizica nucleară și reactori nucleari la Universitatea din București.

A fost un elev și un student remarcabil. După absolvirea facultății, în baza rezultatelor obținute pe parcursul studiilor universitare, a fost repartizat (așa cum era pe atunci) să lucreze în domeniul cercetării, dar a preferat învățământul preuniversitar, întorcându-se la Vatra Dornei, unde se mai aflau câțiva membri ai familiei sale de la Broștenii Sucevei.

D-l profesor Constantin Rusu provenea dintr-o familie de țărani munteni, căliți în confruntarea cu habitatul din ținuturile specifice munților din Bucovina și care și-a purtat copiii în școli și facultăți – toți cei cinci – astfel încât, dintre aceștia, doar unul a rămas în localitatea natală.

La Vatra Dornei, unde a predat Fizica la un liceu tehnologic din domeniul mineritului, n-a stat prea mult, astfel încât am avut privilegiul să-l cunosc în cadrul colectivului de profesori ai liceului „Ștefan cel Mare” din Suceava, unde mă aflam și eu ca drept cadru didactic asociat. Sunt peste patruzeci de ani de atunci. O veche zicală românească afirmă că „oamenii care se aseamănă se adună”... Nu știu dacă-i aplicabilă reflecția și în cazul nostru..., dar cunoștința noastră s-a transformat, în ciuda diferenței de vârstă, într-o prietenie pe viață și care nu se baza, nicicum, pe o comunitate de interese de ordin material, ci doar pe acel sincronism spiritual care începea cu pasiunea pentru cunoaștere, în care predomina Fizica, ca știință și disciplină de învățământ, continua cu preferințele de ordin intelectual și sfârșea cu percepțiile de ordin etic și moral.

Mi-a fost și i-am fost un prieten devotat nu prin acoperirea reciprocă a *minusurilor* fiecăruia dintre noi, ci prin apreciere sinceră și respect reciproc în legătură cu modul nostru de a gândi și acționa în viața scurtă ce-i este dată omului aici, pe Pământ.

De-a lungul anilor am colaborat inclusiv prin lucrări scrise și publicate cu precizarea că niciodată nu ne-am confruntat cu situații conflictuale, așa cum se mai întâmplă în alte cazuri cunoscute.

Era de o intuiție și o inteligență, după părerea mea, cu mult peste media celor aflați pe aceleași baricade, intransigent cu sine însuși și apoi cu alții. Nu-i plăcea să fie șef și nici nu avea chemare pentru așa ceva pentru că firea sa, nonconformistă, era incompatibilă cu compromisul, cu obediența, cu viclenia ori cu toleranța peste limitele bunului simț, în cadrul unui relativism moral (specific zilelor noastre), ce face uz de acel „*comportament diplomatic*” care asigură, mai totdeauna, succesul în relațiile sociale interumane.

Era intolerant cu josnicia, ticăloșia și relațiile ascunse de tip masonic și probabil că și acest lucru a contribuit la destule neazuri ce i-au fost date să le întâmpine în anumite perioade ale vieții. La unele dintre acestea a contribuit și el, dar cele mai multe s-au datorat celor cu care, cu voia sau fără voia lui, a ajuns în contact socio-profesional.

Nu pot trece cu vederea, privind retrospectiv, marea sa dezamăgire când, la anii tinereții sale de atunci, fără nicio motivație, a fost îndepărtat din colectivul cadrelor didactice de la liceul (colegiul) „Ștefan cel Mare” sau atunci când, mai târziu (lucra deja la liceul de informatică „Spiru Haret” din Suceava de unde s-a și pensionat de drept), un coleg mai tânăr, care-i câștigase încrederea, i-a sustras prin viclenie o lucrare originală, la care muncise un număr considerabil de ani, publicând-o sub numele său..., un autentic furt intelectual... Profesorului C. Rusu i-a mers vestea de om dur, dificil și capricios pe seama comportării sale intolerante, dar puțini au fost cei care au înțeles și văzut că, în splatele acestor aparențe, se găsea un om de o mare sensibilitate spirituală, un om de aleasă noblețe sufletească, dovedite prin faptele sale în raport cu cei ce au avut prilejul și răbdarea să-l înțeleagă. A avut puțini prieteni, printre care lector univ. V. Croitoru (USV), profesorii T. Țugui și N. Lungu de la Colegiul Național „Ștefan cel Mare” – trecuți și ei în eternitate, prof. Gh. Nesteriuc – fost director al colegiului citat și probabil încă câțiva dintre foștii săi elevi. dar de harul cu care a fost înzestrat s-au folosit mulți din cei pe care i-a pregătit în primul rând, ajunși specialiști de marcă în țară și peste hotare.

În acest context aș aminti felicitările și mulțumirile scrise ale unor prestigioase universități europene și din SUA, care i s-au adresat pentru pregătirea asigurată unor elevi români ajunși studenți ai respectivelor universități.

A fost membru al colegiilor de redacție ale revistelor naționale EVRIKA și CYGNUS din România și un participant activ la majoritatea Colocviilor anuale EVRIKA-CYGNUS, unde a prezentat lucrări de cercetare proprii de un deosebit interes.

Așa cum am mai subliniat, d-l prof. C. Rusu era intolerant în fața falsului, neadevărului, minciunii, inclusiv a „pilelor” sau „șpăgii” (scuze pentru limbajul neacademic). Mi-a povestit cu indignare, în apropierea pensionării, când un personaj din oraș – posesor al unei afaceri prospere – i-a cerut, în prezența directorului colegiului, să-i promoveze, la disciplina ce o predă – Fizica, evident, progenitura refractară față de această disciplină, contra unei atenții (se subînțelegea) consistente. Refuzând oferta, omul de afaceri a scos din buzunar un teanc de bancnote verzi (dolari) zicând „*cu ăștia o să te bat*”... În fața acestor neobrazări, incredibile la un moment dat, este firesc să te întrebi dacă mai are țara oameni integri în învățământul public, până la urmă, indiferent de nivel? Și aceasta este una din cauzele pentru care d-l prof. C. Rusu a avut puțini prieteni.

Înainte de tragicul său sfârșit, mi-a relatat telefonic că vrea să elaboreze o carte care să includă realizările sale mai deosebite în domeniul teoretic și experimental aferent meseriei de „*dascăl*” în știința și învățământul Fizicii, din întreaga viață profesională a sa, până în prezent. N-a mai putut da curs proiectului pe care și l-a propus. Păcat!

Odată cu trecerea la cele veșnice a vieții d-lui prof. C. Rusu, pentru mine și pentru cei care l-au cunoscut și apreciat, a mai căzut un FALNIC BRAD din pădurea valorilor umane pe care le-a dat acest colț de țară. A mai căzut o stea din constelația intelectualilor din „*țara de sus*”, pe care nu-l vor putea da uitării cel puțin câteva generații.

**Dumnezeu să-l odihnească în pace!**

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

## A. FIZICĂ

*În ajutorul celor care se pregătesc pentru Olimpiadele internaționale de Fizică*

### CONECTAREA UNEI BOBINE (CIRCUIT ELECTRIC ECHIVALENT RL SERIE) LA TENSIUNE ALTERNATIVĂ SINUSOIDALĂ. (O PREZENTARE METODICĂ)

*Prof. Romulus SFICHI,  
Suceava*

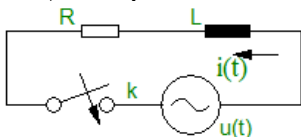
În aplicațiile practice privind utilizarea cunoștințelor referitoare la circuitele electrice de curent alternativ și care au în vedere o clasă largă a acestora ce au caracter inductiv, conectarea bobinelor (circuite electrice RL serie) la rețea (generator) prezintă un interes deosebit dată fiind posibilitatea apariției „șocului” de curent în primele fracțiuni de secundă (sau chiar secunde) după momentul conectării și care prezintă un pericol de supraîncălzire a receptorilor și, mai ales, de distrugere a acestora datorită creșterii forțelor electrodinamice solicitatoare.

În manualele școlare, conectarea bobinelor la rețea este tratată doar pentru regimul permanent (staționar sau stabilizat), fără a se avea în vedere regimul liber (de scurtă durată) de tranziție la regimul permanent de funcționare (regim forțat).

Astfel, considerând circuitul electric al unei bobine (RL serie) alimentată la tensiunea alternativă sinusoidală cu valoarea efectivă  $U$  și pulsație  $\omega$ ,  $\omega = 2\pi\nu$  ( $\nu$  – frecvența), valoarea efectivă  $I$  a intensității curentului electric ce parcurge bobine (vezi figura) este:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad (1)$$

în care  $Z$  este impedanța circuitului (a bobinei, dat fiind că cea a conectoarelor de conexiune este, de regulă, neglijabilă în afara liniilor aeriene sau în cablul din rețelele electrice), iar  $\omega = 2\pi\nu$  – pulsația, respectiv frecvența.



Evident, relația (1) corespunde regimului permanent de funcționare a circuitului, valoarea  $I$  nedepinzând de timp ( $t$ ), iar valoarea instantanee a acestui curent (a intensității sale) fiind de aceeași pulsație ca și a tensiunii de alimentare cu o defazare „în

urmă” exprimată prin unghiul  $\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}$  (în reprezentare fazorială a mărimilor  $U$  și  $I$ ).

Am reluat aceste elemente care sunt dezvoltate în toate manualele de Fizică pentru învățământul preuniversitar din România.

Dar ce se întâmplă totuși la închiderea întrerupătorului  $k$  al circuitului bobinei? Se știe tot din manualele de liceu... Apare o tensiune electromotoare de autoinducție a bobinei ( $-L \frac{di}{dt}$ ) astfel că, aplicând a doua lege (teoremă) a lui Kirchhoff circuitului dat, pentru mărimea curentului și a tensiunilor de valori instantanee, avem:

$$Ri + L \frac{di}{dt} = u \quad (2)$$

în care, aflându-ne în regim alternativ sinusoidal,

$$u = u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \psi) \quad (3)$$

în care  $\sqrt{2}U = U_{\max}$  – valoarea maximă a tensiunii aplicate, iar  $\psi$  – faza inițială presupusă a fi pozitivă (deși ea poate fi negativă sau nulă).

Substituind (3) în (2) se obține:

$$Ri + L \frac{di}{dt} = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \psi) \quad (4)$$

Ca urmare, pentru determinarea  $i=i(t)$ , trebuie rezolvată ecuația diferențială elementară de ordinul întâi exprimată prin (4), liniară ( $R, L$  cu valori constante), neomogenă (conține membrul drept). O astfel de ecuație cu necunoscuta  $i(t)$  are soluția compusă din suma a doi termeni: primul termen reprezintă soluția ecuației omogene:

$$Ri + L \frac{di}{dt} = 0 \quad (5)$$

iar al doilea termen reprezintă soluția particulară a întregii ecuații (4). Se are în vedere faptul că la  $t=0$ ,  $i(0)=0$ , ceea ce

reprezintă condițiile inițiale (sau de margine). Primul termen al soluției rezultă prin integrarea ecuației omogene (5):

$$i_1 = Ce^{-\frac{t}{\tau}}; \tau = \frac{L}{R} \quad (6)$$

unde C – constantă de integrare. Așadar  $i_1$  este independentă de  $u(t)$ , corespunzând regimului propriu al circuitului și de aceea  $i$  se spune componenta liberă ( $i_1(t)$ ), iar  $[\tau]=s$  este constanta de timp a circuitului. După cum se vede din (6):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} i_1(t) \rightarrow 0 \text{ dacă } t \rightarrow \infty$$

Practic,  $i_1(t)$ , ce caracterizează regimul de tranziție la regimul permanent (forțat) al circuitului, este de scurtă durată. Cu cât  $\tau$  are valoare mai mică, cu atât mai repede  $i_1(t) \rightarrow 0$ .

Al doilea termen al soluției ecuației complete (neomogene) (4) îl reprezintă una dintre soluțiile particulare și care poate avea forma:

$$i_p(t) = I_{\max} \sin(\omega t + \psi - \varphi) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi - \varphi) \quad (7)$$

în care amplitudinea  $I_{\max} = \sqrt{2}I$ ,  $I$  fiind valoarea efectivă a intensității curentului forțat (de regim permanent sau stabilizat al circuitului), și defazaajul  $\varphi$  față de  $u(t)$ , care se pot determina substituind (7) în (4):

$$RI_{\max} \sin(\omega t + \psi - \varphi) + \omega LI_{\max} \cos(\omega t + \psi - \varphi) \equiv U_{\max} \sin(\omega t + \psi) \quad (8)$$

sau

$$\left. \begin{aligned} I_{\max}(R \cos \varphi + \omega L \sin \varphi) &= U_{\max} \\ I_{\max}(\omega L \cos \varphi - R \sin \varphi) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Relațiile (9) s-au obținut în baza identității (8). Din a doua ecuație din (8) rezultă:

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R} \quad (10)$$

Ridicând la pătrat ecuațiile (9) și adunându-le, rezultă:

$$I_{\max}^2(R^2 + \omega^2 L^2) = U_{\max}^2 \Rightarrow I_{\max} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \quad (11)$$

considerând  $I_{\max} > 0, \varphi \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .

Așadar, substituind (10) și (11) în (7), se obține:

$$i_p(t) = \frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin\left(\omega t + \psi - \arctg \frac{\omega L}{R}\right) \quad (12)$$

Soluția generală a ecuației (4) rezultă a fi:

$$i(t) = i_1(t) + i_p(t) = Ce^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin\left(\omega t + \psi - \arctg \frac{\omega L}{R}\right) \quad (13)$$

Pentru determinarea constantei de integrare, introducem în (13) condițiile inițiale (de margine):  $t=0, i(0)=0$  și obținem:

$$C = -\frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\psi - \varphi), \quad (14)$$

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}$$

Din (13) și (14) rezultă în final

$$i(t) = \frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t + \psi - \varphi) - \frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (15)$$

în care

$$\frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = I_{\max} \Rightarrow \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = I;$$

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}; \tau = \frac{L}{R}$$

$U$  și  $I$  fiind valori efective (eficace).

Analizând (15) rezultă câteva consecințe ce prezintă interes de ordin practic:

- În momentul  $t=0$ , intensitățile celor doi curenți,  $i_1(0)$  și  $i_p(0)$ , sunt egale și de sens contrar.

- Intensitatea curentului electric permanent (de regim stabilizat) variază sinusoidal și are valoare inițială ( $t=0$ ) ce rezultă din (12):

$$i_p(0) = \frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\psi - \varphi) \quad (16)$$

- Intensitatea curentului electric liber are în momentul inițial ( $t=0$ ) valoarea maximă (în valoare absolută):

$$|i_{1\max}| = |i_1(0)| = \frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\psi - \varphi) =$$

$$= i_p(0) \quad (17)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} i_1 = 0$$

- Din însumarea  $i(t) = i_1(t) + i_p(t)$  se obține curba de variație a intensității curentului electric total  $i(t)$  care reprezintă un curent nesinusoidal, pe durata regimului tranzitoriu, dat fiind că peste curentul sinusoidal  $i_p(t)$  se suprapune curentul electric nesinusoidal  $i_1(t)$ .

În privința intensității curentului electric liber, aceasta depinde, ca variație, de momentul închiderii întrerupătorului  $k$  și anume:

- Dacă închiderea se face la un moment în care  $\psi = \varphi$ ,  $i_1 = 0$ ; în acest caz nu există regim tranzitoriu, intensitatea curentului electric total  $i = i_p$  variind de la început sinusoidal.

- Dacă închiderea are loc la un moment în care  $\psi - \varphi = \pi/2$  rad (adică  $90^\circ$ ),

$$i_1 = -\frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

iar  $i_{p\max} = |i_{1\max}|$  la  $t=0$ . Aici apare deja un element teoretic cu implicații practice majore: după trecerea unui timp de jumătate de perioadă față de momentul conectării ( $t=0$ ),  $t' = T/2 = \pi/\omega = 1/2\nu$ , intensitatea curentului electric permanent devine egală (în mărime absolută) cu valoarea sa maximă:

$$i'_p = |i_{p\max}| = \frac{U_{\max}}{Z}$$

iar dacă componenta liberă  $i_1$  nu se anulează repede ( $\tau$  are valoare mare), la același moment  $t'$ , intensitatea  $i'_1$  este puțin diferită de  $i_1(0)$ , astfel că  $i'_1 \cong i_1(0) = -\frac{U_{\max}}{Z}$ . În acest caz particular (însă posibil), intensitatea curentului electric total din circuit trece după  $T/2$  (jumătate de perioadă) printr-o valoare maximă:

$$i = i'_p + i'_1 = 2 \left| \frac{U_{\max}}{Z} \right| \quad (18)$$

așadar dublă față de amplitudinea curentului permanent. Această valoare a intensității curentului electric total poartă denumirea de *valoare de șoc* ( $i_{\text{șoc}}$ ). La  $i_{\text{șoc}}$ , ca urmare a efectelor termice și electrodinamice asupra instalațiilor electrice, care sunt maxime (în cazul scurtcircuitelor), se cere ca această valoare să fie bine cunoscută pentru a se putea

lua măsuri preventive plecând chiar din faza de proiectare a acestora.

În alte cazuri intermediare între cele prezentate, intensitatea  $i$  a curentului electric total poate trece, de asemenea, prin valori de șoc, dar oricum mai mici decât în cazul  $t' = T/2$ .

În cele ce urmează se prezintă o aplicație numerică în legătură cu subiectul abordat în cadrul acestei intervenții.

Se consideră un circuit electric având rezistența electrică  $R = 5 \Omega$  și inductanța  $L = 0,1 H$  conectat la momentul  $t = 0$  la o sursă de tensiune  $u(t) = 120\sqrt{2} \sin(\omega t + 171^\circ)$  cu frecvența  $\nu = 50 \text{ Hz}$ . Să se determine valoarea inițială a intensității curentului electric liber și a curentului de șoc.

### Rezolvare:

1) Dat fiind că

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R} = \arctg \frac{2\pi\nu L}{R} \cong \arctg 6,28 \cong 81^\circ,$$

$$\psi - \varphi = 171^\circ - 81^\circ = 90^\circ,$$

potrivit relației (15), respectiv (17)

$$i_1(0) = -\frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = -\frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + 4\pi^2 \nu^2 L^2}} \cong \cong -5,32 \text{ A}$$

2) Valoarea curentului de șoc implică timpul  $t' = T/2 = 1/2\nu = 10^{-2} \text{ s}$ , iar constanta de timp a circuitului este  $\tau = L/R = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ .

La timpul  $t' = 10^{-2} \text{ s}$ , intensitatea curentului electric liber este

$$i'_1 = -\frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + 4\pi^2 \nu^2 L^2}} \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{t'}{\tau}} = = -\frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + 4\pi^2 \nu^2 L^2}} e^{-\frac{t'}{\tau}} \cong -3,22 \text{ A}$$

La același timp  $t' = 1/2\nu = 10^{-2} \text{ s}$ , intensitatea curentului electric permanent este

$$i'_p = \frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + 4\pi^2 \nu^2 L^2}} \sin(\omega t' + \psi - \varphi) = = \frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + 4\pi^2 \nu^2 L^2}} \sin \frac{3\pi}{2} = i_1(0) = = -\frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + 4\pi^2 \nu^2 L^2}} \cong 5,32 \text{ A}$$

Ca urmare:

$$i_{\text{șoc}} = -\frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + 4\pi^2 \nu^2 L^2}} \left( 1 + e^{-\frac{t'}{\tau}} \right) \cong -8,54 \text{ A}$$

**Notă:**

Mai puțin subliniat este faptul că în manualele de uz preuniversitar, în regim permanent (cazul curentului alternativ sinusoidal) se acceptă  $i(t)=I_{max}\sin(\omega t-\varphi)$  dacă  $u(t)=U_m\sin \omega t$ .

Aceasta este până la urmă o alegere din motive de simplitate în ceea ce privește reprezentarea grafică (forma de sinusoidă) și ușurința de reținere a defazajului  $\varphi=\arctg \omega L/R$ .

În general, electricienii consideră  $\varphi>0$  atunci când curentul (intensitatea sa) este în întârziere față de tensiune, adică atunci când tensiunea este în avans față de curent.

Așadar, inductanța proprie produce un defazaj pozitiv, iar capacitatea – unul negativ.

În cadrul aplicațiilor practice este mai frecvent cazul defazajului pozitiv al circuitelor cu  $X_L>X_C$  (reactanțe).

**Bibliografie:**

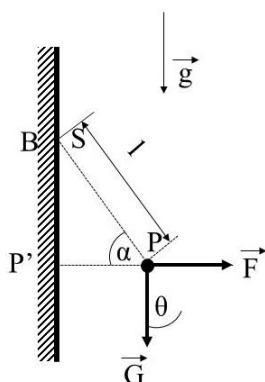
- 1.Tutovan, V. – *Electricitate și magnetism*, vol. 2, Editura Tehnică, București, 1985.
- 2.Timotin, A., Hartopan, H., Ifrim, A., Preda, M. – *Lecții de bazele electrotehnicii*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1970.
- 3.Popa, M. și Popescu, C. – *Electrotehnică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980.
- 4.Preda, M., Cristea, P. și Manea, F. – *Bazele electrotehnicii. Probleme*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983.

**O PROBLEMĂ DE MECANICĂ REZOLVATĂ**

*Prof. Romulus SFICHI,*  
Suceava

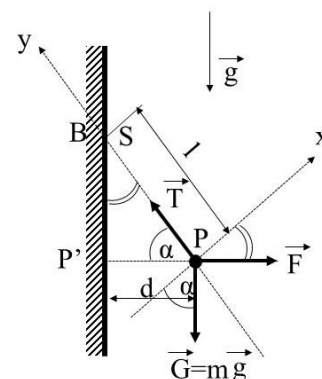
Un punct material  $P$  de masă  $m$ , legat cu un fir de lungime  $l$  de un perete vertical, este respins de perete cu o forță de mărime invers proporțională cu distanța de la punct la perete, coeficientul de proporționalitate fiind  $k$ .

Firul se consideră ideal, iar sistemul se află în câmpul gravitațional terestru, accelerația gravitațională ( $g$ ) fiind constantă. Să se determine poziția de echilibru a sistemului definit prin unghiul  $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2})$ , precum și tensiunea mecanică din fir (vezi figura următoare).



**Rezolvare:**

Reluăm figura din enunțul problemei desenând forțele ce acționează asupra sistemului și adoptând sistemul de axe  $xPy$  la care ne raportăm pentru a stabili condițiile de echilibru (vezi figura următoare).



Forțele în cauză sunt:

- greutatea  $G=mg$  – greutatea corpului;
- forța de respingere a peretelui vertical,  $F = \frac{k}{PP'} = \frac{k}{d} = \frac{k}{l \cos \alpha}$ , în care prin  $\alpha$  s-a notat  $\widehat{SPP'}$  care definește poziția de echilibru a sistemului,  $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2})$ ;

- tensiunea mecanică  $T$  în firul ideal  $PS$ .

Toate forțele sunt coplanare și deci ne aflăm în fața unei probleme de geometrie-trigonometrie plană din punct de vedere matematic.

Ecuția vectorială de echilibru este:

$$\vec{T} + \vec{G} + \vec{F} = 0 \tag{1}$$

așadar, un sistem de trei forțe concurente care-și fac echilibru. Proiectând (1) pe axele de coordonate ale sistemului  $xPy$ , convenabil ales, avem:



$$\left. \begin{aligned} F \sin \alpha - G \cos \alpha &= 0 \\ T - F \cos \alpha - G \sin \alpha &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Așadar, un sistem de două ecuații cu necunoscutele  $\alpha$  (poziția de echilibru) și  $T$  (tensiunea mecanică în fir). Sistemul este compatibil și se poate transcrie sub forma:

$$\left. \begin{aligned} \frac{k \sin \alpha}{l \cos \alpha} - mg \cos \alpha &= 0 \\ T - \frac{k}{l} - mg \sin \alpha &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Din prima ecuație a sistemului, prin transformări simple, rezultă ecuația:

$$\sin^2 \alpha + \frac{k}{mgl} \sin \alpha - 1 = 0$$

sau, adoptând notația  $k/mgl=2A=\text{const.}$ , aceasta capătă forma:

$$\sin^2 \alpha + 2A \sin \alpha - 1 = 0,$$

cu unica soluție reală și pozitivă,  $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ ,

$$\alpha = \arcsin \left[ \sqrt{1 + A^2} - A \right] \quad (4)$$

Din ecuația a doua a sistemului de ecuații (3) rezultă:

$$T = \frac{k}{l} + mg \sin \alpha \quad (5)$$

Ținând seama că  $k/l=2mgA$  și, prin înlocuirea (4) în (5), rezultă:

$$T = \left( \sqrt{1 + A^2} + A \right) mg \quad (6)$$

## PERSONALITĂȚI IEȘENE. PROFESORUL DUMITRU IOAN MANGERON

*Prof. dr. Oana ȘUȘU,*

*Colegiul Național de Artă „Octav Băncilă” și  
Liceul Teoretic „Dimitrie Cantemir” Iași*

*„Natura este neliniară, aceasta demonstrează, în fond, matematica. Modelul matematic prin care sunt reprezentate fenomenele naturii se compune din ecuații neliniare. Pe măsură ce o cunoaștem mai adânc, natura își dezvăluie fantastica ei complexitate.*

*Spre fericirea noastră, natura este neliniară, omul este o realizare neliniară, urechea și inima noastră funcționează complicat, neliniar, și celula, cred, expresie fundamentală a materiei vii este de asemenea neliniară'. Altfel ar fi extrem de plicticos. Neliniaritatea înseamnă numeroase combinații, calități, opusul monotoniei și stereotipului”.*

D. I. Mangeron

### **Scurtă incursiune în biografia profesorului Dumitru Ioan Mangeron**

Pe 15 noiembrie, în anul 1906, la Chișinău, s-a născut un ilustru reprezentant al școlii românești de matematică: Dumitru Ioan Mangeron. Familia Mangeron era atunci formată din tatăl – Matei Ioan Mangeron, mama – Xenia Mangeron, casnică, și trei copii: două fete și micul Dumitru Ioan Mangeron. După încă doi ani apare și al patrulea copil, tot o fată. Matei Ioan Mangeron era mecanic de locomotivă format la Școala de Arte și Meserii a Politehnicii din Sankt Petersburg și pentru că

avea un bagaj generos de cultură generală, vorbitor a cinci limbi, a fost remarcat de superiori, fiind avansat pentru scurt timp pe funcția de șef al depoului de locomotive din Chișinău. Din cauza grevelor muncitorești dintre anii 1905 – 1908, tatăl, Matei Mangeron, este mutat la depoul din Ungheni, primind o locuință insalubră, improprie supraviețuirii celor șase membri ai familiei, fetița mai mare suferind de o boală gravă. Mijloacele materiale se diminuează drastic punând familia în dificultate.

Așadar, primii ani de viață ai lui Dumitru I. Mangeron se petrec în micul orășel din Moldova de pe malul stâng al Prutului. Tot aici, înainte de a împlini șase ani, începe școala primară, remarcându-se deja prin lejeritatea în învățare, prin interesul față de matematică și lectură. Ultimii doi ani ai școlii primare sunt absolviți la Chișinău, unde face naveta și unde începe deja să contribuie la bugetul sărac al familiei dând meditații la matematică unor colegi, unii dintre ei devenind cunoscuți ingineri.

Anul 1916 marchează adânc viitorul copilului D. I. Mangeron, tatăl murind imediat după pensionare, în urma unui atac de cord,

familia pierzând dreptul la pensia de urmaș din cauza declanșării revoluției din 1917, ce întrerupe total relațiile dintre Chișinău și Kiev, centrul zonal al căilor ferate, iar arhivele fiind blocate. Și pentru că Universul echilibrează binele și răul, același an 1916 aduce și răsplata seriozității elevului D. I. Mangeron trecând cu brio examenul de admitere la liceul „Alec Russo” din Chișinău. Se întreține singur dând în continuare meditații, inclusiv elevului Meer Fiștreiben care ajunge mai târziu Consilier al Ministrului Justiției din România, sau tinerilor N. Danielescu, D. Carp, Gh. Grădinaru, etc., nume ce au intrat în viața socială și culturală a țării. Pentru a putea absolvi liceul, este sprijinit de conducerea și de profesorii liceului, beneficiind atât de bursă și de diverse ajutoare pentru rechizite și îmbrăcăminte, cât și în crearea condițiilor de studiu, punându-i-se la dispoziție spațiu în biblioteca și în laboratorul de fizică, unde colaborează cu profesorul la realizarea experimentelor.

În 1923, tânărul Mangeron, mândria Liceului „Alec Russo” din Chișinău, își demonstrează din nou calitățile, susținând cu înaltă ținută examenul de absolvire. Totuși lipsurile îi întârzie intrarea la facultate, alegând să lucreze mai întâi ca laborant la liceul pe care îl absolvise. În 1925 moare sora mai mică după un atac TBC galopant, o altă soră reușește să preia o mare parte din obligațiile materiale ale familiei, astfel că abia în 1926, promovează examenul de admitere la Facultatea de Științe – secția Matematică a Universității „Alexandru Ioan Cuza” din Iași. Marele profesor Alexandru Myller remarcă omul și studentul de excepție Dumitru Mangeron, oferindu-i fără echivoc sprijin pentru dezvoltarea științifică și profesională, coleg fiind cu o pleiadă de stele ale matematicii ieșene: Gheorghe Gheorghiev, Mendel Haimovici, Florica Sava – Câmpan, Ilie Popa, Ion Creangă, Alexandru Climescu. Încă din ultimul an de studiu i se oferă postul de asistent suplinitor la catedra profesorului Al. Myller, iar după absolvirea în mod strălucit a facultății, devine titular la doar 23 de ani. Tot ilustrul profesor Myller îi obține o bursă la Universitatea din Neapole, unde, sub „bagheta” marelui Mauro Picone, devine doctor în matematică. Teza sa stârnește un val de admirație, recunoscându-i-se la nivel internațional valoarea științifică, asigurându-i „dreptul la nemurire”. În țară, aceeași teză și faimă îi aduc, ce altceva, decât invidie și

răutate din partea unor mari oameni de știință dar mici oameni, prin comportament, deși el reconfirmă valoarea continuând studiile cu noi lucrări importante. Entuziastul și fermecătorul, deja conferențiar, Dumitru Mangeron, devine extrem de popular în rândul studenților, încântați de prelegerile sale, fapt care îi atrage și mai multă dezaprobară, astfel că odată cu înființarea Școlii Politehnice „Gh. Asachi” la Iași, în 1937, este transferat devenind conferențiar la disciplina de Matematici generale a acestei noi școli, fără explicație, împreună cu alte persoane indezirabile în Universitatea „Alexandru Ioan Cuza”. Totuși i se permite să mai predea la Facultatea de Matematici a Universității doar cursul facultativ de „Introducere în Astronautică” pe care-l tratează cu multă seriozitate, transformându-l într-un promotor al cercetărilor în astronautică la Iași. În ciuda subordonării politice care a îngreunat toată viața universitară și culturală românească, Dumitru Ioan Mangeron a fost primit cu respectul cuvenit la Școala Politehnică din Iași, dedicându-și la propriu întreaga viață acestei respectabile instituții de învățământ. Suferă cumplit când politehnica ieșeană a trebuit să fie mutată la Turnu Severin în timpul războiului și când, în 1945, la reîntoarcerea la Iași, predă cu lacrimi în ochi întreaga bază materială a școlii sovieticilor, multe dintre cărți fiind achiziționate din veniturile personale.

Tot acum, la revenirea din refugiu, o cunoaște pe soția sa Maria, care rămâne pentru totdeauna marea sa dragoste, în ciuda modului neconvențional prin care ea devine Maria Mangeron. Au urmat zeci de ani de realizări științifice importante, dar și de mentorat, câștigând respectul a zeci de generații de studenți, mulți dintre ei viitori valoroși ingineri.

În viața profesorului D.I. Mangeron a existat și un episod controversat care i-a adus dizgrația lumii universitare din cauza greșelii de a fi fost credul, convins de onestitatea oamenilor ce-l înconjurau. În perioada de stigmatizare și înlăturare a populației evreiești, la îndemnul celor mai importanți oameni de știință ai vremii, academicienii Alexandru Myller și Iorgu Iordan, în virtutea recunoștinței pe care D. Mangeron le-o purta, se pare că a acceptat pentru scurt timp înrolarea în Garda de Fier a lui Zelea Codreanu, cu sarcina de a-i

convinge pe capii legionari să nu îl înlăture pe ilustrul doctorand evreu din acea vreme și apoi profesor la facultatea de matematică, Mendel Haimovici. După instaurarea regimului comunist, din cauza aceasta a fost exclus din partidul comunist, fără ca vreo persoană să-i fi susținut relativa nevinovăție. Nici măcar M. Haimovici nu a reacționat vreodată nici măcar pentru a dezminți ceea ce Mangeron susținea despre acest negru moment. Nu vom ști cât adevăr sau minciună au fost în acest nefiresc episod al vieții profesorului Mangeron, dar toată viața sa a plătit prin nerecunoașterea de către cel mai înalt for științific a grandioasei sale opere și personalități. Abia în 1991, pe patul de moarte a primit titlul de membru corespondent al Academiei Române.

### **Cronologia ascensiunii universitare a profesorului Dumitru Ioan Mangeron:**

–1 septembrie 1929, D. I. Mangeron este numit asistent suplinitor la *Seminarul Matematic* din Iași; la 1 februarie 1935 a fost numit asistent cu titlu provizoriu;

– 1 noiembrie 1936, conferențiar suplinitor la catedra de *Analiză matematică*;

– 1 aprilie 1937, șef de lucrări la *Seminarul Matematic*;

–14 iunie 1938, conferențiar titular definitiv la catedra de *Elemente de analiză matematică*;

–1938 – 1940, suplinește cursul de *Introducere în Astronautică* la Universitatea ieșeană;

–1939 – 1940, conferențiar suplinitor la catedra de *Matematici generale* la Școala Politehnică “Gh. Asachi” Iași;

–17 mai 1940, conferențiar titular al catedrei de *Matematici generale* la Școala Politehnică Iași;

–31 decembrie 1941, profesor titular definitiv la catedra de *Mecanică*;

–1942 – 1944, profesor la Centrul Universitar din Cernăuți, ca urmare a mutării Școlii Politehnice din Iași;

–1944 – 1945, perioada de refugiu a Școlii Politehnice Iași la Turnu Severin;

– 1945 – 1948, lucrează și în București, în cadrul redacției “*Gazeta matematică*”;

–1946, membru fondator al *Buletinului Școlii Politehnice “Gh. Asachi” din Iași*;

–1949 – 1951, șef de catedră la catedra de *Matematici și Mecanică* a Facultății de Mecanică;

– 1951 – 1954, profesor de mecanică tehnică și mecanică și introducere în mecanica fluidelor la facultățile de electrotehnică și matematică, Institutul Politehnic Iași;

– 1955 – 1957, profesor și șef al catedrei de mecanică și mecanisme;

– 1957 – 1976, profesor și șef al catedrei de Matematici II;

– **1956, titlul de Doctor Docent;**

–1966, conducător doctorate în specialitatea “Mecanică tehnică și vibrații”;

–1967–1977, Visiting Profesor al Universității Alberta, Edmonton, Canada;

–1980–1982, Visiting Profesor al Universității Campinas, San Paolo, Brazilia;

– conducător de doctorate în Canada și India;

– a ținut conferințe și cursuri la universități din Aachen, Bonn, Grenoble, Hamburg, Montreal, Nancy, Odessa, Paris, Viena etc.;

– membru activ sau de onoare în peste 25 de Societăți, Academii de matematică, mecanică, aeronautică și astronautică din Anglia, Austria, Canada, Franța, Italia, Elveția, India, Japonia, SUA, Germania, URSS.

–Poliglot, vorbea fluent 10 limbi străine și scria în șase limbi.

### **Creația și activitatea științifică a profesorului Dumitru Ioan Mangeron**

Opera sa este marcată de originalitate, de diversitatea temelor de cercetare, de aplicabilitate la fenomenele sau mecanismele fizice, impulsionând dezvoltarea ulterioară a anumitor ramuri științifice. Rezultatele cercetărilor sale au fost publicate în peste 600 de lucrări din domeniile analizei matematice, ale matematicii generale, ale teoriei mecanismelor și mașinilor, ale istoriei matematicii, mecanicii analitice etc.

Trăsăturile operei sale se pot concentra în următoarele idei sintetizate de unul dintre marii săi discipoli, profesorul Nicolaie Irimiciuc:

–Deosebită capacitate de selectare a ideilor prețioase ale timpului, capabile să stea la baza unei noi ramuri ale științei.

–Asocierea ideilor cu cele mai moderne și potrivite tehnici și metode de investigație, unele create de domnia sa.

–Capacitate fantastică de generalizare a concluziilor la clase largi de fenomene cu legi de evoluție asemănătoare, constituind baza unor teorii unitare.

În decursul activităților sale științifice s-a ocupat de „Sistemele diferențiale cu structură complexă”, numite „Ecuatii polivibrante” sau „Ecuatii Mangeron”, de „Teoria unitară a fenomenelor potențialului”, de „Propagarea căldurii și undelor”, de „Mecanica vibrațiilor” de „Teoria generală a sincronizării”, de „Problemele spectrale pe varietăți Riemann-iene pentru diferiți operatori”, de „Teoria și practica accelerațiilor reduse de ordin și specie oarecare”, de „Metodele tangențiale și matriciale – tensoriale în teoria mecanismelor și mașinilor”, de „Stabilitatea mașinilor – unelte așchietoare”, „Teoria fenomenelor tranzitorii”, „Controlul optimal în sisteme cu parametri distribuiți”, „Biomatematica rețelelor neurale”, „Extinderi ale ecuațiilor Hodgkin-Huxley”, „Teoria polinoamelor ortogonale” etc.

Fiind o adevărată enciclopedie științifică, poliglot vorbitor a 10 limbi, un om modest, plin de entuziasm și spirit de inițiativă, a legat numeroase prietenii cu oameni de știință de pretutindeni, a fost invitat să țină cursuri la universități de prestigiu din Canada, Germania, Italia, Brazilia, URSS, Japonia etc., a fost invitat la numeroase conferințe internaționale. Mai exact:

A fost ales în calitate de Membru în comitetele internaționale de redacție ale unor importante reviste de specialitate ca de exemplu: „Mechanism and Machine Theory”, în diferite comisii ale universităților de peste hotare, în vederea conferirii titlurilor științifice de „Doctor of Philosophy (Sciences)” sau de „Doctor of Science”, precum și ca Referent Științific la toate revistele internaționale de „Bibliografie critică de Matematici și Mecanică”. A participat în cadrul unor „Misiuni Științifice” peste hotare în calitate de „Șef al unor Delegații”, ca de exemplu la cel de „Al doilea Congres Unional de Teoria Mecanismelor” de la Moscova din anul 1958, sau ca „Profesor Invitat” pentru cursuri, seminarii și examene în Canada (1968, 1970, 1972, 1974 și 1976) și Brazilia (1978 și 1980). De-a lungul timpului, a fost solicitat să țină conferințe de specialitate în URSS (1961), Franța și RFG (1964), Austria (1967 și 1968), Spania (1973) și Italia (1975) și a participat activ la diferite congrese mondiale de specialitate ca de exemplu în Austria Brazilia și SUA (1968), Canada (1968 și 1976) și Olanda și Italia (1976).

A avut colaborări științifice prestigioase cu matematicieni renumiți. Astfel, colaborarea cu matematicianul gruzin L. E. Krivoșein timp de 20 de ani s-a reflectat în publicarea a peste 50 de articole.

Alți matematicieni colaboratori ai profesorului D. I. Mangeron sunt F. E. Sestopal, A. I. Jasulionis, D. Tahvelidze și S. N. Kojevnikov din fosta URSS, Emilio Roxin (Argentina), M. N. Oguztoreli (Canada), U. D'Ambrosio (Brazilia), R. Chaleat (Franța), E. Shimemura (Japonia).

Dintre cercetătorii români cu care a colaborat îi amintesc pe profesorii V. Poterașu, Gh. Ciobanu, Alfred Braier, Corneliu Drăgan, N. Irimiciuc (Iași), Gh. Silaș și L. Brânduș (Timișoara).

Este fondatorul primei școli românești în domeniul teoriei mecanismelor și a mașinilor. A elaborat teoria sistemelor cu structura complexă și în anul 1956, la cel de al 4 – lea Congres al matematicienilor români, demonstra că a reușit să elaboreze o teorie matematică unitară a fenomenelor fundamentale ale naturii, legând toate cele trei teorii ale fenomenelor fizice fundamentale (teoria potențialului, teoria propagării căldurii, teoria propagării undelor).

O preocupare constantă a prof. Mangeron a fost în domeniul astronauticii ce își are debutul între anii 1938-1940 cu prilejul prelegerilor ținute la Facultatea de Matematici. Cercetările sale se finalizează sub forma unor studii ce se referă la efectele șocurilor asupra organismului uman în timpul zborurilor cosmice (publicată în 1954), influența accelerațiilor de ordin superior asupra comportării materialelor ce intră în structura navelor cosmice (1955), precum și cele referitoare la unele aspecte legate de transmiterea energiei în spațiu și de radioastronomie spațială elaborată în colaborare cu matematicianul Philippe Noël (1966).

La 29 aprilie 1982, la Casa „V. Pogor” din Iași susține în cadrul ciclului „Prelecțiunile Junimii” conferință cu titlul „Din tainele cosmosului”, o incursiune remarcabilă în dezvăluirea tainelor universului prin intermediul legendelor, a marilor descoperiri și a savanților ce au adus contribuții la deslușirea și cucerirea spațiului cosmic. Spre finalul intervenției sale, prof. Mangeron îl menționează pe Walter Schiller, arheolog american, care în urma cercetărilor sale spune

că „Civilizația s-a născut acolo unde astăzi locuiește poporul român”. Cartea cu această informație a fost trimisă de profesor autorităților din țară.

#### **D. I. Mangeron – Profesor, mentor, creator de școală**

D. I. Mangeron a fost unul dintre puținii profesori ai Institutului Politehnic Iași care a pregătit generații de studenți raportându-se la viitor și nu la prezent, cu o capacitate de deosebită de receptivitate față de nou, față de înțelegerea evoluției și dezvoltării tehnicilor moderne de calcul, de măsurare a mărimilor fizice, de evoluție a omului. A avut de asemenea capacitatea de a adapta disciplinele predate la specificul profilului de pregătire inginerească a studenților.

Un orator desăvârșit, șlefuit cu răbdare de dascălii pe care i-a cunoscut, cu o imensă cultură generală și cu o bunătate parcă de dincolo de universul uman, a fost mentor a zeci de generații de studenți asupra cărora a avut o influență hotărâtoare în formarea personalităților acestora. Mulți dintre studenții săi au folosit ca supremă formă de certificare a înaltei lor pregătiri, sintagma: „Am fost studentul profesorului D.I. Mangeron”.

Pentru studenți și specialiști a publicat patru lucrări:

- *Fundamentele mecanicii*, în colaborare cu profesorii Z. Gabos și I. Stan de la Universitatea Cluj, Editura Academiei, 1961;
- *Curs de mecanică cu aplicații în inginerie*, în colaborare cu prof.univ, N. Irimiciuc, Editura Rotaprint, Institutul Politehnic Iași, patru volume Iași, 1973-1974;
- *Mecanica rigidelor cu aplicații în inginerie*, în colaborare cu N. Irimiciuc, Editura Tehnică, București, trei volume, 1978-1981;
- *Teoria optimizării structurilor*, în colaborare cu V. Fl. Poterașu și A. Vulpe, Editura Junimea, Iași, 1980.

În încheiere voi prezenta un citat din articolul comemorativ al domnului profesor dr. Adrian Corduneanu:

„Profesorul D. I. Mangeron a rămas activ și optimist până la inevitabilul sfârșit [...]. Prea târziu, a sosit și știrea alegerii sale ca

membru corespondent al Academiei Române. Se afla în spital, unde a decedat la 26 februarie 1991.

*Ne-am despărțit de stimatul nostru Profesor în ziua de 1 martie 1991, după slujba la care au asistat mulți dintre colaboratorii și elevii săi, colegi, foști doctoranzi, ingineri și profesori, ținută la biserica Sfântul Nicolae din dealul Copoului. Pe drumul către cimitirul Podgoria, o ninsoare liniștită a adus împăcarea în sufletele noastre și ne-am gândit că, cel care a iubit atât de mult școala, oamenii și natura a plecat dintre noi la fel de frumos cum a trăit, lăsând o amintire și o operă pe măsură, demnă de spiritele cu adevărat alese.*

*Astăzi, la mormântul profesorului D. I. Mangeron se află un monument, ridicat de foștii săi admiratori, iar Bulevardul pe care se află facultățile și celelalte clădiri ale Universității Tehnice poartă numele „Bulevardul D. Mangeron”.*

#### **Bibliografie:**

1. Maria Constantinescu (coordonator) & all. *Dumitru I. Mangeron (Din ciclul: Mari personalități ale învățământului științific și tehnic ieșean)*, Ed. Universității Tehnice „Gh. Asachi”, Iași 1996.
2. Nicolae Irimiciuc, D. I. *MANGERON - Un PROFESOR între profesori*, Ed. Glasul Bucovinei, Iași 1995.
3. George Șt. Andone, *Istoria științelor în România. Matematica. Mecanica. Astronomia*, Ed. Academiei Republicii Populare Române, 1981.
4. <https://mec.tuiasi.ro/diverse/marturii.pdf>
5. <http://150.uaic.ro/personalitati/matematica/dimitrie-ioan-mageron/>
6. [http://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/get\\_file?pdfs/FMat/0001/1997FMat....1.....G.pdf](http://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/get_file?pdfs/FMat/0001/1997FMat....1.....G.pdf)
7. [https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag\\_file/Tehnocop\\_2%2817%29%2C2017-46-54.pdf](https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/Tehnocop_2%2817%29%2C2017-46-54.pdf)
8. [https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag\\_file/169-179\\_1.pdf](https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/169-179_1.pdf)

## REZOLVAREA UNOR PROBLEME DE FIZICĂ PRIN METODE NUMERICE

Sergiu CÂRLIG<sup>1,2</sup>, Cornelia CÂRLIG<sup>1</sup>, Profir Bardețchi<sup>2</sup>,

<sup>1</sup>Liceul de Creativitate și Inventică Prometeu-Prim

<sup>2</sup>Institutul de Fizică Aplicată, Republica Moldova, Chișinău

Metodele numerice de soluționare a problemelor matematice, la care pot fi reduse problemele de fizică, reprezintă un instrument puternic, simplu și eficient. Uneori acestea sunt indispensabile dacă nu există alte modalități de soluționare, deoarece permit obținerea soluțiilor suficient de precise, și cu timpi de calcul mici. Pentru justificarea utilizării anumitor metode numerice – de exemplu – metoda iterațiilor simple, propunem o problemă de fizică a cărei soluție analitică este cunoscută, apoi prin iterații succesive obținem o soluție aproximativă suficient de aproape de soluția exactă. Ținând cont de precizia datelor inițiale, timpul și abilitățile necesare pentru soluționare analitică, metodele numerice oferă avantaje și soluții care pot concura cu cele analitice.

**Cuvinte cheie:** *cădere liberă, metode numerice, adâncime.*

### Introducere

Rezolvarea unei probleme presupune parcurgerea unor etape la finalul căreia obținem fie o soluție, fie un rezultat / o concluzie despre această problemă. Un algoritm simplificat de rezolvare ar putea fi:

1. Observarea / provocarea unui fenomen, proces etc;
2. Formularea unui model textual (textul problemei);
3. Construirea unui model fizic al situației. Utilizarea aproximărilor și idealizărilor necesare;
4. Formarea modelului matematic;
5. Alegerea metodei de rezolvare;
6. Confruntarea rezultatului cu realitatea și, dacă este necesar, modificarea modelului.
7. Eventual, compararea rezultatelor obținute prin diferite metode.

Deseori o problemă de fizică este dusă cu ușurință până la modelul matematic, dar fie din motive de competență a rezolvitorului, fie determinat de nivelul de dezvoltare a matematicii sau de timpi mari de procesarea a informației analitice, soluția nu poate fi obținută. Un exemplu clasic în acest sens, este legea a doua a lui Newton scrisă pentru cazul

unidimensional cu condițiile inițiale corespunzătoare pentru o particulă de masă  $m$  acționată de o forță arbitrară  $F(x, t)$ :

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x}{dt^2} = F(x, t) \\ \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = v_0 \\ x|_{t=0} = x_0 \end{cases} \quad (1)$$

Nu există soluții generale ale problemei (1), pentru oricare expresii ale forței  $F$ , mai mult chiar, unele cazuri sunt subiectul unor cursuri dedicate de ecuații diferențiale.

Metodele numerice aplicate în problemele de fizică sunt variate, depinde de modelul matematic la care s-a redus problema – ecuație transcendentă, sistem de ecuații liniare/nelineare, o ecuație diferențială, sau un sistem de ecuații diferențiale etc.[1,2]

Lucrarea este structurată astfel: în prima parte este analizată o problemă de fizică, redusă la un sistem de ecuații neliniare, apoi sunt obținute atât soluțiile analitice, cât și dezvoltată o metodă iterativă de obținere a rezultatului. În Concluzii sunt conturate concluziile necesare și sunt făcute recomandări.

### Modelul problemei

Presupunem o situație: suntem lângă un puț al unei mine și am vrea să știm adâncimea acestuia. Formularea problemei ar fi o următoare etapă, care depinde atât de experiența elevului, cât și de materialele puse la dispoziție sau unele date cunoscute – accelerația căderii libere, viteza sunetului în aer etc. Adaptată din [2], problema poate fi formulată astfel:

**Problemă:** *O piatră a fost lăsată liber de la marginea unui puț, iar sunetul produs de atingerea fundului se aude după  $t = 6,00$  s. Determinați adâncimea ha puțului, dacă viteza sunetului în aer este  $v = 340$  m/s. Accelerația căderii libere se va lua  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>.*

Soluția problemei poate fi obținută dacă se ține cont de următoarele aspecte fizice idealizate:

Piatra cade liber până la fundul puțului în timpul  $t_1$ , apoi sunetul se propaga uniform de la fundul la gura puțului în timpul  $t_2$ .

Scriind relațiile care descriu căderea liberă a pietrei, propagarea sunetului și relația evidentă pentru intervalele de timp, obținem sistemul:

$$\begin{cases} t = t_1 + t_2 \\ h = \frac{gt_1^2}{2} \\ h = vt_2 \end{cases} \quad (2)$$

Evident, în prezența aerului căderea liberă a pietrei este o idealizare, cu atât mai bună cu cât piatra are asperități mai puține sau o formă mai aerodinamică. Propagarea uniformă a sunetului este de asemenea o presupunere care nu ia în calcul modificările presiunii, compoziției sau temperaturii coloanei de aer din puț, care ar influența valoarea vitezei sunetului. Este important să se menționeze că la etapa de formare a modelului problemei se vor lua în calcul contribuțiile cele mai importante la parametrii de interes și se vor neglija influențele minore. Uneori se pot argumenta neglijarile. În exemplu de mai sus, se neglijează neomogenitatea câmpului gravitațional, deoarece pornind de la formula accelerației câmpului gravitațional

$$g = K \frac{M}{(R+h)^2} = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}, \quad (3)$$

pentru o adâncime până la 1000 m, variația accelerației este sub câteva zecimi de %, neglijabilă în condițiile date.

Sistemul (2) se poate soluționa excluzând variabila  $t_1$  și soluționând ecuația pătratică pentru  $t_2$ :

$$\frac{gt_2^2}{2} - (gt + v)t_2 + \frac{gt^2}{2} = 0 \quad (4)$$

Păstrând în coeficienții ecuației (4) patru cifre semnificative (cu o cifră în plus față de datele inițiale) aceasta devine:

$$4,905 t_2^2 - 398,9 t_2 + 176,6 = 0 \quad (5)$$

Soluția este  $t_2 = 0,4452s$ , iar adâncimea  $h = vt_2 = 151,4m \approx 151m$  (Vezi și Anexa în care sistemul (2) este soluționat analitic în Mathematica).

În ecuația 5 s-ar părea că coeficientul de pe lângă  $t^2$  este mic față de alți coeficienți și se poate neglija acest termen, rezolvând o ecuație liniară. Doar că coeficienții ecuației (5) au unități de măsură diferite și nu pot fi comparați. Este nevoie de o transformarea care ar aduce

coeficienții la aceeași unitate de măsură. De exemplu, transformarea  $\bar{t}_2 = \frac{t_2}{\tau}$ , unde  $\tau$  ar fi un timp caracteristic din problemă, aduce toți coeficienții la aceeași unitate de măsură și ecuația devine:

$$\frac{g\bar{t}_2^2}{2} - \frac{(gt+v)}{\tau}\bar{t}_2 + \frac{gt^2}{2\tau^2} = 0 \quad (6)$$

Sau numeric, pentru  $\tau = 1s$  ecuația (6) are aceiași coeficienți numerici ca și ecuația (5), dar cu unitățile de măsură a acestora  $m/s^2$ .

$$4,905 \bar{t}_2^2 - 398,9 \bar{t}_2 + 176,6 = 0 \quad (7)$$

Neglijând în (7) primul termen se obține  $\bar{t}_2 = 0,0443$ ,  $t_2 = 0,0443s$  și  $h = 150,6m \approx 151m$ , rezultat apropiat în limita preciziei datelor problemei cu cel obținut cu ecuația (5).

Evident că raționamentul de mai sus nu va depinde dacă variabila  $\tau$  ar avea altă valoare. Este de remarcat că soluția ecuațiilor (5) sau (6) și prin urmare adâncimea puțului nu sunt exacte în sensul stric al cuvântului, deoarece datele inițiale nu sunt exacte.

Propunem o metodă aproximativă de soluționare a acestei probleme – metodă care din punct de vedere matematic s-ar identifica cu metoda iterațiilor simple pentru soluționarea sistemelor de ecuații neliniare.

Analizând calitativ procesul de cădere a pietrei față de propagarea sunetului se poate face concluzia că viteza sunetului este mult mai mare decât viteza medie a pietrei.

Într-adevăr, considerând tot timpul de cădere a pietrei  $t_1 = 6,00s$ , viteza medie a pietrei este  $v_1 = \frac{0+gt}{2} \approx 30m/s \ll 340m/s$ . Astfel adâncimea puțului este  $h = \frac{gt_1^2}{2} = 177m$ .

Conștientizând că această distanță sunetul o parcurge totuși într-un interval finit  $t_2 = \frac{h}{v} = 0,521s$ , recalculăm  $t_1$  și determinăm iarăși  $h$ .

**Tabelul 1. Determinarea adâncimii puțului**

Pasul iterației $k$	Timpul de propagare a sunetului, s $t_2 = \frac{h}{v}$	Timpul de cădere liberă a pietrei, s $t_1 = t - t_2$	Adâncimea, m $h = \frac{gt_1^2}{2}$
0	0 (formal $v \rightarrow \infty$ sau $h = 0$ )	6,00	177



1	0,521	5,48	147
2	0,432	5,57	152
3	0,447	5,55	151

Se observă că la pasul al 3 soluția se apropie de cea obținută prin metoda exactă, iar criteriul de stopare a iterațiilor ar fi condiția  $|h^{(k)} - h^{(k-1)}| \leq \varepsilon$ , unde  $\varepsilon$  este precizia de calcul.

Ținând cont de datele inițiale conțin 3 cifre semnificative, rezultatul pentru adâncime nu poate fi determinat mai exact decât precizia unităților. Pentru mai multe iterații se poate vedea în anexă calculul în pachetul Mathematica.

**Concluzii**

În această lucrare a fost analizată o problemă de fizică, redusă la un sistem nelinier de ecuații, a cărui soluție analitică poate fi obținută relativ ușor. Soluționarea numerică a sistemului de ecuații se face prin metoda iterațiilor simple, care în acest caz are și un sens fizic clar – propagarea sunetului este net mai rapidă decât căderea pietrei.

Metodele aproximative de rezolvare a unor probleme matematice / fizice sunt deseori simple, elegante și converg rapid spre soluția exactă. Ținând cont că datele inițiale ale problemei sunt determinate cu o anumită precizie, se poate întâmpla ca metoda exactă de rezolvare să ofere un răspuns aproximativ, iar o metodă numerică aproximativă, după un număr suficient de iterații, sau prin alegerea unui pas convenabil, să ofere o soluție suficient de aproape de cea exactă, dar într-un timp de calcul mult mai mic. Utilizarea metodelor numerice nu trebuie văzută ca un panaceu, dar trebuie tratat cu atenție fiecare caz, analizând convergența sau aplicabilitatea metodei. Inițierea elevilor în metodele numerice de

calcul este oportun să se facă printr-o problemă de fizică, deoarece soluțiile se pot confrunta cu realitatea, aproximațiile operate sau rezultatele obținute.

**Bibliografie**

- [1] Epperson J. F., An introduction to numerical methods and analysis, ed. Wiley, New Jersey, 2013, 591 pg.
- [2] Bunici M-R, Metode Numerice - aspecte teoretice și practice, ed. Academica Brâncuși Târgu-Jiu, 2009,
- [3] Marinciuc M, et al, Culegere de probleme, clasele 10-12, ed. Lyceum Chișinău, 2012, 252 pg.

**Anexe**

Soluționarea sistemului (2) cu ajutorul pachetului Mathematica. Primul set de soluții nu are sens fizic, iar în al doilea – adâncimea se obține  $h=151,4\text{m}$ , pentru  $g=9,81\text{m/s}^2$

$$\text{solve}[\{t = t_1 + t_2, h = \frac{g t_1^2}{2}, h = v t_2\}, \{h, t_1, t_2\}]$$

$$\left\{ \left( h \sqrt{t v + \frac{v^2}{g}} - \frac{v \sqrt{v(2gt+v)}}{g}, t_1 \rightarrow \frac{-v - \sqrt{2gtv+v^2}}{g}, t_2 \rightarrow t + \frac{v}{g} + \frac{\sqrt{v(2gt+v)}}{g} \right), \right.$$

$$\left. \left( h \rightarrow t v + \frac{v^2}{g} - \frac{v \sqrt{v(2gt+v)}}{g}, t_1 \rightarrow \frac{-v + \sqrt{2gtv+v^2}}{g}, t_2 \rightarrow t + \frac{v}{g} - \frac{\sqrt{v(2gt+v)}}{g} \right) \right\}$$

**Codul pentru completarea Tabelului 1.**

```
h = 0; v = 340; g = 9.81;
Table[t2 = h/v;
t1 = t - t2;
h = g t1^2 / 2;
{k - 1, t2, t1, N[h, 8]}, {k, 1, 13}] // MatrixForm
```

k	t2	t1	h
0	0	6.	176.58
1	0.5193529411764706	5.480647058823529	147.33389915953288
2	0.433349975280379	5.56665002471962	151.99495912000495
3	0.44704399741177925	5.552956002588221	151.24724639856814
4	0.448448423487298	5.5515515765127	151.36706798946747
5	0.4451972587925514	5.554802741207449	151.347863286725
6	0.44514077437272054	5.554859225627279	151.35094128611152
7	0.4451498273120927	5.554850172687908	151.35044796315836
8	0.4451483763622305	5.554851623637769	151.35052702989586
9	0.4451486089114584	5.554851391088541	151.35051435756907
10	0.445148571639909	5.554851428360091	151.35051638861106
11	0.4451485776135619	5.554851422386438	151.35051606308824
12	0.4451485766561419	5.554851423343858	151.35051611526103

**DIFERENȚA DE POTENȚIAL ELECTRIC (TENSIUNEA ELECTRICĂ) DINTRE DOUĂ PUNCTE ALE UNUI CIRCUIT ELECTRIC RAMIFICAT – LEGEA LUI OHM PE O PORȚIUNE NEOMOGENĂ DE CIRCUIT ELECTRIC; LEGILE LUI KIRCHHOFF**

*Prof. Constantin ALEXANDRU,  
Liceul Teoretic de Informatică “Grigore Moisil” Iași*

În această lucrare, prin porțiune neomogenă de circuit electric se înțelege o porțiune de circuit care cuprinde rezistori electrici și surse electrice și are cel puțin un nod și două laturi.

**A.** Pentru a avea un exemplu concret, discuțiile se vor referi la circuitul din figura 1.



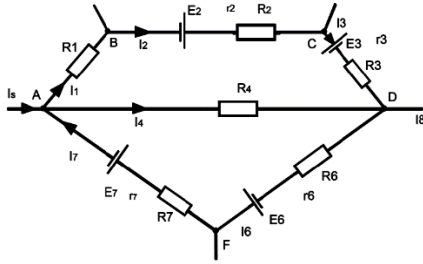


Fig. 1

$$V_A - V_B = U_{AB} = I_1 R_1 \text{ cu } V_A > V_B$$

$$V_B - V_C = U_{BC} = V_B - V_G + V_G - V_H + V_H - V_C = -E_2 + I_2 r_2 + I_2 R_2$$

$$V_C - V_D = U_{CD} = V_C - V_K + V_K - V_L + V_L - V_D = E_3 + I_3 r_3 + I_3 R_3$$

$$V_A - V_D = V_A - V_B + V_B - V_C + V_C - V_D = -E_2 + E_3 + I_1 R_1 + I_2 r_2 + I_2 R_2 + I_3 r_3 + I_3 R_3$$

Fie  $I$  modulul intensității curentului electric:

$$I = \frac{|Q|}{\Delta t}$$

Fie  $I$  valoarea intensității curentului electric (un scalar care poate avea atât valori pozitive cât și negative).

$$I = \pm I$$

La fel,  $E$  reprezintă modulul tensiunii electromotoare:

$$E = \frac{|U_{tot}|}{|Q|}$$

și  $E$  valoarea tensiunii electromotoare ( $E = \pm E$ )

Asemănător:  $U$  este valoarea tensiunii electrice;  $U = \pm U$

Cu aceste notații:

$$V_A - V_B = U_{AB} = I_1 R_1 ; I_1 \text{ are același sens cu } \rightarrow I_1 > 0$$

$$V_B - V_C = U_{BC} = E_2 + I_2 r_2 + I_2 R_2 = -E_2 + I_2 r_2 + I_3 R_3 ; I_2 > 0$$

Cu  $E_2 < 0$  când  $\rightarrow$  trece prin sursă de la borna - la cea +

$$V_C - V_D = U_{CD} = E_3 + I_3 r_3 + I_3 R_3 = E_3 + I_3 r_3 + I_3 R_3 ;$$

Cu  $E_3 > 0$  când  $\rightarrow$  trece prin sursă de la borna + la cea -

iar

$$V_A - V_D = E_1 + E_2 + I_2 (r_2 + R_4) + I_3 (r_3 + R_3)$$

Iar prin generalizare:

$$V_A - V_D = \sum E + \sum I \cdot (R + r)$$

**B.** Adăugăm:

$$V_D - V_A = I_4 R_4 = -I_4 R_4 \text{ cu } I_4 < 0$$

Se însumează:

$$V_A - V_B + V_B - V_C + V_C - V_D + V_D - V_A = 0 = -E_2 + E_3 + I_1 R_1 + I_3 (r_3 + R_3) + I_2 (r_2 + R_3) - I_4 R_4$$

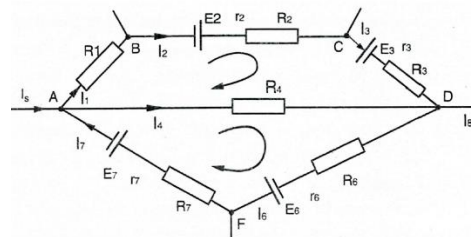
sau

$$E_2 + E_3 = I_1 R_1 + I_2 (r_2 + R_2) + I_3 (r_3 + R_3) + I_4 R_4$$

Generalizând:  $\sum E_i = \sum I_k \cdot (r_k + R_k)$

Suma algebrică a valorilor tensiunilor electromotoare ale surselor electrice din ochiul de rețea electrică este egală cu suma algebrică a produselor dintre valorile intensităților curentilor electrice din toate laturile ochiului de rețea electrică și rezistențele electrice totale de pe laturile ochiului de rețea electrică.

Se alege un sens de parcurgere (urmărire) a ochiului de rețea electrică.

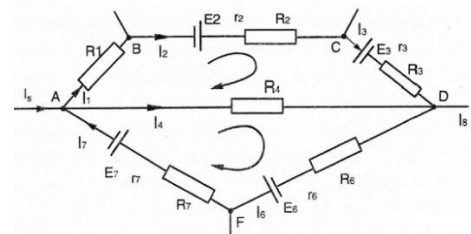


Acum convențiile de sens sunt :

$E > 0$  când sensul de urmărire a ochiului de rețea trece prin sursa electrică de la borna - către + ;

$E < 0$  când sensul de urmărire a ochiului de rețea trece prin sursa electrică de la borna + către - .

### C. Legea I-a a lui Kirchhoff



$$\text{În nodul A: } I_1 + I_4 = I_5 + I_7 \Rightarrow I_1 + I_4 + I_5 + I_7 = 0$$

sau  $\sum I_k = 0$

cu convenția:  $I > 0$  pentru curentul electric ce intră în nod și  $I < 0$  pentru curentul electric ce iese din nod.

Suma algebrică a valorilor intensităților curentilor electrice ce trec (intră și ies) printr-un nod de rețea electrică este nulă.

### Bibliografie:

1. S. STRAZZABOSCHI și alții, *Manual de fizică clasa a X-a*, LVS Crepuscul, 2005
2. S. TALPALARU și alții, *Manual de fizică clasa a X-a*, Polirom, 2000
3. I. BUNGET și alții, *Compendiu de fizică*, Ed. Științifică și Enciclopedică 1988.

## CONVORBIRE CU DL. CONF. UNIV. DR. FIZICIAN VITALIE CHISTOL DE LA UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI – CHIȘINĂU, 2021

### Nota redacției

Dl. conf. univ. dr. Vitalie Chistol de la Universitatea Tehnică a Moldovei – membru al Colegiului de Redacție al revistei CYGNUS – de ani buni este un fidel colaborator al acestei publicații și un participant consecvent și activ la colocviile anuale de Fizică EVRIKA – CYGNUS din România.



La inițiativa sa, în anul 2016, ediția a 23-a a colocviului în cauză și-a desfășurat lucrările la Universitatea Tehnică a Moldovei din Chișinău, d-lui fiind de fapt principalul organizator și coordonator al acestei ediții a manifestării. Ca urmare ne-am propus a avea o convorbire publică cu distinsul universitar în sensul celor de mai sus și la care d-lui a răspuns cu amabilitate.

**Redacția (Red):** *D-le profesor, vă rugăm să ne explicați, dacă se poate, cărui fapt datorăm colaborarea dvs. prestigioasă și perseverentă la acțiunile întreprinse de Societatea Științifică CYGNUS – centru UNESCO – Suceava (Colocviul anual EVRIKA – CYGNUS și, respectiv, revista de fizică și matematică aplicată CYGNUS din România) în contextul acțiunilor Societății Civile?*

**Conf. univ. dr. Vitalie Chistol (V. Chistol):**

În anul 1983 eu am absolvit Universitatea din Tiraspol (pe atunci – Institutul Pedagogic de Stat din Tiraspol „Taras Șevcenko”). Când am fost admis la facultate, ca majoritatea tineretului de atunci, aveam o educație procomunistă, prorusească și antiromânească. Nouă ni se spunea că românii sunt niște țigani, fasciști, o națiune lenoasă, fără anumite principii morale, care în anul 1918 a ocupat Moldova. În anul 1940 am fost eliberați de armata sovietică, iar în anul 1941 din nou am fost ocupați de trupele româno-fasciste. Nu înțelegeam numai de ce M. Eminescu, I. Creangă, V. Alecsandri sunt considerați totodată și scriitori români. Despre T. Arghezi, L. Blaga, G. Bacovia nici nu auzisem pe atunci. În Moldova sovietică se studiau doar scriitorii români care s-au născut în Moldova și

au activat până la 1918. Universitatea din Tiraspol a fost pe atunci unica oază a românismului în Tiraspol. În tot orașul se vorbea aproape exclusiv în limba rusă, numai la Universitate se vorbea „moldovenește”. Într-o seară am fost împreună cu colegii mei la un concert. Ne întorceam înapoi cu troleibuzul. Vorbeam, glumeam în limba română. Când am ajuns la cămin, am coborât ultimul. În timp ce coboram, un bărbat din troleibuz a strecurat printre dinți, cu ură „пошел вон румынская скотина” („pleacă de aici vită românească”). M-am oprit și nu știam ce să spun, dar ușile s-au închis și troleibuzul a plecat. Atunci mi-am pus întrebarea: de ce am fost numit român, ce am eu comun cu această națiune? Am încercat să caut cărți de istorie, dar nu am găsit alte manuale în afară de acelea în care românii erau numiți ocupanți fasciști. Am început cu letopisețele cronicarilor M. Costin, G. Ureche. Am mai găsit și altă literatură, am început să citesc și printre rânduri, ca până la urmă să ajung la concluzia că și eu sunt român, că nu românii au fost ocupanți, ci rușii. Îmi mai amintesc un moment când m-am întâlnit cu un inginer român pe peronul gării din Tiraspol. Din câte am înțeles, la acel moment în Tiraspol lucra o echipă de ingineri din România, care instalau, dacă nu mă greșesc, o centrală telefonică. Îmi imaginez cum au fost tratați inginerii români la Tiraspol, fiindcă la despărțire acel inginer mi-a dăruit un tricou și mi-a spus „să știi că și în România sunt oameni cumsecade”.

Au trecut anii. A căzut comunismul, s-a destrămat Uniunea Sovietică. În anul 1990 am avut ocazia pentru prima dată să plec pe câteva zile într-o excursie în România, să văd Iașiul, Suceava, Putna. Au fost unele din cele mai fericite zile din viața mea. După aceea voiam să aflu tot mai multe despre România, să fac cunoștință cu personalitățile, colegii din România. În anul 2006, activând la Universitatea Tehnică a Moldovei, regretatul profesor Mihai Marinciuc îmi propune să particip la Colocviul Evrika – Cygnus. Nu cunoșteam aproape nimic despre acest Colocviu, dar am acceptat cu plăcere. De atunci am fost prezent aproape la toate edițiile Colocviului. Am făcut cunoștință cu

personalități deosebite, fizicieni extraordinari, oameni de omenie.

Nu știu dacă voi ajunge să văd reunirea Basarabiei cu Patria Mamă, dar prin participarea comună la Colocviu a fizicienilor din România și Republica Moldova, noi de acum am efectuat această unire, cel puțin spiritual, profesional. Mai departe – e rândul politicienilor.

**Red:** *Ce considerați a fi de strictă necesitate în legătură cu lărgirea ariei de interes privind creșterea numărului de participanți la Colocviul anual EVRIKA – CYGNUS și, respectiv, creșterea gradului de distribuire (răspândire) al revistei CYGNUS în rândul potențialilor cititori și colaboratori?*

#### **V. Chistol:**

Se întâmplă ceva straniu în societatea noastră. Și nu numai în România, dar și pe întreg mapamondul. În secolul XX a avut loc un salt enorm în știință, tehnică, tehnologie. Rolul principal în realizarea acestui salt îi revine fizicii. Numai după apariția fizicii cuantice, a dezvoltării dispozitivelor semiconductoare, nanotehnologiilor, fibrelor optice, tehnologiilor spațiale a devenit posibilă apariția calculatoarelor, telefoniei mobile, internetului.

Cineva a spus că secolul XX a fost secolul fizicii, iar secolul XXI va fi secolul biologiei. Chiar dacă va fi așa, cred că secolul XXI va fi nu atât al biologiei, ci mai mult al biofizicii. Nici nu putem să ne imaginăm ce surprize poate să ne aducă fizica cuantică și care va fi impactul ei asupra tehnicii, tehnologiilor, inclusiv a biotehnologiilor. Cu toate acestea fizicii tot mai des i se atribuie rolul de cenușăreasă: tot mai mult se micșorează numărul orelor la fizică atât în licee, cât și în școlile superioare. Fizica nu mai este obligatorie la BAC pentru profilul real, nici la o universitate din Republica Moldova (presupun că și în România) BAC-ul la fizică nu este obligatoriu. Dar ce fel de specialiști în fizică, tehnică putem noi să pregătim, dacă studentul nu numai că nu are BAC-ul fizică, dar nici măcar nu a absolvit un profil real. În rezultat calitatea specialiștilor în domeniul fizicii și, corespunzător, calitatea predării fizicii, atât în licee cât și în școlile superioare, scade. În Chișinău sunt două universități care pregătesc fizicieni. În anul 2021 nici în una din aceste universități, din lipsa doritorilor de a studia fizica, nu au fost formate grupe de

fizicieni. Situația aceasta este nu numai la noi. După câte cunosc, interesul față de fizică scade continuu în toată Europa. În Statele Unite ale Americii interesul față de fizică se menține datorită „creierului ieftin” care vine din țările lumii a treia și, mai ales, din China. Ce măsuri ia Europa pentru ameliorarea situației? Nici una. Europa, SUA sunt ocupate cu promovarea unor drepturi ale omului foarte bizare și impunerea lor tuturor statelor lumii. Fizica pe ei mai puțin îi interesează. După cum a spus marele Shakespeare „e ceva putred în Danemarca”.

În situația când interesul față de fizică tot mai mult scade, cine mai are nevoie de Colocviul EVRIKA – CYGNUS și de revista CYGNUS? În anul 2021 în Republica Moldova din 15990 liceeni care s-au înscris la BAC, doar 228 (1,4 %) au ales fizica. La disciplina, care are cel mai mare impact asupra dezvoltării tehnice și tehnologice a societății, avem cea mai mică rată de participare a studenților la BAC.

Ați întrebat ce ar trebui să întreprindem pentru a crește gradului de răspândire al revistei CYGNUS în rândul potențialilor cititori. Nu trebuie să mărim gradul de răspândire a revistei. Trebuie să mărim rândul potențialilor cititori. Pentru aceasta ar trebui ca fizica să fie obligatorie la BAC la profilul real, sau, cel puțin, la facultățile cu profil tehnic să fie admiși doar elevii care au susținut BAC-ul la fizică. În cazul când societatea, ministerele de resort își vor schimba atitudinea față de fizică, atunci gradul de răspândire a revistei va crește de la sine.

**Red:** *Aveți eventuale sugestii privitoare la necesitatea creșterii calității conținutului revistei CYGNUS și, respectiv, tematicii principale a Colocviilor anuale EVRIKA – CYGNUS?*

#### **V. Chistol:**

Recent am încercat să public un articol în revista „Physics Education” editată de IOP Publishing. Articolul a fost respins, deoarece recenzentii au considerat că lucrarea este prea complicată pentru elevii de liceu, și ne-au recomandat să trimitem lucrarea la „European Journal of Physics”. Aceștia la fel au respins lucrarea, motivând că ea este prea simplă pentru nivelul revistei lor. A trebuit să modificăm lucrarea pentru ca, în final, să fie acceptată. Revista CYGNUS își pune scopul să acopere spațiul dintre nivelul preuniversitar și

cel universitar. În Europa nu prea sunt reviste de acest gen. Cu această ocazie țin să felicit colegiul de redacție al revistei. Este o revistă interesantă și utilă. Cu părere de rău, în materialele publicate se mai strecoară și unele inexactități sau greșeli pe care le comit autorii articolelor. Pentru a exclude, sau cel puțin, a micșora numărul acestor inexactități, ar fi bine ca fiecare material să aibă cel puțin câte un recenzent. Atunci cred că nu vor mai apărea în paginile revistei expresii de tipul „Nicolaus Copernicus a descoperit centrul heliocentric al universului”. În afară de aceasta cred că ar fi bine să apară și varianta electronică a revistei, pe care cititorii ar avea ocazia să o descarce din internet – gratis sau cu plată. În acest mod sper că va crește și numărul de cititori ai revistei.

În ceea ce ține de colocviul EVRIKA – CYGNUS, consider că are o tematică destul de variată și interesantă, dar care nu totdeauna este respectată de participanții la Colocviu. Câteodată autorii materialelor au prea puțin timp pentru a pregăti o prezentare la Colocviu. O lucrare bună nu se pregătește într-o săptămână și nici într-o lună. Câte odată nu sunt suficiente nici 3-4 luni. Consider că ar fi bine ca fiecare ediție a Colocviului trebuie să se termine cu o masă rotundă la care să se stabilească nu numai locul în care se va desfășura următoarea ediție a Colocviului, dar și tema următoarei ediții.

**Red:** *În acest context cum vedeți necesitatea creșterii gradului de colaborare între comunitatea slujitorilor Fizicii din România și R. Moldova?*

**V. Chistol:**

După cum am mai spus, prin colaborarea noastră, noi de-acum am efectuat o mică unire. Dar una prea mică. Am putea trece la un alt nivel de colaborare, dar pentru aceasta se cer niște pași mai îndrăzneți din partea ministerelor educației ale României și Republicii Moldova pentru unificarea sistemelor de învățământ. În primul rând ar trebui ca Republica Moldova să treacă la liceul cu patru clase. Apoi am putea trece la unificarea programelor, manualelor. În cazul acesta se vor deschide posibilități de

colaborare mult mai largi. O astfel de reformă Republica Moldova de una singură cred că nu o va putea efectua. Reforma va putea fi înfăptuită numai prin colaborarea dintre ministerele și guvernele noastre, prin susținerea financiară din partea României. Dar pentru aceasta se cere curaj și voință politică din ambele părți. Deocamdată o astfel de voință nu se vede.

În sfârșit la conducere în Republica Moldova au venit „ai noștri”, însă nu prima dată vin ai noștri. Dar, vorba regretatului Victor Socaciu, „vin ai noștri, pleacă ai noștri, noi rămânem tot ca proștii”. Maia Sandu, în timp ce era ministru al educației, a făcut un pas foarte important: a exclus copiatul și vândutul lucrărilor de la BAC. Toți știau că lucrările se copiază și se vând, dar nimeni nu avea curajul să oprească acest flagel. Prea multe persoane, inclusiv persoane suspuse, erau implicate. Maia Sandu a avut acest curaj.

Pentru a face o reformă a învățământului se cere mult mai mult curaj. Sper că guvernul actual să aibă îndrăzneala de a face această reformă. Dumnezeu să-i lumineze și să-i ajute.

**Red:** *Ați mai putea adăuga ceva deosebit la cele discutate cu dvs. mai ales în perspectiva provocărilor viitorului?*

**V. Chistol:**

La moment avem situația pe care o avem și noi trebuie să reieșim din această situație. Trebuie ca fiecare să-și facă bine și cinstit lucrul la locul său de muncă, să păstrăm relațiile de prietenie, de colaborare, să încercăm fiecare să contribuim cu ce putem la dispariția frontierei de pe Prut, cel puțin cultural și spiritual.

**Red:** *Domnule Profesor, vă mulțumim pentru convorbirea avută și vă dorim multă sănătate și putere de muncă, succese deosebite în activitatea profesională de dascăl și cercetător în domeniul dvs. de activitate spre binele nostru, al tuturor.*

**V. Chistol:**

Vă mulțumesc și eu și doresc sănătate și prosperitate tuturor cititorilor revistei CYGNUS.

**Redacția revistei CYGNUS**

## PRIMUL MANUAL DE FIZICĂ PENTRU LICEU ÎN LIMBA ROMÂNĂ DIN TRANSILVANIA

– AUREL CIORTEA ȘI TIT LIVIU BLAGA –

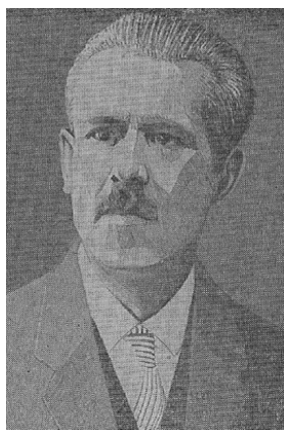
*prof. Ana MACHIU,*

*Liceul Teoretic „Miron Costin” Iași*

*prof. Radu STRATULAT,*

*Liceul Teoretic „Vasile Alecsandri” Iași*

În secolul XIX problema manualelor școlare în Transilvania era diferită de cea din România. Până la înființarea dublei monarhii Austro - Ungară, se foloseau, în general, în școlile din Transilvania manuale germane. Apoi, când legea învățământului emisă de guvernul ungar prevedea obligativitatea folosirii manualelor aprobate



de Ministerul Învățământului de la Budapesta, s-a pus problema unor manuale scrise de autori români. Pentru școlile secundare, rezolvarea a venit, în 1866, de la doi profesori din Blaj: Alexandru Micu, care a publicat „*Elemente de fizică pentru școlile populare*” și Elie Chirilă cu „*Elemente de fizică pentru școlile populare*”.

Pentru licee, doi profesori din Blaj, Iosif Hossu și Emiliu Viciu au tradus din limba maghiară cartea fostului lor profesor de la Universitatea din Cluj, „*Manual de fizică*” și au tipărit-o în 1891. Acest manual a fost folosit până când doi profesori de la Liceul „Andrei Șaguna” din Brașov au publicat primul manual pentru liceu în limba română din Transilvania.

Acești doi ambițioși dascăli ardeleni au fost Aurel Ciortea și Tit Liviu Blaga.

Manualul scris de cei doi, „*Curs de fizică experimentală (cu un supliment de geografie matematică și astronomie)*”, a fost larg folosit în Transilvania și, după 1918, în toată România.

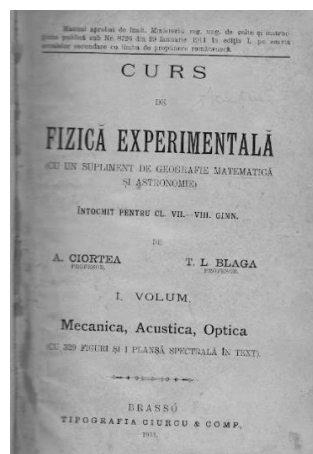
Manualul, destinat ultimelor două clase de liceu, are o concepție modernă pentru acea epocă și o nouă abordare, punând, cum rezultă și din titlu, accentul pe aspectele experimentale. De altfel, încă din prefață autorii precizează că „*ținem să amintim ... necesitatea absolută de a face cursurile exclusiv pe baza experiențelor săvârșite în fața*

*elevilor (sau, întru cât e posibil, chiar și de elevi)*”.

Analizând bibliografia citată de autori, observăm că lucrările folosite au fost publicate între anii 1904 și 1908 (volumul I a apărut în 1911 și volumul II în 1913)

Manualul prezintă unele fenomene (fotografia (inclusiv color), spectroscopia, magnetismul terestru, efectul termoelectric, radioactivitatea) și aparate (fonograful, becul electric, telefonul, telegrafia fără fir) care, la vremea respectivă, erau „de ultimă oră”.

**Aurel Ciortea** (1872 - 1929) s-a născut la Cojocna, județul Cluj, fiind fiul unui preot ortodox. Studiile liceale le-a făcut la Bistrița.



În 1891 s-a înscris la Facultatea de Științe a Universității din Cluj, secția fizico - matematici, iar din 1896 funcționează ca profesor de matematică și fizică, mai întâi la Școala Reală Inferioară din Brașov, apoi din

1901 la Liceul Ortodox „Andrei Șaguna”.

În vara anului 1900 a efectuat studii de fizică experimentală la Berlin și a vizitat Expoziția universală de la Paris, cu o bursă oferită de Eforia Școlilor din Brașov.

A. Ciortea a fost un dascăl extraordinar, calitate pe care o exprimă cu mult respect și admirație profesorul Valeriu L. Bologa de la Institutul medico - farmaceutic din Cluj, unul dintre elevii săi: „*Cu darul său admirabil de a ne face să înțelegem și cele mai grele probleme ale științelor, cu mintea sa clară și vorba sa plastică, Aurel Ciortea a știut să dezvolte în noi priceperea și interesul pentru o parte, până de curând prea puțin cultivată la noi, a cunoștințelor omenești. Acest pedagog învățat a îndrăznit – cred de întâia dată la un liceu din*



*fosta Ungarie – să introducă în învățământul secundar studiul matematicii superioare și lucrări practice la fizică. Îmi aduc aminte de întâia lecție în clasa a șaptea, când el, profesor de clasă, ne-a comunicat că vrea să înceapă cu noi această experiență. Din cea dintâi clipă ne-a avântat în vâltoarea entuziasmului și a optimismului său. A pus în vibrație o coardă nebănuită a sufletului nostru: ambiția și mândria ca prin noi să se dovedească de ce sunt capabili tinerii români ardeleni. N-am regretat încercarea făcută: au fost doi ani de muncă plină de satisfacții, și uimirea comisarului statului maghiar la bacalaureat după ce prima serie de experimente a izbutit, a strălucit, a căpătat în ochii noștri aspectul unei mari învingeri naționale”.*

El a înființat laboratorul de fizică al Liceului „A. Șaguna”, a elaborat mai multe manuale sau lucrări de specialitate, trezind astfel interesul pentru științele exacte, orientând tot mai mulți absolvenți ai liceului spre învățământul superior tehnic și dezvoltând dragostea pentru studiul matematicii. În laboratorul său de fizică și sub încurajarea dată de eminentul profesor și cercetător, și-au definit opțiunile profesionale zeci de viitori ingineri, naturaliști, medici, fizicieni sau matematicieni, astfel încât, precum spunea profesorul universitar Augustin Maior, „o întreagă generație a ieșit de sub mâinile lui și-i proslăvește memoria de pedagog și de mare maestru în științele fizice și matematice”.

Încă din anii studenției sale la Cluj, Aurel Ciortea a urmărit cu atenție desfășurarea acțiunilor întreprinse de mișcarea memorandistă și mai ales a procesului politic intentat patrioților români.

În timpul Primului Război Mondial a fost mobilizat la regimentul de honvezi din Brașov, cu gradul de sublocotenent și a activat pe durata întregului război, până la 7 noiembrie 1918, mai întâi pe frontul din Galiția, apoi pe cel italian. Profesorul Aurel Ciortea s-a angajat pe deplin în acțiunile revoluționare brașovene din toamna anului 1918. Acesta a participat la constituirea noilor organe ale puterii românești la Brașov și a făcut parte din Consiliul Militar Român Județean Brașov, constituit în ședința Comitetului Executiv al Sfatului Național Român din Țara Bârsei, cu ofițerii din Brașov, la 28 octombrie/10 noiembrie 1918. A fost numit comandant al gărzilor naționale

românești din Țara Bârsei. Din delegația brașoveană care a participat la Marea Adunare Națională de la Alba Iulia a făcut parte și profesorul A. Ciortea, ca delegat ales al Liceului „A. Șaguna”. În paralel cu activitatea de conducere a gărzilor naționale românești, Aurel Ciortea a făcut parte din colectivul de conducere al ziarului „Glasul Ardealului”, iar începând cu 1 ianuarie 1919 a condus „Gazeta Transilvaniei”. Mărturie a trăirilor și năzuințelor sale în anii războiului ne-a lăsat jurnalul său, denumit „ziar”, parțial publicat în „Țara Bârsei”, începând cu numărul 5 din 1936 și integral păstrat în arhiva din Scheii Brașovului.

Din martie 1920 a primit de la Consiliul Dirigent al Transilvaniei postul de director al învățământului profesional, până în anul 1923 lucrând la reorganizarea școlilor profesionale. Din toamna anului 1920 a fost profesor la Academia Comercială din Cluj, ca titular al catedrei de matematici financiare, iar apoi ca rector al acestei instituții până în anul 1929.

Preocupările extrașcolare ale lui Aurel Ciortea au fost scrierea de manuale școlare, articole și susținerea de conferințe publice. Remarcabilă în domeniul în care și-a desfășurat activitatea rămâne totuși elaborarea împreună cu T.L. Blaga a manualelor de fizică.

Cei doi colaboratori au realizat și tipărit în 1910 „Fizica pentru școalele populare”, iar în 1911 „Curs de fizică experimentală”, volumul I, urmat în 1913 de volumul II. Despre acest curs, colegul său de la Universitatea din Cluj A. Maior afirma : „Regret că personal nu am avut fericirea de a-i fi fost elev. Am răsfoit însă cu mare plăcere această carte. Și abia atunci mi-am dat seama de entuziasmul unei întregi serii de tineri din Ardeal, mai târziu și din Vechiul Regat, care au avut norocul să se adape la acest izvor clar al științei.... Această

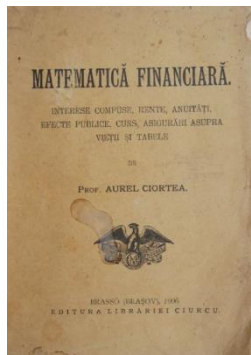
carte s-a epuizat repede, în întâia ediție. Am avut fericirea să-l văd lucrând cu entuziasm la a doua ediție. Această nouă ediție satisface întru toate pretențiile acelor care vreau să se ridice la un orizont mai vast al științei de



azi... Elevului i se dă în mână o carte care îl conduce, cu siguranța pedagogului iscusit și

*încercat de la primele noțiuni până în largul fizicii moderne, iar intelectualului care vrea să se inițializeze – nu în mod superficial - nu-i pot recomanda altă carte mai bună de fizică decât manualul lui Ciortea.”*

În intervalul dintre cele două ediții, murind Blaga, ediția a doua tipărită în 1924 este opera lui A. Ciortea, cu contribuția în parte a profesorului de mineralogie din Cluj, Victor Stanciu.



Lucrările de pionierat,, *Din viața stelelor*” (1901), apărută la Cernăuți, „*Curenți și raze electrice*”, apărută la

Brașov, în 1901, introduc cititorii în domenii noi, vaste și interesante, cu mare iscusință și dragoste pentru știință.

Ca profesor de matematici A. Ciortea este autorul lucrărilor „*Aritmetica după Beke*”, apărută la Brașov, în 1903, „*Matematică financiară*”, apărută în 1906.

„*Introducere în principiul relativității*”, apărută la Cluj, 1924, expune cu mare pricepere pentru marele public cititor teoria revoluționară a lui Einstein.

Alte cărți care s-au bucurat de o primire entuziastă din partea intelectualilor vremii au fost „*Dare de seamă asupra studiilor făcute la Berlin și Paris*” (în Anuarul Liceului A. Șaguna, 1901) și „*Dări de seamă asupra Academiei comerciale din Cluj*”, apărute între 1920-1922 și între 1922-1924.

**Tit Liviu Blaga** (1881-1916) a fost primul băiat născut în familia preotului Isidor și Ana Blaga.

Și-a început formația intelectuală pe plan local, la Sebeș, în cadrul vestitei școli germane, de unde a plecat la Brașov pentru a urma cursurile Liceului Ortodox „Andrei Șaguna” din Brașov, instituție condusă la vremea respectivă de unchiul său, profesorul și protopopol Iosif Blaga. Tit Liviu Blaga s-a orientat spre Facultatea de Filosofie a Universității din Budapesta, dar a luat decizia să urmeze studiile de fizică și matematică în cadrul Universității din Berlin, studii finalizate în anul 1905.

Reîntors în Transilvania, pe meleagurile natale, a optat pentru o carieră în domeniul învățământului, fiind acceptat ca profesor al prestigiosului Liceu Ortodox „Andrei Șaguna”

din Brașov, instituție fondată la jumătatea secolului al XIX-lea de ierarhul Andrei Șaguna, în cadrul căreia s-au format majoritatea fraților săi. S-a reîntors la școala pe care a absolvit-o câțiva ani mai devreme, de data aceasta din postura de profesor, poziție asumată cu seriozitate și responsabilitate vreme de 11 ani.

Atipic pentru vremurile sale, profesorul Tit Liviu Blaga nu s-a limitat la simpla transmitere de cunoștințe, ci a căutat mereu să prezinte în fața elevilor săi noile metode de studiere a științelor exacte, îndeosebi a fizicii, având ca bază experimentele realizate în laboratorul creat alături de colegul și prietenul său, profesorul Aurel Ciortea.

Mult mai cunoscut, fratele său, Lucian Blaga amintește în cartea sa *Hronicul și cântecul vârștelor*, faptul că profesorul Tit Liviu Blaga, care i-a fost și diriginte pe parcursul ultimelor trei clase de liceu (1911-1914) a încercat să-l orienteze spre științele exacte: „*Fratele meu Liviu, pe de altă parte, încerca să mă îndrume spre inginerie. Povețele lor porneau desigur din cele mai bune intenții, dar nu ne înțelegeam. Nu ne înțelegeam, fiindcă ei nu bănuiau tăria inclinărilor mele firești. De unde și cum ar fi putut ei să știe că fratele lor mai mic era o ființă eminentă metafizică ! Peisajul transilvan nu produsese încă buruieni atât de exotice ! La întâile semne de desprimăvărare mă înființam iarăși, după o lungă absență, la Brașov. Ca elev particular puteam să mă bucur de libertatea mea, aproape fără îngrădiri. Adevărat e că în timpul lecțiilor ocoleam liceul ca apucat de nu știu ce fobie. Găseam în mine disponibilități numai pentru orele de fizică și matematică, care mă interesau realmente și pe care profesorul Aurel Ciortea, un intelectual fin, autor de manuale, care vedea și dincolo de ele, ni le făcea deosebit de agreabile. (Ciortea scrisese în colaborare cu fratele meu, cu Liviu, un faimos manual de fizică.) Distinsul profesor, totdeauna muncit de problemele specialității sale, un om cu setea zărilor în el, mă lua uneori la plimbare pe aleea din fața liceului. Discutam asupra principiilor fundamentale ale Mecanicii. Și căutam împreună să alegem dacă aceste principii puteau să fie în întregime un rezultat pe simplu temei de experiență, sau dacă nu, în ce măsură ele implicau puterea născocitoare a minții omenești.”*

Într-un fragment din același volum, Lucian Blaga povestește că Liviu își petrecea amiezile „de obicei acasă, la masa de sub dudul din ogradă, în fața unor carnete pline de cifre și formule. Mă uitam și eu prin aceste carnete, câteodată, căci mă ispiteau literile, ce puteau să însemne cifre, și formulele, ce vesteau normele după care trebuiau să lucreze mărimile. Pentru frumusețea lui, îmi plăcea îndeosebi un semn, ce aducea cu un S, prelungit, ce ar crește dintr-o pivniță căutând lumina. Îl întrebam pe Liviu, ce vrea să fie acest semn, ce cuprindea toate caturile unui rând. Fratele meu mă lua îngăduitor de sub bărbie și-mi spunea că semnul ține de calculul diferențial și integral. Va trebui să mai am răbdare încă cel puțin vreo zece ani, mai adăuga el, până când voi fi destul de copt, ca să înțeleg acel semn misterios. Semnul a rămas, de-atunci, pentru mine, o piatră de hotar spre care aspiram.”

Activitatea sa de profesor și-a început-o la Școala Reală Inferioară și cea Comercială din Brașov, trecând mai târziu la gimnaziu. Din nefericire, în anul 1916, în plină forță creatoare, la doar 35 de ani, destinul profesorului Tit Liviu Blaga a fost frânt brusc, de un „rău misterios, căruia mult timp nu i s-a dat de urmă nici cu razele ce luminează pe dinăuntru, de-un rău care-l ținea cu lunile pe la clinicile de la Cluj și de la Budapesta”. Din păcate nu a ajuns la vârsta deplinei maturități intelectuale, dar activitatea didactică desfășurată a fost remarcabilă.

Academicianul Emil Pop (1897-1974), membru titular al Academiei Române, într-un document intitulat „Amintire despre Tit Liviu Blaga”, a amintit impactul manualului de fizică publicat de profesorul său, „scris dintr-o adâncă și puternică vocație, nu dintr-o simplă necesitate”, precum și conținutul, acuratețea și ținuta cursurilor de fizică și matematică susținute de acesta în fața elevilor săi, inclusiv în perioada de suferință, care prevestea tristul său sfârșit: „ne captivau lecțiile lui T. L. Blaga. Vorbea select, frumos și academic, cu intonație și gesturi sugestive. Lecția lui era o conferință susținută, în care răzbătea cald și totuși sobru, entuziasmul dascălului. Profesoratul lui Blaga a fost un apostolat, cuvânt pe care îl subliniez și îl repet în toată greutatea lui. Ultimele lui lecții le-a ținut bolnav, în drumul său spre prematurul deznodământ. Boala îl slăbise în general și îi

afectase laringele. Se ținea în picioare, răzimat de paravanul sobei și vorbea în cele din urmă aproape în șoaptă. Se făcea, însă, o liniște sărbătorească, în care nu se auzea decât vocea stinsă a dascălului și alunecarea creioanelor pe foile caietului. Cu toții eram mișcați de măreția unui sentiment al datoriei, care a luptat astfel eroic cu o boală incurabilă, până în pragul morții”.

La rândul său, Victor Marian (1896-1971), profesor al universității clujene a evocat atât impactul și utilitatea practică a manualului de fizică publicat de profesorul Tit Liviu Blaga asupra elevilor din Transilvania, dar și asupra studenților din Regatul României, cât și contribuțiile acestuia la diseminarea științei în rândul populației: „Înlocuirea vechiului manual de fizică de liceu, tradus din limba maghiară și depășit, a însemnat un progres însemnat în învățământul fizicii în Ardeal. Scris în mod atrăgător și tratând materialul dintr-un punct de vedere modern, manualul a fost folosit nu numai de elevii de liceu din Ardeal, ci și de studenții facultăților de științe din România. Contribuția lui T. L. Blaga la redactarea capitolelor de căldură, magnetism și optică se relevă prin claritatea stilului și prin nivelul înalt științific, precum și prin numeroasele probleme și exerciții, ajutor neprețuit pentru elevi. În afară de aceasta, citeam cu multă plăcere mulțimea de articole de popularizare scrise de T. L. Blaga în diverse ziare și reviste, care tratau pe înțelesul tuturor cele mai noi probleme ale fizicii. Activitatea de profesor și cea de autor de cărți didactice și articole de popularizare a lui T. L. Blaga a fost cât se poate de rodnică și a contribuit, în mare măsură, la ridicarea nivelului cultural și la răspândirea științei în masele largi ale poporului român”.



Dincolo de simpla evocare a personalității profesorului Tit Liviu Blaga, mărturiile celor doi oameni de știință dovedesc faptul că aceștia și-au prețuit și respectat dascălul de școală brașoveană, sentimente care au rezistat și nu s-au estompat o dată cu trecerea timpului. Profesorul Tit Liviu Blaga a scris și publicat o serie de studii și articole, prin intermediul



căroră a încercat să promoveze știința în rândul populației transilvănene. Utilizând un limbaj colocvial, accesibil tuturor cititorilor, studiile și articolele sale au fost găzduite de cele mai importante publicații românești din Transilvania, precum „Gazeta de Transilvania”, „Școala și familia”, „Foaie interesantă”, „Românul” sau „Luceafărul” (ultima fiind editată de studenții români ai Universității din Budapesta).

Atât A. Ciorrea cât și T.L. Blaga se află pe lista celor peste 4400 de bursieri ai Fundației Gojdu. Fundația Gojdu a fost înființată de mitropolitul Bisericii ortodoxe române din Transilvania, Andrei Șaguna. Fundația a fost constituită prin testamentul făcut de Emanuil Gojdu care și-a lăsat averea „acelei părți a națiunii române din Ungaria și Transilvania care aparține la confesiunea orientală ortodoxă”, pentru acordarea de burse studenților și pentru ajutorul preoților.

De menționat este faptul că mulți din acești bursieri au deținut funcții importante în viața culturală și politico-socială a românilor transilvăneni dinaintea de 1918 (profesori universitari și în învățământul mediu, oameni politici, scriitori, ziariști, juriști, medici, farmaciști, ingineri, ierarhi, preoți, ofițeri, economiști, agronomi, compozitori și oameni cu cariere în alte domenii).

Un vechi aforism, atribuit omului politic Mustafa Kemal Atatürk, părintele Turciei moderne, compară viața și activitatea unui dascăl cu o lumânare; în vreme ce lumânarea arde și se topește oferind omului lumină și căldură, un profesor se mistuie pe sine pentru a lumina drumul spre viață al tinerelor

generații. Deși în zilele noastre, în era digitală, pentru unii dascăli, tâlcul acestei comparații nu mai este de actualitate, la sfârșitul secolului al XIX-lea și începutul celui următor aceasta avea rol de normă, învățătorii și profesorii români fiind considerați „apostolii” și „luminătorii” neamului.

Apreciate de elevii, profesorii și specialiștii vremii, manualele publicate de Tit Liviu Blaga și Aurel Ciorrea au fost considerate în epocă adevărate „monumente” științifice și pedagogice, fiind utilizate inclusiv de studenții care aprofundau științele exacte în cadrul universităților din Iași și București.

### Bibliografie

1. <https://radiorenasterea.ro/blaga-un-nume-pentru-romania-ii-tit-liviu-blaga-1881-1916-o-viata-inchinata-scolii-romanesti-transilvanene/>;
2. [http://dspace.bcuculuj.ro/bitstream/123456789/50620/1/BCUCLUJ\\_FP\\_PIV1903\\_1916\\_024\\_034.pdf](http://dspace.bcuculuj.ro/bitstream/123456789/50620/1/BCUCLUJ_FP_PIV1903_1916_024_034.pdf);
3. [https://ro.wikipedia.org/wiki/Aurel\\_Ciorrea](https://ro.wikipedia.org/wiki/Aurel_Ciorrea);
4. <https://docs.google.com/document/d/1aoyXDeFStgNwEKftR9G9RfNxEv83Gs-DgZFPydoXoec/edit>;
5. <https://ziarullumina.ro/actualitate-religioasa/an-omagial/bursierii-fundatiei-gojdu-in-elita-societatii-ardelene-153886.html>;
6. Blaga, Lucian, *Hronicul și cântecul vârstelor*, Humanitas, București, 2018;
7. Marian, Victor, *Figuri de fizicieni români*, Editura enciclopedică română, București, 1969

## DISEMINAREA PROIECTULUI ERASMUS ÎN CYGNUS

**prof. Marilena COLȚ,**

*Colegiul Național „I.L. Caragiale” Ploiești*

În cadrul proiectului ERASMUS +KA229 „A table citoyens! De la Culture alimentaire européenne aux enjeux humanitaires”, având drept referință 2019-1-FR01-KA229-062335, un grup de cinci elevi (Diana Nicolae, Mădălina Andronache, Anda Neagu, Nicoleta Trâmbițașu și Gabriel Florea) din clasele a XI-a și a XII-a ale Colegiului Național „I.L. Caragiale” din Ploiești, însoțiți de trei profesori (Mihaela Moisescu - limba franceză

și coordonator proiect, Mihaela Bucur – limba franceză și Marilena Colț - fizică) au participat la o mobilitate de scurtă durată, în perioada 20-26 februarie 2022, în orașul Alytus, Lituania. Elevii corespondenți au fost de la liceul „Adolfas Ramanauskas-Vanagas”.

După vizitarea școlii elevii noștri au participat la cursuri alături de elevii lituanieni. După amiază toate echipele au participat la o întâlnire cu viceprimarul orașului Alytus,

doamna Jurgita Sukeviciene. De la familiile lituaniene, unde elevii au locuit, aceștia au aflat că tradițiile culinare ale Lituaniei au variante regionale. Dar baza acestora este comună, constituită din carne de porc, cartofi, roșii, castraveți și ciuperci. Heringul e o specialitate reprezentativă a bucătăriei lituaniene, putând fi conservat sărat, marinat sau afumat. Trebuie menționate și varietățile de pâine, cum ar fi pâinea neagră de seară, aromatizată cu chimen de câmp („carvi”). Este atât de bună încât, nu de puține ori, se mănâncă goală. În Lituania este dezvoltat un tip de „fast-food”, în sens medieval, bazat pe produse simple de patiserie numite „pyragedis”, iar ca desert se pot bucura de briose cu caise sau cu mac. Sensul este medieval pentru că primii care au ieșit în stradă cu bucate - pe care, o dată cumpărate, le puteai consuma din mers - au fost patiserii, în Evul Mediu. De asemenea elevii au aflat că mâncarea națională a lituanienilor este „cepelinai” sau zepelin, numit așa pentru că seamănă cu un balon. Este un „balon” gelatinos pregătit din piure de cartofi fierți în aburi, umpluți cu carne, cu brânză sau cu ciuperci și servit cu smântână. În Lituania se mai mănâncă un fel de coțunași, numiți „koklunai”, în timp ce „blynai” este denumirea generică pentru micile clătite umplute cu carne, cu brânză sau cu piure de fructe.

La cantina școlii au fost serviți nelipsiții „karbonadas” – bucăți de carne de porc fripte – oferiți împreună cu roșii, castraveți și cartofi, sau „kepsnys”, din carne de vită. „Saltibarsciai” e o supă de sfeclă și castraveți cu smântână. Vara, se mănâncă rece, cu cartofi fierți la aburi. „Kepta duona” sunt formate din bucățele de pâine, prăjite și unse cu usturoi,

care se servesc ca aperitive. Produsele lactate, cum ar fi „varkse” ori „kefirul”, fac și ele parte din bucătăria lituaniană.

A fost vizitat muzeul tradițiilor locale din Alytus unde toate echipele au văzut și participat la realizarea unui desert tradițional a cărui componentă principală a fost hrișca.

În localitatea sudică Druskininkay elevii și profesorii participanți la mobilitate au asistat la o activitate educativă în cadrul căreia au fost informați cu privire la prepararea industrială a „copacului” Raguolis și au participat efectiv la producerea unui Sakotis tradițional. La școală au avut loc dezbateri pe teme referitoare la:

- irosirea mâncării - nu este o bombă ecologică, este o alegere personală;
- economisirea alimentelor - respect pentru mediu și durabilitate;
- masă echilibrată - natură protejată.



Orice funcție a organismului uman se îndeplinește prin consumarea unei cantități de energie. Această energie este luată de organism din mediul înconjurător sub formă de energie care se găsește acumulată în substanțele alimentare. Putem deci vorbi despre termodinamica proceselor de nutriție.

Ca rezultate așteptate – o mai bună informare a cadrelor didactice din țară și din Republica Moldova cu privire la programul Erasmus+, promovarea proiectelor Erasmus+ și rolul fizicii în studiul multiplelor procese ce se produc în organismul uman.

**ACADEMICIANUL BORIS LAZARENKO (1910–1979),  
UNUL DIN FONDATORII ACADEMIEI DE ȘTIINȚE  
A RSS MOLDOVENEȘTI**

*doctor în științe fizico-matematice Iulia MALCOCI,  
doctor în istorie Ion Valer XENOFONTOV,*

*Facultatea de Istorie și Filosofie, Universitatea de Stat din Moldova*

Academicianul Boris Lazarenko s-a născut la 29 octombrie/11 noiembrie 1910 în satul Volokonovka, plasa Volokonsk, județul Biriuci, gubernia Voronej, Rusia Țaristă<sup>1</sup> (Dosarul personal al academicianului B. Lazarenko nu a fost identificat la Arhiva Centrală a Academiei de



Științe a Moldovei). Tatăl său, Roman Lazarenko, în 1905 a fost mobilizat în armată, însă pe drum a „înghățat” tifos exantematic, neajungând pe peninsula Liaodong, unde aveau loc lupte grele. După peregrinări prin spitale ajunge acasă sleit de puteri, epuizat. S-a angajat ca ajutor de contabil într-un depou din Moscova. A participat nemijlocit la revoluția bolșevică din 1917: *În acele zile Roman Vladimirovici aproape că nu venea pe acasă. Pleca în zori, servind în grabă ceaiul, iar uneori se întorcea peste două-trei zile, punând carabina într-un colț și povestindu-i soției (n.n. Maria Pavlovna) despre evenimentele de pe străzi și din depou. ... Uneori, împreună cu Roman Vladimirovici acasă veneau și tovarășii lui. ... Băiatul (n.n. Boris) îi urmărea atent, cu admirație. El nu înțelegea grijile lor, însă era ferm convins, că acești oameni cu miros de piele și transpirație fac ceva important și neobișnuit de mare<sup>2</sup>.*

Aceste cuvinte demonstrează cu prisosință în ce atmosferă „revoluționară” a crescut B. Lazarenko și explică cu lux de amănunte „fapta sa eroică”, fiind îndrumătorul copiilor ce au spart cu praștia sticla răsadniței vecinului, întrucât aceasta era construită în curtea comună, iar vecinul se „îmbogățea” de la vinderea produselor<sup>2</sup>. Întrebarea este, dar

oare nu mai bine era să-și gătească și ei câte o răsadniță sau seră decât să strice lucrul gata făcut?

B. Lazarenko a absolvit cu succes prima treaptă de învățământ (clasele primare) și a trecut la Școala nr. 28 din raionul Rogozhsko-Simonovsky de la Moscova<sup>3</sup> cu profil în domeniul chimiei, școală de nouă ani, unde în ultimii doi ani pe lângă disciplinele de cultură generală se predau și discipline speciale. A absolvit instituția de învățământ în vara lui 1929, obținând calificarea de laborant în chimia analitică. Ar fi susținut examenele în 1928, însă a fost nevoit să repete ultimul an întrucât a fost atras de Muzeul politehnic, unde țineau lecții fizicienii sovietici A. Ioffe (1880–1960), numit „părintele fizicii sovietice”, și S. Vavilov (1891–1951), pe care le frecventa, dar și fiind atras de motoare, mașini, machete și diferite mecanisme expuse în Muzeu. Pentru reușita nesatisfăcătoare direcția Școlii nr. 28 nu l-a admis la examenele de absolvire în 1928. Pe lângă disciplinele obligatorii, a frecventat cercuri în școală și în afara acesteia, inclusiv Cercul ateștilor și Cercul de lecții pentru părinți și ostași ai Armatei Roșii.

După absolvirea școlii nici Boris Lazarenko, nici colega sa de bancă Natalia Tolcina nu au promovat examenele de admitere la Institutul de Tehnologie Chimică (химико-технологический) din Moscova. Boris a plecat la mătușa sa în orașul Enakievo, regiunea Donețk, Ucraina. S-a angajat inițial salahor, fiind apoi promovat în funcția de muncitor fierar la ciocane, urmată de ajutor de lăcătuș. La Moscova a revenit la începutul anului 1931. Visa să fie admis la Facultatea de Chimie a Universității de Stat, dar nici să trăiască pe contul părinților nu vroia, așa că trebuia să se pregătească de examene muncind.

<sup>1</sup>Б. А. Беленький, Повторить себя в учениках, под редакцией академика М. Болога, Кишинэу, Штиинца, 1988. – с. 1–254; Academia de Științe a Republicii Moldova, Ghid informativ, coordonator academicianul Haralambie Corbu, Chișinău, Ed. Știința, 1996, 178 p.

<sup>2</sup>Б. А. Беленький, op. cit., с. 16.

<sup>3</sup>

[http://bsclupan.asm.md/src/userfiles/src/bibliografii/boris\\_lazarenko.pdf](http://bsclupan.asm.md/src/userfiles/src/bibliografii/boris_lazarenko.pdf) (accesat la 29 decembrie 2018).

S-a angajat la Biroul de stat pentru chimie specială privind raționalizarea industriei chimice a URSS în brigada condusă de M. Fainberg, ce se ocupa de studierea organizării muncii la uzinele chimice și de analiza procesele tehnologice, trăgând concluzii și dând recomandări practice. Activând în această brigadă a urmărit procesele tehnologice la uzina chimică din orașul ucrainean Rubejnoe și uzina chimică Cionorecensk, propunând metode de raționalizare a activității acestora. Un an a activat ca maistru de schimb la Uzina chimică din Ugreș. Revenind la Birou cu mai multe propuneri de raționalizare a proceselor chimice, a obținut îndreptare la studii cu frecvență redusă la Institutul de Tehnologie Chimică „D. I. Mendeleev”, la secția de echipamente termotehnice. Visul lui era însă Facultatea de Chimie a Universității de Stat. Studiind ciclul echipamentelor termotehnice, a susținut examenele ca extern pentru anul întâi la Facultatea de Chimie a Universității de Stat „M. N. Pokrovsky” din Moscova (ulterior – Universitatea de Stat „M. V. Lomonosov”), unde în toamna lui 1932, prin ordinul rectorului, a fost înscris la anul doi al Facultății la specialitatea „Chimia fizică”.

De menționat faptul că pentru a pleca la studii nu avea un costum nou, ci unul foarte ponosit. Interesant este arătată cauza imposibilității coaserii unui nou costum: ... *dar un costum nou nu este posibil nicidecum de cusut. Șeviot în magazin, cu adevărat, uneori apare, însă rândul e atât de mare, încât se înregistrează de cu seară și se stă toată noaptea. Cine poate fi în stare?*<sup>4</sup>. Desigur, pentru anul 1932 această situație din Moscova poate avea anumită explicație, însă ulterior în RSS Moldovenească cetățenii se înscriau cu luni (și chiar ani) înainte pentru a procura covoare, mobilă, a obține un loc la instituțiile preșcolare pentru copii etc., ca mai apoi să stea nopți în șir în rândul viu pentru a obține o marfă sau alta, un loc la grădiniță. Până în anii 1980 în RSS Moldovenească se stătea în rânduri interminabile pentru orice: paltoane, cușme, cizme, chiar și pentru 2–3 kg de roșii stătea ore în șir, de pește proaspăt nici nu vorbim, ca printre altele și de hârtia igienică.

Totuși, tatăl său, cu prilejul acestei însemnate zile i-a dăruit așa numita „peniță eternă” (вечное перо)<sup>5</sup>, ce numai intrase în modă. Pentru comparație în RSS Moldovenească tocurile cu cerneală s-au utilizat în școli până în anii 1960, fiind înlocuite treptat cu stilouri și pixuri.

După anul trei B. Lazarenko a efectuat practica de producere la Institutul Electrotehnic Unional, unde s-a ocupat de studierea cauzelor uzurii contactelor electrice, realizând și lucrarea de licență în acest domeniu, ceea ce a servit de fapt ca bază a viitoarelor sale descoperiri în domeniul metodei de prelucrare a metalelor prin scânteie electrică.

În vara anului 1936 B. Lazarenko a susținut teza de licență cu tema *Investigarea cauzelor care provoacă distrugerea materialelor de contact și identificarea mijloacelor de înlăturare a acestora*, obținând diploma corespunzătoare (vezi imaginea).



<sup>4</sup> Б. А. Беленький, op. cit., с. 33.

<sup>5</sup> Se vede este vorba despre tocul rezervor sau stiloul cu peniță metalică, inclusiv de aur, la care cerneala se

alimentează automat. Pe atunci, în principal, se scria cu tocul, penița căruia se muia periodic în cerneală.



În calitate de inginer a fost repartizat în Laboratorul de materiale magnetice, conductoare și de contact al Institutului Unional de Electrotehnică. La scurt timp a întâlnit-o pe Natalia Tolcina, care din a treia încercare a fost admisă la Institutul de Metale Neferoase din Moscova la secția cu frecvență redusă. Această secție a fost închisă, iar ea a reușit să se transfere la anul doi la Universitatea de Stat în grupa unde învăța și Boris Lazarenko, fiind repartizată după absolvire la același institut în Laboratorul substanțelor uscate. Crezând în destin, în aceeași toamnă s-au căsătorit. B. Lazarenko își împărtășea ideile sale soției, astfel, că soarta i-a făcut să rezolve împreună nu doar problemele familiei, ci și cele științifice.

Primul său articol științific a fost publicat în 1938 în lucrările Institutului Unional de Electrotehnică cu denumirea *Studierea transferului și coroziunii metalului sub acțiunea descărcărilor electrice la ruperea contactelor*. În același an, împreună cu soția, a descoperit o nouă metodă de prelucrare a metalelor prin scânteii electrice (Brevet de invenție nr. 70010 URSS la 03.04.1943: „Metoda de prelucrare a metalelor, aliajelor și a altor materiale conductoare”, vezi imaginea), metodă brevetată peste doi ani și în străinătate.

În octombrie 1941 a fost numit responsabil de evacuarea laboratorului la Sverdlovsk, unde la începutul anului 1942 a sosit și soția sa Natalia Ioasafovna. În Ural au fost concentrate forțele oamenilor de știință în scopul soluționării celor mai stringente probleme de apărare. Se puneau probleme de a găsi și studia resursele de materie primă strategică (metal, petrol, cărbune) și de a elabora aliaje noi fiabile, precum și tehnologiile de prelucrare a acestora. În acea perioadă teoria academicianului A. S. Hristianovici (1908–2000) a stat la baza calculelor privind aerodinamica aripii avioanelor, ce zburau la înălțimi mari, iar grupul fizicianului și chimistului I. I. Kitaigorodski (1888–1965), specialist în domeniul tehnologiei sticlelor, a creat armură din sticlă fragilă pentru a proteja piloții. Fizicienii L. I. Mandelștam (1879–1944), V. A. Fok (1898–1974) și B. A. Vvedenski (1893–1969) au pus bazele creării unor noi aparate radio.

În 1943 B. Lazarenko a fost transferat la Institutul de Cercetări Științifice-627 al Ministerului Industriei Electrotehnice al URSS

în calitate de șef de laborator. În aprilie a aceluiași an, împreună cu soția, experimental, au descoperit posibilitatea de a transforma cu ajutorul arcului electric metalul în pulbere, precum și prin mărirea intensității curentului electric și a schimbării polarității electrozilor au demonstrat modul de prelucrare a metalelor, aliajelor de orice duritate și orice proprietăți fizice sau chimice. Desigur au urmat câțiva ani de cercetări și verificări, ultima descoperire a lui B. Lazarenko și a Nataliei Lazarenko fiind inclusă (31 mai 1947) în Registrul de stat al descoperirilor al URSS cu primatul de la 3 aprilie 1943. Această descoperire conținea în sine posibilitatea prelucrării pieselor de orice formă (cu ajutorul catozilor de orice configurație), ce până atunci se efectua prin strunjire, frezare, perforare, rabotare, dăltuire etc., deci fără utilizarea instrumentelor de tăiat. Metoda asigura și o exactitate destul de înaltă a pieselor. Descoperirea deschidea calea elaborării instalațiilor portative pentru prelucrarea metalelor cu o greutate nu prea mare. În termen record B. Lazarenko a reușit să obțină orificii curbate în detalii, ceea ce a permis obținerea în plus a mii de proiectile pentru instalația „Katiușa”, utilizată pe larg de URSS în timpul celui de al Doilea Război Mondial.

În iunie a susținut teza de doctorat cu tema *Inversiunea eroziunii electrice a metalelor și metodele de înlăturare a distrugerii contactelor electrice*. Consiliul științific al Institutului Unional Electrotehnic prin procesul verbal din 28 iunie 1943 i-a atribuit gradul de doctor (candidat) în tehnică la specialitatea *Tehnica tensiunilor înalte*.

A urmat studierea proceselor de coroziune și eroziune a contactelor, procese ce duc la provocarea erorilor în gestionarea circuitului electric. În 1944 Boris și Natalia Lazarenko au publicat lucrarea *Eroziunea electrică a metalelor*, iar în 1946 a apărut a doua ediție a lucrării. Metoda electroeroziunii, descoperită de soții Lazarenko, asigură prelucrarea pieselor indiferent de complexitatea lor geometrică, precum și de calitatea materialului prelucrat. În același an a fost publicată și lucrarea *Metoda de prelucrare a metalelor prin electroeroziune*.

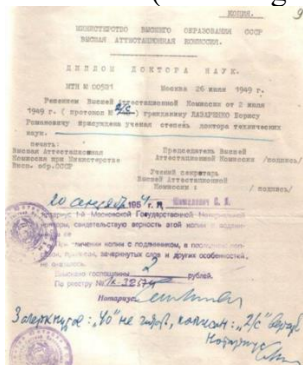
Prin dispoziția guvernului, în august 1943, Institutul Unional Electrotehnic a fost întors la Moscova, însă laboratorul respectiv a fost separat de Institut și transmis unei uzine

electrotehnice din Moscova. Desigur, B. Lazarenko planifica continuarea cercetărilor în institut, obținerea unei tehnologii desăvârșite, ceea ce nu putea fi îndeplinit în condițiile de uzină. Condițiile de uzină au dat posibilitatea de a accelera partea tehnică și tehnologică a noii metode de prelucrare a materialelor. În 1944–1945 într-un șir de ateliere de mașini și tractoare, baze de reparații, gospodăria căilor ferate și uzine au fost elaborate un șir de mașini-unelte, strunguri ce utilizau noua metodă de prelucrare a materialelor. Însă B. Lazarenko visa la elaborarea dispozitivelor în serie, însă înghesuiala, lipsa de spațiu din laborator nu permitea desfășurarea cercetărilor la scara dorită.

În 1946 a văzut lumina tiparului monografia *Fizica metodei de prelucrare prin scânteie a metalelor*. Pentru această metodă B. Lazarenko și N. Lazarenko au fost distinși în același an cu Premiul „Stalin” de gradul doi, acordându-li-se titlul de „Laureat al Premiului Stalin al URSS” (vezi imaginea).



În 1947 B. Lazarenko a fost primit în rândurile PC al URSS. A susținut teza de doctor habilitat la Școala Tehnică de Învățământ Superior „N. Bauman” din Moscova (28 iunie 1948) cu tema *Metodă de prelucrare a metalelor prin scânteie electrică*, iar la 26 iunie 1949 prin hotărârea Comisiei Superioare de Atestare i-a fost atribuit gradul de doctor habilitat în tehnică. La 30 decembrie 1950 i-a fost confirmat titlul de profesor (certificat nr. 07512) la specialitatea „Studiul materialelor electrice” (vezi imaginile).



În Arhiva Științifică Centrală a Academiei de Științe a Moldovei se află în Fondul Personal (67) un șir de adresări, expediate în diferite instanțe de B. Lazarenko privind îmbunătățirea condițiilor de activitate a laboratorului. Astfel, în iunie 1948 prin hotărârea guvernamentală a fost înființat Laboratorul Central de Cercetări Științifice pentru prelucrarea electrică a materialelor în componența Comitetului de Stat pentru Tehnica Electronică al URSS, B. Lazarenko fiind numit conducătorul laboratorului. Ca urmare, au fost soluționate mai multe probleme privind prelucrarea materialelor pe cale electrică.

În 1953 B. Lazarenko a obținut ca Laboratorul Central să devină o organizație independentă fiind plasat pe teritoriul și în clădirile Mănăstirii Nikolo-Prervinski din orașul Liublino (o suburbie a Moscovei). Însă rămăneau alte probleme nerezolvate cum ar fi de exemplu utilizarea eficientă a electricității în industrie. La 23 noiembrie 1955 B. Lazarenko a scris o scrisoare ministrului industriei electrotehnice tovarășului I. T. Ckidanenko prin care solicita trecerea Laboratorului Central în sistemul organizațiilor științifice ale AȘ a URSS, ceea ce s-a întâmplat în același an, B. Lazarenko fiind numit director. Din această scrisoare mai aflăm că în 1953, cu ajutorul lui N. Hrușciov, Laboratorul Central a primit clădirile Mănăstirii Nikolo-Prervinski (închisă în 1928 și redeschisă în 1991), ce a fost adaptată cerințelor subdiviziunii științifice.

Desigur, pe lângă problemele de cercetare științifică B. Lazarenko avea de soluționat pe parcurs și un șir de probleme organizatorice,

dar, mai ales, de implementare a rezultatelor obținute<sup>6</sup>.

În 1955 Institutul Tehnologic de Aviație din Moscova a început să pregătească studenți la specialitatea *Metode electrice de prelucrare a metalelor*, invitându-l pe B. Lazarenko pentru a prelua conducerea acesteia și predarea unui curs de lecții corespunzător. Totodată, în luna octombrie a aceluiași an prin hotărârea Prezidiului AȘ a URSS a fost aprobat în calitate de secretar științific interimar al Prezidiului. În același an 1955 a fost ales deputat în Sovietul raional al orașului Liublinsk, o suburbie a Moscovei. Însă în aceste funcții nu s-a aflat prea mult timp, fiind trimis în deplasare, inițial pe un an de zile, în calitate de consultant științific principal al președintelui Academiei de Științe a Republicii Populare Chineze. B. Lazarenko a dat consimțământul de a pleca în China, punând câteva condiții: laboratorul la întoarcere să fie condus de el, iar în lipsa lui conducător să fie numit fizicianul B. Zolotâh (1920–2008), totodată, laboratorul să fie transferat în subordinea Academiei de Științe a URSS. Sarcinile puse în fața lui constau în ajutorul multilateral cu privire la elaborarea unui plan detaliat de dezvoltare a științei în China, familiarizarea comunității tehnico-inginerești locale cu posibilitățile și perspectivele de prelucrare a materialelor cu ajutorul descărcărilor electrice prin scânteie, asistență în implementarea inovațiilor în producție, precum și să asigure legături cu AȘ a URSS, soluționând problemele privind deplasarea savanților sovietici în China. S-a întors după doi ani, la începutul anului 1958, fiind distins cu Diploma și Medalia Societății de Prietenie sovieto-chineză. Considerăm că nu întâmplător azi în China „activează peste 200 de companii care elaborează tehnologii și instalații în domeniul prelucrării metalelor prin electroeroziune, producând peste 40 de mii de unități de utilaj specializat”<sup>7</sup>.

În 1961 a fost organizată o expoziție a strungurilor «Электром-12» și «Электром-

15», precum și matrițele, ștanțele obținute prin metoda scânteii electrice, dar și alte mostre de dispozitive. În iunie la Moscova a fost organizată Conferința Unională privind metodele de prelucrare a metalelor prin scânteie electrică, unde a fost formulată concluzia că aceste metode au o însemnătate importantă pentru economia națională, fiind atribuite problemelor științifice majore. Laboratorul Central, cu toate străduințele lui B. Lazarenko, în acel an a fost transmis în subordinea Institutului Experimental de Cercetări Științifice în domeniul Mașinilor-unelte de tăiat metal. Această mișcare nu era în favoarea dezvoltării cercetărilor privind tehnologiile prin scânteie electrică.

În acele zile B. Lazarenko, în biroul vicepreședintelui AȘ a URSS, A. V. Topciev (1907–1962), a avut o discuție cu I. Grosul (1912–1976), președintele Prezidiului Filialei Moldovenești a AȘ a URSS. I. Grosul l-a informat despre intenția de a înființa oficial la 2 august AȘ a RSS Moldovenești cu perspectiva ca în cadrul acesteia să fie deschis și un institut de cercetări științifice în domeniul energeticii și automatizării, propunându-i să preia conducerea unui atare institut.

Astfel, prin Hotărârea nr. 325 din 1 august 1961 a Sovietului de Miniștri al RSS Moldovenești „Cu privire la aprobarea membrilor titulari și a membrilor corespondenți ai AȘ a RSS Moldovenești”, B. Lazarenko a fost aprobat în calitate de membru titular al Academiei, care urma să fie înființată abia a doua zi la 2 august, acest eveniment fiind anunțat în sala Teatrului Muzical Dramatic „A. S. Pușkin” (azi, Teatrul Național „Mihai Eminescu”) de președintele Sovietului de Miniștri al RSS Moldovenești A. F. Diordița (1911–1996).

În decembrie 1961 B. Lazarenko a fost numit director al Institutului de Energetică și Automatică (IEA) a AȘ a RSS Moldovenești. În 1963 IEA a fost reorganizat în Institutul pentru Probleme Electrofizice, având același director și fiind înființată și Uzina

<sup>6</sup> Б. И. Ставицкий, *Из истории электроискровой обработки материалов: почему СССР потерял лидерство в электроискровых технологиях*, Международный информационно-технический журнал „Оборудование инструмент для профессионалов”. Металлообработка, № 4, 2007. – с. 52–56; Б. И. Ставицкий, *Электроискровая обработка материалов. Способ Лазаренко на*

*рубеже столетий*. Электронная обработка материалов, № 5, 2000. – с. 25–40.

<sup>7</sup> Mircea Bologa, Leonid Culiuc, Alexandr Dikumar, *Institutul de Fizică Aplicată: 50 de ani în serviciul Moldovei și științei mondiale*, În Akademos, Revistă de știință, inovare, cultură și artă, nr. 4 (35), 2014. – p. 28–31.

Experimentală cu Biroul Specializat de Construcție a Institutului. În 1964, în urma comasării laboratoarelor cu profil de fizică ale Institutului de Fizică și Matematică și a laboratoarelor cu profil tehnic ale Institutului pentru probleme Electrofizice a fost înființat Institutul de Fizică Aplicată (IFA), B. Lazarenko fiind numit director. De menționat că în Moldova cercetările în domeniul fizicii își au începutul la Filiala Moldovenească a AȘ a URSS în Secția de fizică și matematică (1957) sub conducerea viitorului academician Tadeuș Malinovsky (1921–1996) și în Laboratorul de fizică și chimie a semiconductorilor (1960), condus de viitorul academician Sergiu Rădăuțanu (1926–1998)<sup>8</sup>.

Pe lângă problemele organizatorice B. Lazarenko era preocupat de găsirea a noi domenii de aplicare a electricității. O altă problemă importantă o vedea în editarea unei reviste de profil. Astfel, la 20 septembrie 1965 apare primul număr al revistei *Электронная обработка материалов/Prelucrarea electronică a materialelor*, avându-l ca redactor șef pe B. Lazarenko și redactor șef adjunct pe M. Bologa (academician din 1992). În anul următor din SUA pe adresa IFA a venit un colet în care era numărul respectiv al revistei tradus din scoarță în scoarță în limba engleză. Ce i-a determinat pe oamenii de știință americani să traducă revista? După toate probabilitățile a influențat adresarea redacției către cititori: *În actuala revistă a Institutului de Fizică Aplicată al AȘ a RSS Moldovenești se vor publica articole de sinteză și articole originale, destinate descoperirii de noi domenii de implementare a electricității în economia națională, bazate pe utilizarea descărcării electrice și a câmpurilor electrice*. Această revistă se editează până în prezent în limba rusă în Republica Moldova, iar cele mai importante materiale fiind incluse în varianta engleză, ce apare în SUA („Applied electrical phenomena” (1965–1971), „Electrochemistry in industrial processing & biology” (1971–1983), „Soviet surface engineering and applied

electrochemistry” (1984–1992) „Surface Engineering and Applied Electrochemistry” (1992–2018) <http://www.springerlink.com/content/1068> – 3755). Din 1979 până în prezent redactor șef al revistei este academicianul Mircea Bologa. De menționat faptul că această publicație științifică este prima din Republica Moldova clasificată la cea mai înaltă categorie – A.

Cu prilejul jubileului IFA, redactorul șef, academicianul Mircea Bologa, a inserat pe paginile revistei un amplu material privind structura institutului și rezultatele obținute de cercetătorii științifici pe parcursul a 50 de ani (vezi imaginea)<sup>9</sup>, precum și alte materiale<sup>10</sup>. În aceste articole un loc aparte este rezervat primului director al IFA B. Lazarenko.



Academicianul B. Lazarenko a continuat cercetarea în domeniul prelucrării materialelor prin electroeroziune, punând începutul unei direcții noi în tehnologia prelucrării suprafețelor, ce a dus la soluționarea unui șir de probleme științifice ce

țin de fizica materialelor conductoare de curent electric. Utilizarea electrodului sub formă de sârme subțiri ca instrument de prelucrare a materialelor asigură prelucrarea cu precizii predeterminate. A studiat comportarea materialelor conducătoare de curent în plasma descărcărilor electrice în impulsuri. A demonstrat că în anumite condiții în lichide apar consecutiv toate formele cunoscute de descărcări electrice, propunând și modalități de aplicare a acestora la îmbogățirea minereului, tratarea apei uzate etc.<sup>11</sup>.

S-a preocupat și de problema comportării organismelor vii în câmpurile electrice și magnetice. În acest context îi scria soției, care încă continua să se afle la Moscova: *fii gata pentru surprize: ideea protecției electrice a plantelor împotriva insectelor-vătămatoare*.

<sup>8</sup> М. К. Болога, *Исследования и инновации в Институте прикладной физики. Эволюция и достижения*, *Электронная обработка материалов*, том 40, № 3, 2006. – с. 4–91.

<sup>9</sup> М. К. Болога, *К 50-летию Института прикладной физики Академии наук Молдовы*, *Электронная обработка материалов*, Юбилейный выпуск, том 49, № 7, 2013. – с. 1–300.

<sup>10</sup> М. К. Болога, *К 70-летию академических исследований и 55-летию Академии наук Молдовы*, *Электронная обработка материалов*, 52, № 3, 2016. – с. 1–47.

<sup>11</sup> Membrii Academiei de Științe a Moldovei. *Dicționar 1961–2006*. Chișinău, Ed. Știința, 2006. – pp. 87–89.



*„Pentru Moldova, cu grădinile sale, aceasta este extrem de important, întrucât metoda noastră va reduce în careva măsură povara chimicalelor toxice, ce din păcate, se aplică în cantități excesiv de mari”<sup>1</sup>.*



În 1964 la Chișinău și-a deschis ușile Institutul Politehnic. Primul rector, Sergiu Rădăuțanu, l-a invitat pe academicianul B. Lazarenko să țină un curs facultativ în domeniu. Aulele erau pline, chiar dacă frecvența era liberă. Mulți dintre acei studenți i-au fost doctoranzi, au completat numărul cadrelor necesare în domeniul tehnicii, atât la IFA, cât și la Institutul Politehnic „S. Lazo” (azi, Universitatea Tehnică a Moldovei).

Concomitent cu funcția de director a fost și vicepreședinte al AȘ a RSS Moldovenești (1974–1979). Academicianul B. Lazarenko a unit savanții din mai multe țări în problema prelucrării materialelor prin metode electrice, IFA având colaborări cu savanții de peste hotare. De exemplu, un grup de specialiști din Berlin, după soluționarea problemelor privind crearea instalațiilor electrice cu scânteie programate, a elaborat noi procese, utilizând câmpurile electrice. IFA împreună cu oamenii de știință de la AȘ a Republicii Populare Ungaria au elaborat planul de cercetări în domeniul studierii cavităților<sup>12</sup>.

A participat la manifestările științifice internaționale în acest domeniu. Primul Simpozion Internațional de prelucrare a metalelor prin scânteie electrice a avut loc la Praga la 12–21 septembrie 1960, unde B. Lazarenko s-a învrednicit de Medalia jubiliară a Universității din Praga pentru merite deosebite în creația tehnică. În 1974 a participat la Simpozionul Internațional de prelucrare a metalelor prin scânteie electrice de la Bratislava (azi, capitala Slovaciei), fiind distins de către Societatea Relații Internaționale a Cehoslovaciei cu Medalia

„Pentru merite în dezvoltarea prieteniei și colaborării cu Republica Socialistă Cehoslovacă”. A participat și la Conferința Internațională privind prelucrarea electrică de la Wolfsberg (Elveția) în perioada 21–24 iunie 1977. Prima Conferință Unională privind prelucrarea electrică a materialelor a avut loc la Chișinău la 1–3 iunie 1967, iar la 19–21 octombrie 1976 la Chișinău și-a desfășurat lucrările Conferința Unională privind alierea prin scânteie electrică a suprafețelor metalice.



Autor și coautor a peste 150 de lucrări științifice, conducător științific a peste 30 de doctori (candidați) și doctori habilitați în tehnică, activitatea sa a fost remarcată prin decorarea cu ordinele „Insigna de Onoare”, „Drapelul Roșu de Muncă”, „Revoluția din Octombrie” (1976). S-a învrednicit de medaliile „Pentru vitejie în muncă în anii Marelui război pentru apărarea Patriei 1941–1945”, „Pentru vitejie în muncă. În cinstea centenarului din ziua nașterii lui V. I. Lenin”.

A obținut și diploma de Onoare a Prezidiului Sovietului Suprem al RSS Letone (nr. 1041) pentru ajutor practic industriei RSS Letone în implementarea și însușirea tehnologiei noi (1948), Diploma de Onoare a Prezidiului Sovietului Suprem al RSS Moldovenești pentru merite în dezvoltarea economiei și culturii socialiste în cinstea jubileului de 50 de ani de la formarea URSS (1972).

A obținut și titlul onorific „Om emerit în științe din RSSM” (1979), numele lui fiind înscris în cartea de Aur de Onoare a RSSM. În 1991 (post mortem) a fost distins cu Premiul de Stat al RSSM în domeniul științei și tehnicii pentru elaborarea metodelor electrotehnice noi și a echipamentului pentru prelucrarea materiei prime vegetale în scopul intensificării procesului și creșterii producerii.

<sup>12</sup> Институт прикладной физики, в монографии Академия наук Молдавской ССР, Издательство «Штиинца», Кишинев, 1974. - с. 227–258.

În 1980 la IFA a fost dezvelită o placă comemorativă (vezi imaginea), iar în 2010 IFA a organizat Conferința Internațională „Metode electrice de prelucrare a materialelor” dedicată centenarului de 100 de ani de la nașterea savantului. Laboratorul metode Electrofizice și Electrochimice de Prelucrare a Materialelelor al Institutului de Fizică Aplicată îi poartă numele.

S-a stins din viață la Chișinău la 26 august 1979.

#### ANEXĂ



Familia Lazarenko a avut un fiu<sup>13</sup>, Alexei, născut la 18 octombrie 1944 la Moscova. În 1961 a absolvit Școala Medie nr. 8 din Moscova, fiind înmatriculat la Institutul de Mașini-Unelte din Moscova. A fost

înrolat în Armata Sovietică (1963–1966) la poșta militară, Ungaria. Membru al *Uniunii Tineretului Comunist Leninist din întreaga Uniune din 1963*. După demobilizare și-a continuat studiile la Facultatea de Sisteme de Conducere a Aparatelor de Zbor a Institutului de Aviație „S. Ordjonikidze” din Moscova, unde a și activat în calitate de tehnician,

laborant, tehnician superior. A abandonat studiile din anul trei și, în perioada 3 februarie 1970 – 28 august 1974, a activat (prin transfer) la Institutul de Fizică Aplicată a AȘ a RSS Moldovenești în calitate de tehnician superior inițial în Laboratorul de prelucrare a materialelor prin scânteie electrică, apoi în Laboratorul de termofizică. Citea și traducea cu dicționarul din limba germană. În timpul serviciului militar a fost distins cu Medalia „20 de ani de la victorie în Războiul pentru Apărarea Patriei 1945–1965). A fost căsătorit. Cu soția Ecaterina (n. 1944) au avut o fiică Irina (n. 1964).

În Autobiografia sa scrisă în 1970 aflăm că mama sa, Natalia Ioasafovna (21.V.1911–11.VII.1997), în acea perioadă activa la Institutul Unional de Materiale Aeronautice din Moscova în calitate de conducător al unui grup de cercetare științifică. Soția sa, Ecaterina, activa ca operator la Teatrul Academic Central al Armatei Sovietice din Moscova.

În perioada aflării sale la Chișinău și-a continuat studiile la Institutul Politehnic „S. Lazo” la secția cu frecvență redusă.

La 22 august 1974, din motive personale, a scris cerere de a fi eliberat din funcție.

## O ALTĂ ABORDARE A PRIMULUI PRINCIPIU AL TERMODINAMICII

*Prof. Adrian HOLBAN,  
Fălticeni*

Prin acest articol, vreau să fac o pledoarie pentru introducerea în programa școlară de la clasa a IX-a, într-un mod mai detaliat decât cel existent și cu o matematică corespunzătoare nivelului clasei, a mecanicii sistemelor de puncte materiale și renunțarea la optica geometrică. Aceasta, pentru a realiza o continuitate între mecanica sistemelor de puncte materiale (clasa a IX-a) și fenomenele termice specifice sistemelor termodinamice (clasa a X-a), care sunt tot sisteme de puncte materiale. Vom ajunge, de la teorema variației energiei cinetice a unui sistem de puncte materiale, la primul principiu al termodinamicii, apoi voi aplica aceste considerente la fenomenul transformărilor de

fază, prezentând un punct de vedere opus față de ceea ce se găsește în culegeri și în manuale legat de un anumit aspect.

### 1. Teorema variației energiei cinetice a unui sistem de puncte materiale

Când asupra unui sistem, alcătuit din  $N$  puncte materiale, se exercită atât forțe externe cât și forțe interne (între constituenții sistemului), teorema variației energiei cinetice a sistemului are forma:  $L_{ext} + l_{int} = \Delta E_c$  (1), unde  $L_{ext}$  reprezintă lucrul mecanic efectuat de către forțele exterioare sistemului, iar  $l_{int}$ , cel efectuat de către forțele care se exercită între constituenții acestuia,  $\Delta E_c$  fiind variația energiei cinetice a sistemului. Voi arăta că

<sup>13</sup> Arhiva Centrală a AȘM, Alexei Lazarenko, Dosarul Personal nr. 4583, Fondul 1.

această teoremă este valabilă numai în situația în care, între sistem și mediul exterior, se exercită *numai* interacțiuni adiabatică, fără schimb de căldură. Pentru aceasta, vom considera drept sistem de puncte materiale, moleculele punctiforme ale unui gaz ideal aflat într-un vas de volum constant, aflat în repaus. Mărind temperatura sistemului prin așezarea vasului la o sursă termică, se constată că viteza moleculelor va crește (agitatie termică), deci va crește și energia cinetică a moleculelor, astfel încât va exista o variație pozitivă a energiei cinetice a sistemului ( $\Delta E_c > 0$ ). Invers, dacă se micșorează temperatura sistemului,  $\Delta E_c < 0$ . Deoarece  $L_{ext} = 0$  (nu există interacțiuni mecanice) și  $l_{int} = 0$  (gazul este ideal), conform lui (1), ar trebui ca și  $\Delta E_c = 0$ , deci există o contradicție. Luăm un alt exemplu: dacă același gaz ideal, considerat ca sistem de puncte materiale, s-ar afla într-un cilindru aflat în repaus, cu piston mobil și s-ar efectua asupra acestuia un lucru mecanic pozitiv (prin comprimarea gazului) astfel încât temperatura să rămână constantă (proces izoterm), se constată că, deși există lucru mecanic nenul al forțelor externe ( $L_{ext} \neq 0$ ), temperatura rămâne constantă, deci energia cinetică a sistemului nu se modifică ( $\Delta E_c = 0$ ), așadar încă o contradicție și exemplele pot continua. De aceea se impune realitatea conform căreia un sistem de puncte materiale poate fi nu numai sub acțiunea unor forțe de natură mecanică, care efectuează asupra sa un lucru mecanic (*egal și de semn contrar aceluia pe care sistemul îl efectuează asupra mediului exterior*,  $L = -L_{ext}$ ), ci poate interacționa cu mediul exterior și printr-un altfel de contact, numit termic, în urma căruia schimbă o altă formă de energie, numită cantitate de căldură ( $Q$ ), care poate fi pozitivă (în caz că sistemul o primește) sau negativă atunci când sistemul o cedează, cantitate de căldură care se adaugă lucrului mecanic (extern și intern).

Ținând cont de această nouă formă de energie, relația (1) poate fi scrisă:  $Q + L_{ext} + l_{int} = \Delta E_c$  (1a). Facem mențiunea că, în această cantitate de căldură, este inclusă atât cantitatea de căldură primită de la o sursă, cât și cea degajată prin lucrul mecanic al forțelor de frecare care acționează asupra sistemului și/sau produsă de către forțele de interacțiune dintre corpuri în timpul ciocnirii lor plastice ( $Q_f = -L_f$ ). Precizăm că acest lucru mecanic

al acestor forțe disipative ( $L_f$ ), este inclus și în  $L_{ext}$ .

## 2. Principiul întâi al termodinamicii

Vom analiza, mai în detaliu, ultimele trei mărimi fizice ale relației (1a), începând cu variația energiei cinetice a sistemului. Considerăm un sistem de puncte materiale al cărui centru de masă are viteza  $\vec{V}$ . Notând cu  $\vec{v}_i$  viteza față de acest centru de masă al unui punct material de masă  $m_i$  și cu  $\vec{v}'_i$ , viteza aceluiași punct față de sistemul observatorului, se poate scrie:  $\vec{v}'_i = \vec{V} + \vec{v}_i$  (1b), energia cinetică a acestuia fiind  $\frac{m_i v_i'^2}{2}$ . Cu acestea, energia cinetică a întregului sistem va fi  $E_c = \sum_i^N \frac{m_i v_i'^2}{2}$ . Introducând, în această relație, pe (1b) și ținând cont că  $\sum_i^N m_i = M$  (masa întregului sistem), obținem:

$$E_c = \sum_i^N \frac{m_i v_i^2}{2} + \frac{MV^2}{2} + \vec{V} \sum_i^N m_i \vec{v}_i.$$

Cum  $\sum_i^N m_i \vec{v}_i = 0$  (impulsul sistemului față de centrul de masă al acestuia este nul), rezultă:  $E_c = \sum_i^N \frac{m_i v_i^2}{2} + \frac{MV^2}{2}$  (1c). Primul termen, din membrul drept al acestei relații, reprezintă energia cinetică a sistemului de puncte materiale față de centrul său de masă și se numește energia internă cinetică a sistemului,  $U_{cin} = \sum_i^N \frac{m_i v_i^2}{2}$  (1d) [1]. Această energie este strict dependentă de temperatura la care se află sistemul, crescând odată cu temperatura ( $U_{cin} = \nu C_v T + const.$ ). Ultimul termen reprezintă energia cinetică a centrului de masă al sistemului  $E_{CM} = \frac{MV^2}{2}$  (1e). Cu acestea, relația (1c) se poate scrie:  $E_c = U_{cin} + E_{CM}$ , de unde:  $\Delta E_c = \Delta U_{cin} + \Delta E_{CM}$  (1f). Introducând această relație în (1a), se obține:  $Q + L_{ext} + l_{int} = \Delta U_{cin} + \Delta E_{CM}$  (1g). Notăm cu  $\vec{r}_i$  și  $\vec{F}_i$  vectorul de poziție al punctului material  $i$  față de sistemul observatorului, respectiv rezultanta forțelor exterioare care acționează asupra acestui punct. Se poate scrie, așadar:  $L_{ext} = \sum_i^N \vec{F}_i \Delta \vec{r}_i$  (2). Lucrul mecanic al forțelor care se exercită între constituienții sistemului,  $l_{int}$ , este un lucru mecanic conservativ, cauzat de existența unor forțe interne conservative care „leagă” constituienții sistemului și care duce la variația energiei potențiale a sistemului,  $l_{int} = -\Delta U_{pot}$  (2a). Precizez că lucrul mecanic conservativ, dat de

relația (2a), intervine în cursul transformărilor de fază. Cu acestea, (1g) devine:

$$Q + \sum_1^N \vec{F}_i \Delta \vec{r}_i = \Delta(U_{cin} + U_{pot}) + \Delta E_{CM} \quad (2b).$$

Notăm cu  $\vec{r}_{CM}$  și  $\vec{r}_i$  vectorul de poziție al centrului de masa al sistemului față de sistemul observatorului, respectiv vectorul de poziție, față de centrul de masă, al punctului material  $i$ . Se poate scrie:  $\vec{r}_i = \vec{r}_i + \vec{r}_{CM}$  care, introdusă în (2b), duce la:  $Q + \sum_1^N F_i \Delta \vec{r}_i + \vec{F}_{ext} \Delta \vec{r}_{CM} = \Delta(U_{cin} + U_{pot}) + \Delta E_{CM}$  (2c), unde am ținut seama că  $\sum_1^N \vec{F}_i = \vec{F}_{ext}$  reprezintă rezultanta forțelor exterioare care acționează asupra sistemului. Forțele externe exercită o presiune  $P$  asupra suprafeței sistemului, aceeași pe fiecare element de suprafață  $S_i$  asupra căruia acționează forța  $F_i$ , astfel încât:  $P = \frac{F_i}{S_i}$ , de unde:  $F_i = PS_i$ . Înlocuind în (2c), se obține:  $Q + \sum_1^N PS_i \Delta \vec{r}_i + \vec{F}_{ext} \Delta \vec{r}_{CM} = \Delta(U_{cin} + U_{pot}) + \Delta E_{CM}$  sau, ținând seama că  $S_i \Delta \vec{r}_i = \Delta V_i$  reprezintă variația elementului de volum al sistemului:

$$Q + \sum_1^N P \Delta V_i + \vec{F}_{ext} \Delta \vec{r}_{CM} = \Delta(U_{cin} + U_{pot}) + \Delta E_{CM} \quad (2d).$$

Al doilea termen din primul membru al acestei relații reprezintă acea parte a lucrului mecanic efectuat de către forțele exterioare utilizat pentru variația volumului sistemului. Acest lucru mecanic este egal și de semn contrar cu cel efectuat de către sistem asupra mediului exterior ( $L$ ), astfel că:  $\sum_1^N P \Delta V_i = -L$ .

Al treilea termen din membrul drept, reprezintă lucrul mecanic efectuat de către rezultanta forțelor exterioare, asupra centrului de masa al sistemului (considerat ca punct material), egal cu variația energiei cinetice a acestuia:  $L_{CM} = \vec{F}_{ext} \Delta \vec{r}_{CM} = \Delta E_{CM}$ . Înlocuind totul în (2d), obținem:  $Q - L + L_{CM} = \Delta(U_{cin} + U_{pot}) + \Delta E_{CM}$  de unde, notând cu  $U = U_{cin} + U_{pot}$  energia internă a sistemului și trecând în membrul drept pe  $-L$ , se obține:  $Q + L_{CM} = \Delta U + L + \Delta E_{CM}$  (3). Această relație reprezintă o formă mai generală a primului principiu al termodinamicii și este o însumare a două relații:  $L_{CM} = \Delta E_{CM}$  (teorema variația energiei cinetice aplicată centrului de masa al sistemului considerat ca punct material) și  $Q = \Delta U + L$  (3a), (binecunoscuta relație a primului principiu al termodinamicii).

Pentru procese care au loc la temperaturi și presiuni diferite de cele corespunzătoare

transformărilor de fază,  $l_{int} = -\Delta U_{pot} = 0$ , iar  $\Delta U = \Delta U_{cin} = \nu C_v \Delta T$ .

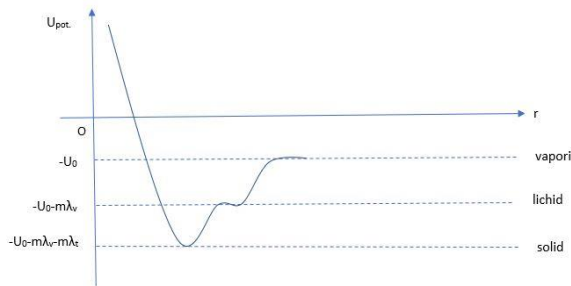
### 3. Punct de vedere asupra principiului întâi al termodinamicii în cazul transformărilor de fază

În cursul transformărilor de fază, trebuie să se țină seama de existența forțelor conservative de atracție dintre moleculele sistemului (corp solid, lichid sau gaz) care, pe tot parcursul transformării (care are loc la o anumită temperatură și presiune specifice fiecărei substanțe), prin lucrul mecanic (conservativ) efectuat, duc la o variație a energiei potențiale interne a corpului  $\Delta U_{pot}$ , astfel încât relația (3a) se scrie:  $Q = \Delta U_{cin} + \Delta U_{pot} + L$  sau, ținând seama că, numai pe parcursul transformării,  $\Delta U_{cin} = 0$  (temperatura rămânând onstantă),  $Q = \Delta U_{pot} + L$  (3b). În multe situații, variația volumului corpului pe parcursul transformării de fază se neglijează, astfel că  $L \cong 0$ , iar (3b) devine:  $Q = \Delta U_{pot}$  (3c). În toate manualele și culegerile de fizică consultate, se spune că aceasă cantitate de căldură (căldura latentă) este  $Q = \pm m\lambda$  (3d), cu semnul pozitiv atunci când transformarea de fază necesită accept de căldură și cu semnul negativ când se efectuează cu cedare de căldură,  $m$  și  $\lambda$  fiind masa de substanță supusă transformării de fază, respectiv căldura latentă specifică a acesteia. Această expresie pentru cantitatea de căldură, dată de (3d), se spune că este valabilă nu numai în situația corespunzătoare lui (3c) când transformarea de fază se face la volum constant, ci și în situația mai generală dată de (3b) când variația volumului substanței și implicit lucrul mecanic  $L$  nu se mai neglijează. În această ultimă situație, în relația (3b),  $Q = m\lambda$ , iar  $\Delta U_{pot} = Q - L$ , în care  $L = -L_{ext} = -P_{ext} \Delta V$ .

Acest lucru, însă, este în dezacord cu fenomenele în care transformările de fază se produc adiabatic, precum topirea gheții la presiune ridicată într-o incintă adiabatică și care apar într-o serie de probleme ([1] pag.77 prob.7 sau [3] pag.140 prob.804) în care  $Q = 0$ , astfel că, în conformitate cu (3b),  $0 = \Delta U_{pot} + L$  (3d) și topirea se face pe seama lucrului mecanic  $L = -L_{ext} = -P_{ext} \Delta V$ , care duce la variația energiei potențiale interne  $\Delta U_{pot} = \pm m\lambda$  (4) și nu pe seama unei călduri latente. Așadar, variația



energiei potențiale interne este dată de relația (4) atât în situația (3d), cât și în cele corespunzătoare lui (3b) și (3c) și nu cantitatea de căldură latentă, așa cum se arată în manualul și culegerile menționate. Acest lucru ar ieși în evidență mai bine dacă s-ar accepta, ca adevăr, situația ilustrată în graficul de mai jos în care se prezintă variația energiei potențiale interne a unui corp în toate cele trei faze ale sale vapori, lichidă și solidă.



Astfel, în stare de vapori, energia potențială internă a ansamblului moleculelor corpului (gaz real) este  $U_v = -U_0$ . Pentru același corp, aflat în faza lichidă, energia potențială internă este  $U_l = -U_0 - m\lambda_v$ , în care  $m$  și  $\lambda_v$  sunt masa corpului, respectiv căldura latentă specifică de vaporizare (lichefiere) a acestuia. În final, pentru fază solidă, energia potențială internă este  $U_s = -U_0 - m\lambda_v - m\lambda_t$ , unde  $\lambda_t$  este căldura latentă specifică de topire (solidificare). Cu acestea, se poate vedea că: a) în cazul topirii, variația energiei potențiale interne este  $\Delta U_{top} = U_l - U_s$ , de unde:  $\Delta U_{top} = m\lambda_t$ ; pentru procesul invers (solidificare),  $\Delta U_{sol} = U_s - U_l$ , deci  $\Delta U_{sol} = -m\lambda_t$ ; b) în cazul vaporizării,  $\Delta U_{vap} = U_v - U_l$ , sau  $\Delta U_{vap} = m\lambda_v$ ; pentru procesul invers, de condensare,  $\Delta U_{con} = -m\lambda_v$ ; c) la sublimare,  $\Delta U_{sub} = U_v - U_s$ , sau  $\Delta U_{sub} = m\lambda_t + m\lambda_v$ ; scriind  $\Delta U_{sub} = m\lambda_s$ , în care  $\lambda_s$  este căldura latentă specifică de sublimare și identificând ultimele două relații, se obține:  $\lambda_s = \lambda_t + \lambda_v$ , lucru deja cunoscut.

#### 4. Topirea adiabatică a gheții

„O cantitate  $m=100$  g de gheață aflată la  $0^\circ\text{C}$  se află într-o incintă ce nu permite schimb de căldură cu exteriorul și este supusă compresiunii până la presiunea  $p=1200$  atm. Dacă temperatura de topire scade direct proporțional cu presiunea, astfel încât la creșterea presiunii cu 138 atm temperatura de topire scade cu  $1^\circ\text{C}$ , atunci masa de gheață

topită va fi a) 25g; b) 100g; c) 50g; d) 36g; e) 56g.”

( M. Popescu, M. Sandu, V. Tomescu, manual de fizică cl. a 10-a )

Această problemă pune în discuție fenomenul de topire a gheții fără aport de căldură din exterior, deci  $Q = m\lambda$  este inoperabilă. În cadrul acestui fenomen, de topire adiabatică, variația energiei potențiale interne ( $\Delta U_{pot} = \lambda\Delta m$ ) are loc ca urmare a lucrului mecanic efectuat de către forțele de presiune exterioară și, uneori, a variației energiei interne cinetice,  $\Delta U_{cin} = mc\Delta t$ , unde  $\Delta t$  este variația temperaturii corpului. Din expresia matematică a primului principiu al termodinamicii:  $Q = \Delta U + L$ , ținând cont că  $L = -L_{ext}$ ,  $U = U_{cin} + U_{pot}$  și, în cazul de față,  $Q = 0$ , se obține:  $L_{ext} = \Delta U_{cin} + \Delta U_{pot}$ , sau:  $L_{ext} = (m - \Delta m)c\Delta t + \lambda\Delta m$  (1), în care  $m$ ,  $c$ , și  $\lambda$  sunt masa inițială a gheții, căldura masică specifică și căldura latentă specifică ale acesteia, iar  $\Delta m$  reprezintă masa de gheață care s-a topit. Chiar dacă, așa cum scrie în manuale, în cadrul transformărilor de fază se consideră:  $\Delta t = 0$ , vom vedea că, uneori,  $\Delta t \neq 0$ . În (1),  $L_{ext} = p(V_i - V_f) = p\Delta m \left( \frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_a} \right)$ , în care  $p$  este presiunea exterioară care se exercită asupra gheții,  $\Delta m$  este masa de gheață topită, iar  $\rho_g$  și  $\rho_a$  sunt densitățile gheții și apei. Cu acestea, (1) devine:  $p\Delta m \left( \frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_a} \right) = mc\Delta t - c\Delta m\Delta t + \lambda\Delta m$ , de unde:  $\Delta m = \frac{mc\Delta t}{\frac{p(\rho_a - \rho_g)}{\rho_a \rho_g} \lambda + c\Delta t}$  (1a). Pot fi posibile două cazuri: a)  $\Delta m = m$  (toată gheața se topește) și b)  $\Delta m < m$  (numai o parte din gheață se topește). Pentru cazul a), utilizând (1a) și efectuând calculele, se obține, pentru presiunea la care are loc acest proces, expresia:  $p = \frac{\rho_a \rho_g \lambda}{\rho_a - \rho_g}$  (1b), Înlocuind  $\rho_a = 10^3 \text{ Kg}/\text{m}^3$ ,  $\rho_g = 900 \text{ Kg}/\text{m}^3$  și  $\lambda = 333400 \text{ J}/\text{Kg}$ , se obține  $p = 2997 \times 10^6 \text{ N}/\text{m}^2 = 29585 \text{ atm}$ , toată gheața fiind transformată în apă, lucrul mecanic al presiunii exterioare fiind utilizat, în totalitate, pentru variația energiei potențiale interne (în conformitate cu (1)). Pentru presiuni mai mici decât cea dată de (1b), lucrul mecanic al presiunii exterioare nu va fi suficient pentru topirea întregii cantități de gheață, astfel că vom fi în cazul b) când numai o parte din

gheață se va topi. În incintă se va găsi, în echilibru, un amestec format din  $\Delta m$  apă (dată de relația 1a) și  $m - \Delta m$  gheață, amestec a cărui stare se va găsi pe curba de echilibru a celor două faze, la presiunea la care are loc compresia și la temperatura data de ecuația curbei de echilibru gheață-apă lichidă,  $t = -ap + b$ , în care  $a$  și  $b$  sunt constante care se determină din condițiile enunțate în textul problemei: la  $p = p_0 \rightarrow t = 0^\circ\text{C}$  și la  $p = p_0 + \Delta p \rightarrow t = -1^\circ\text{C}$ , unde  $\Delta p = 138\text{atm}$ .

Vom avea: 
$$\begin{cases} 0 = -ap_0 + b \\ -1 = -a(p_0 + \Delta p) + b \end{cases}, \text{ de}$$

unde:  $a = \frac{1}{\Delta p}$  și  $b = \frac{p_0}{\Delta p}$ , astfel încât ecuația curbei de echilibru al fazelor gheață-apă devine:  $t = \frac{p_0 - p}{\Delta p}$  (1c), iar cantitatea de gheață

topită va fi: 
$$\Delta m = \frac{mc\Delta t}{\frac{p(\rho_a - \rho_g)}{\rho_a \rho_g} - \lambda + c\Delta t}$$
. Înlocuind

numeric, se obține  $\Delta m = 5,39\text{g}$ , o valoare care nu coincide cu niciuna din variantele propuse în textul problemei din manual.

Menționez că, în cunoscuta culegere de probleme de fizică generală a colectivului de fizicieni V.I. GHINSBURG, L.M. LEVIN, M.S. RABINOVICI ș.a. (pag.140, prob. 804, cu rezolvare la pag.371), există o problemă identică (dar cu valori numerice diferite), în a cărei rezolvare (utilizând principiul entropiei în transformarea adiabatică) s-a neglijat variația volumului gheții la topire, implicit a lucrului mecanic efectuat de către presiunea exterioară, lucru specificat chiar în textul problemei din culegerea respectivă.

#### Bibliografie:

1. S. Strazzaboschi, M. Popescu, M. Sandu, V. Tomescu, *Manual de fizică cl. a 10-a*, Ed. „Crepuscul”;
2. R. I. Andrei, C. Onea, I. Toma, *Termodinamică, Teorie și probleme*, Ed. „Teora”;
3. V.I. Ghinsburg, L.M. Levin, D.V. Sivuhin, *Culegere de probleme de fizică generală*, Ed. Tehnică.

### O PUNTE ELECTRICĂ INTERESANTĂ!

*Prof. Dumitru ANTONIE,*  
Colegiul Tehnic nr. 2 Târgu-Jiu

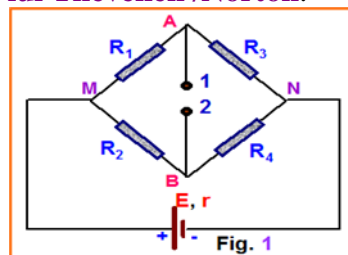
**Motto:** „Procesul de învățare începe când tu, profesor, înveți de la elev; când tu, situându-te în locul lui, înțelegi ceea ce a înțeles el în felul în care a înțeles.” → (Kierkegaard)

**Motto<sub>2</sub>:** „Socrate spunea că acei care știu ce este fiecare lucru sunt în stare să explice și celorlalți, pe când cei care nu știu este firesc să se înșele și pe ei și să înșele și pe alții.” → (Xenofon)

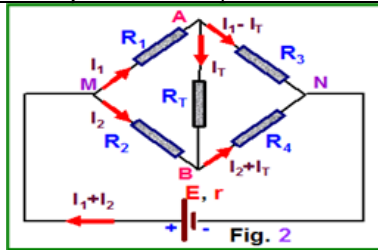
#### ❖ O problemă de electrocinetică cu punte electrică

• În circuitul electric din figură (punte electrică), parametrii sursei de tensiune electric ( $E, r$ ) și rezistențele electrice  $R_1, R_2, R_3$  și  $R_4$  ale celor 4 rezistori sunt necunoscute. Dacă se conectează un ampermetru ideal între bornele 1 și 2 ale punții, acesta indică un curent electric de intensitate  $I_0$ . Dacă între aceleași bornele 1 și 2 se conectează un rezistor de rezistență  $R$ , intensitatea curentului electric prin acesta este  $I$ . Cât este tensiunea electrică  $U$  indicată de un voltmetru ideal conectat între bornele 1 și 2 ale punții în locul rezistorului  $R$ . Se cunosc deci următoarele mărimi fizice:  $I_0, R$  și  $I$ .

- **Redăm în continuare două metode de rezolvare a problemei, prima ce utilizează teoremele lui Kirchhoff, iar cea de a doua o teoremă mai puțin utilizată în cursurile/manualele de fizică și anume teorema lui Thevénen /Norton.**



- 1.) Rezolvare utilizând metoda teoremelor lui Kirchhoff.



Considerăm cazul general când între bornele **1** și **2** se conectează un rezistor cu rezistență variabilă  $R_T \in [0, +\infty)$ ; Dacă  $R_T = 0$  avem cazul când între **1** și **2** este conectat ampermetrul ideal ( $R_A = 0$ ), și  $I_T = 0 \wedge I_T \rightarrow 0$  când între **1** și **2** este conectat voltmetrul ideal ( $R_V \rightarrow +\infty$ ).

Folosind legile lui Kirchhoff putem scrie:

$$\begin{cases} E = (I_1 + I_2) \cdot r + I_1 \cdot R_1 + (I_1 - I_T) \cdot R_3 = (r + R_1 + R_3) \cdot I_1 + I_2 \cdot r - I_T \cdot R_3 \\ E = (I_1 + I_2) \cdot r + I_2 \cdot R_2 + (I_1 + I_T) \cdot R_4 = (r + R_2 + R_4) \cdot I_2 + I_1 \cdot r + I_T \cdot R_4 \end{cases} \quad (1)$$

În continuare, pentru simplificare, vom folosi următoarea notație /abreviere:

$$R_{ijk} \equiv R_i + R_j + R_k \dots; r = R_0$$

Cu aceste notații, sistemul de ecuații (1) devine:

$$\begin{cases} R_{013} \cdot I_1 + r \cdot I_2 = E + R_3 \cdot I_T \\ r \cdot I_1 + R_{024} \cdot I_2 = E - R_4 \cdot I_T \end{cases} \quad (2)$$

Rezolvăm acest sistem de ecuații (2) în „*necunoscutele*  $I_1$  și  $I_2$ ”, în funcție de  $E, I_T$  și  $R_{ijk}$  prin metoda eliminării/reducerii, astfel înmulțim prima ecuație a sistemului (2) cu  $R_{024}$ , iar cea de-a doua cu  $r = R_0$  și scăzând cea de a doua ecuație din prima ecuație, membru cu membru găsim pe  $I_1$ :

$$I_1 = E \cdot \frac{R_{024}}{r \cdot R_{1234} + R_{13} \cdot R_{24}} + I_T \cdot \frac{r \cdot R_{34} + R_3 \cdot R_{24}}{r \cdot R_{1234} + R_{13} \cdot R_{24}} \quad (3)$$

Similar înmulțind prima ecuație a sistemului (2) cu  $r = R_0$ , iar cea de-a doua cu  $R_{013}$  și scăzând ce de a doua ecuație din prima ecuație, membru cu membru găsim pe  $I_2$ :

$$I_2 = E \cdot \frac{R_{013}}{r \cdot R_{1234} + R_{13} \cdot R_{24}} - I_T \cdot \frac{r \cdot R_{34} + R_4 \cdot R_{13}}{r \cdot R_{1234} + R_{13} \cdot R_{24}} \quad (4)$$

Diferența de potențial electric între punctele **1** și **2**, adică tensiunea electrică dintre **1** și **2** este:

$$U_{12} = V_2 - V_1 = U_{M2} - U_{M1} = I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1 \quad (5)$$

Substituind pe  $I_1$  și  $I_2$  în (5) găsim tensiunea  $U_{12}$  în termenii  $E, I_T$  și  $R'_{ijkl}$ :

$$U_{12} = E \cdot \frac{R_2 \cdot R_{13} - R_1 \cdot R_{24}}{R_0 \cdot R_{1234} + R_{13} \cdot R_{24}} - I_T \cdot \frac{r \cdot R_{12} \cdot R_{34} + R_1 \cdot R_3 \cdot R_{24} + R_2 \cdot R_4 \cdot R_{13}}{R_0 \cdot R_{1234} + R_{13} \cdot R_{24}} \quad (6)$$

Astfel tensiunea electrică între punctele **1** și **2**, se scrie sub forma:

$$U_{12} = E \cdot A - I_T \cdot B \quad (7)$$

unde:  $A = \frac{R_2 \cdot R_{13} - R_1 \cdot R_{24}}{R_0 \cdot R_{1234} + R_{13} \cdot R_{24}}$  și

$$B = \frac{r \cdot R_{12} \cdot R_{34} + R_1 \cdot R_3 \cdot R_{24} + R_2 \cdot R_4 \cdot R_{13}}{R_0 \cdot R_{1234} + R_{13} \cdot R_{24}}$$

sunt coeficienți care depind de rezistențele necunoscute ale celor cinci rezistori:  $r, R_1, R_2, R_3$  și  $R_4$ , care reprezintă *caracteristica curent-tensiune* între punctele **1** și **2**.

Când este conectat un **ampermetru ideal** între punctele **1** și **2**,  $R_A = 0 = R_T$ , tensiunea este  $U_{12} = 0$ , iar curentul indicat de ampermetru este:  $I_M = I_0$

Cu această informație relația (7) devine:

$$E \cdot A = I_0 \cdot B \quad (8)$$

Când între bornele **1** și **2** se conectează rezistorul de rezistență  $R$ ,  $I_T = I$  și  $U_{12} = I \cdot R$ , relația (7) devine în acest caz [folosind (8)]:

$$I \cdot R = E \cdot A - I \cdot B = I_0 \cdot B - I \cdot B = (I_0 - I) \cdot B \quad (9)$$

Rezultă:

$$B = \frac{I \cdot R}{I_0 - I} \quad (10)$$

În final găsim cât este tensiunea electrică  $U$  indicată de un **voltmetru ideal** conectat între bornele **1** și **2** ale punții:  $I_T = 0$  și voltmetrul indică:

$$U_{12} = E \cdot A - 0 = I_0 \cdot B \quad (11)$$

$$U_V = \frac{I_0 \cdot I}{I_0 - I} \cdot R \quad (12)$$

➤ **2.) Rezolvare utilizând metoda teoremei lui Thevenen / Norton.**

**Generatorul echivalent de tensiune; teorema Helmholtz-Thevenin**

Considerăm o sursă având t.e.m.  $E$  și rezistența internă  $r$  care alimentează un receptor de rezistență electrică  $R$ .

Conform legii lui Ohm pentru un circuit simplu, intensitatea curentului electric va fi:

$$I = \frac{E}{R + r}$$

Ne punem următoarea întrebare: dacă nu se cunosc parametrii sursei ( $E$ ,  $r$ ), ce încercări (măsurări) ar trebui să facem pentru a putea calcula intensitatea curentului electric pentru orice receptor  $R$  dat? Observăm că dacă receptorul este deconectat (sursa este în gol:  $R = \infty$ ) obținem  $I = 0$ , iar  $U_{AB0} = E$ ,  $U_{AB0}$  fiind tensiunea la bornele sursei la funcționarea acesteia în gol. Dacă bornele sursei sunt scurtcircuitate ( $R = 0$ ), atunci  $U_{AB} = 0$ , iar intensitatea curentului de scurtcircuit va fi:

$$I_{sc} = \frac{E}{r} = \frac{U_{AB0}}{R_i}$$

Deducem deci că:  $R_i = \frac{U_{AB0}}{I_{sc}}$ .

Obținem așadar:

$$I = \frac{U_{AB0}}{R + \frac{U_{AB0}}{I_{sc}}}$$

adică este suficient să măsurăm tensiunea de mers în gol  $U_{AB0}$  și intensitatea curentului de scurtcircuit  $I_{sc}$ . Observăm însă că  $R_i$  este rezistența sursei pasivizate, adică rezistența ce se obține anulând t.e.m. (păstrând numai rezistența internă). Această rezistență o notăm cu  $R_{AB0}$ .

Obținem deci:  $I = \frac{U_{AB0}}{R + R_{AB0}}$ .

Această relație exprimă **teorema** lui **Helmholtz** și **Thevenin** și este foarte generală în sensul următor: **dacă la două borne  $A, B$  ale unei rețele liniare active conectăm un receptor  $R$ , atunci intensitatea curentului din latura  $AB$  se calculează cu relația:**

$$I = \frac{U_{AB0}}{R + R_{AB0}}$$

unde:  $U_{AB0}$  - este tensiunea ce se stabilește la bornele  $A, B$  când se scoate din circuit rezistența electrică  $R$  (funcționare în gol);

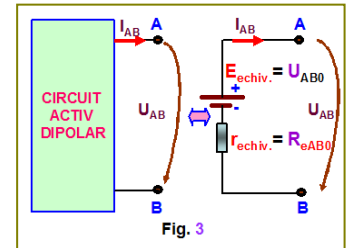
$R_{AB0}$ - rezistența rețelei pasivizate față de bornele  $A, B$ , adică rezistența rețelei (mai puțin latura  $AB$ ) când se

**anulează t.e.m. ale surselor, păstrând rezistențele lor interne.**

Formula lui Helmholtz și Thevenin sugerează schema echivalentă din figura, în care  $E = U_{AB0}$  și  $R_i = R_{AB0}$ . Această schemă echivalentă activă se numește **generatorul echivalent de tensiune al circuitului în raport cu bornele  $A, B$ .**

Putem enunța deci următoarea **teoremă a generatorului echivalent de tensiune al unei rețele active: în raport cu două**

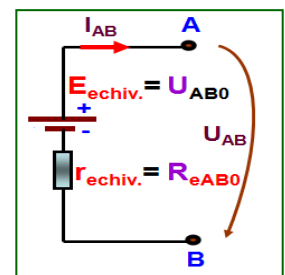
**borne,  $A, B$ , orice rețea liniară activă de curent continuu se poate transfigura într-un generator echivalent de tensiune având t.e.m.  $E = U_{AB0}$  și rezistență internă  $R_i = R_{AB0}$ .**



Prin urmare circuitul nostru echivalent va fi ca în figura 3, unde  $I_{sc} = \frac{E_{echiv.}}{R_{echiv.}} = I_0$ ,  $I = \frac{E_{echiv.}}{R + R_{echiv.}}$ , de unde obținem:

$$E_{echiv.} = \frac{I \cdot I_{sc.}}{I - I_{sc.}} R \text{ și } R_{echiv.} = \frac{I}{I - I_{sc.}} R.$$

Deci un voltmetru ideal conectat între  $A$  și  $B$ , (sau între punctele 1 și 2, ale punții electrice) va indica tensiunea de funcționare în gol, adică



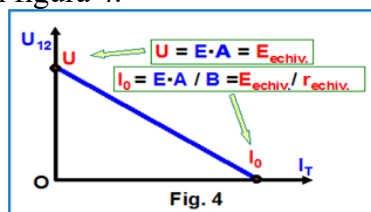
$$E_{echiv.} = \frac{I \cdot I_{sc.}}{I - I_{sc.}} R = \frac{I \cdot I_0}{I - I_0} R = U_V.$$

Această problemă sugerează o metodă interesantă de obținere a circuitelor echivalente folosind teoremele **Thèvenin** și **Norton**. Cu ajutorul acestei punți electrice se poate determina rezistența electrică  $R$ , cunoscând intensitățile curentilor  $I_0$  (măsurat de ampermetrul ideal conectat între punctele 1 și 2) **intensitatea curentului  $I_{sc.}$  (de scurtcircuit),  $I$  când între aceleași bornele 1 și 2 se conectează un rezistor de rezistență necunoscută  $R$  și tensiunea indicată de voltmetrul ideal  $U$ :**



$$R = U \left( \frac{1}{I} - \frac{1}{I_0} \right).$$

**Caracteristica curent-tensiune** la bornele circuitului **1** și **2** dată de relația (7), respectiv caracteristica curent-tensiune a sursei echivalente dată de teorema lui **Thèvenin** este redată în figura 4.



### BIBLIOGRAFIE

- Gheorghe HUȚANU, *PRINCIPII ȘI LEGI FUNDAMENTALE ÎN FIZICĂ*, Editura Albatros, București, 1983
- Romulus SFICHI, *PROBLEME DE LIMITĂ ȘI EXTREM ÎN FIZICĂ*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1990

- Oliviu GHERMAN, Eugen MAGYARI, Laszlo MEDER, Lucian SALIU, Liviu TĂȚAR, Florea ULIU,  $U_{12} = E \cdot A - I_T B$

### PROBLEME DE

*FIZICĂ PENTRU LICEU*, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1975

- Viorel MALINOVSKI, *METODE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR DE FIZICĂ*, vol. III, ELECTRICITATE ȘI MAGNETISM, Editura Paralela 45, Pitești, 2004
- S. ANGHEL, S-I. IORGA, V. MALINOVSKI, C. STĂNESCU, *METODICA PREDĂRII FIZICII*, Editura Arg-Tempus, Pitești, 1995
- George STOENESCU, Gabriel FLORIAN, *DIDACTICA FIZICII*, Editura Sitech Else, Craiova, 2009.

**PROBLEME PROPUSE DE FIZICĂ**

**MECANICĂ**

**M1.** Din punctele A și B, situate la distanța  $d=300$  m, pleacă două mobile, unul spre celălalt, pe dreapta ce unește cele două puncte. Primul pleacă din A având o mișcare uniformă cu viteza  $v_1=12$  m/s; al doilea pleacă din B după timpul  $\Delta t$  față de momentul plecării primului și are o mișcare uniform accelerată cu viteza inițială  $v_0=10$  m/s și accelerația  $a=2$  m/s<sup>2</sup>. Știind că întâlnirea celor două mobile între punctele A și B are loc după timpul  $t=8$  s față de momentul plecării celui de-al doilea mobil, să se determine  $\Delta t$ .

R:  $\Delta t < \frac{d}{v_1}$ ;  $\Delta t = \frac{d}{v_1} - \left[ \frac{at^2}{2v_1} + \left( 1 + \frac{v_0}{v_1} \right) t \right] = 5$  s

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

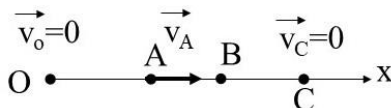
**M2.** Un corp cade într-o fântână de o anumite adâncime  $h < R$ , în care  $R$  este raza Pământului considerat de formă sferică. Forța de atracție a pământului este  $F=mgx/R$ , în care  $m$  este masa corpului, iar  $x$  – distanța de la corp la centrul Pământului.

Cunoscând viteza  $v$  cu care corpul ajunge la fundul fântânii, să se determine adâncimea acesteia ( $h$ ).

R:  $h = R \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{gR}} \right)$ ,  $v < \sqrt{gR}$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**M3.** Un mobil asimilat unui punct material se mișcă pe dreapta OABC de-a lungul axei Ox, pornind din O fără viteză inițială (vezi fig.).



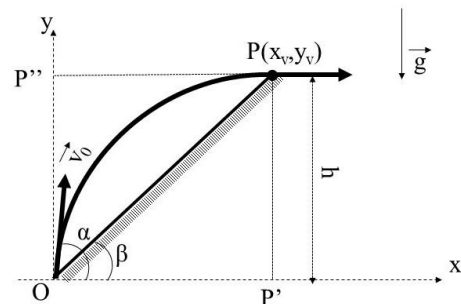
Pe porțiunea OA mișcarea este uniform accelerată, atingându-se în A viteza  $v_A=2$  m/s, în timpul  $t_1=15$  minute. Pe porțiunea AB mișcarea este uniformă, iar pe porțiunea BC parcursă în timpul  $t_3=10$  minute mișcarea este uniform încetinită.

Știind că mobilul se oprește în C, să se determine distanța parcursă  $\overline{OC}$ .

R:  $\overline{OC} = 300$  m

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**M4.** O minge este lansată din punctul O pentru a lovi normal la înălțimea  $PP'=h$  un perete vertical. Știind că lansarea mingii s-a făcut sub unghiul  $\alpha$  față de orizontală (vezi fig.) și se neglijează rezistența aerului, să se determine distanța orizontală  $OP'$  și viteza inițială  $v_0$  de lansare.



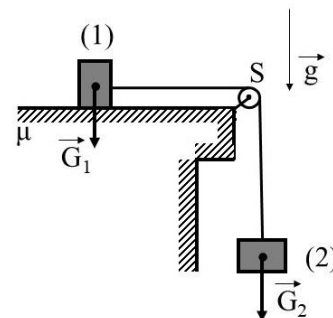
Ce valoare are unghiul  $\beta$  ce poate aparține unui plan înclinat  $xOP$ . Accelerația gravitațională este  $g=constant$ .

R:  $\overline{OP'} = 2h \operatorname{ctg} \alpha$ ;  $v_0 = \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{2gh}$ ;

$\beta = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2}$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**M5.** Un corp (1) de greutate  $\vec{G}_1$  este așezat pe un plan orizontal aspru, cu coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ , și de care este fixat un fir care trece peste un scripete S și poartă la capăt alt corp (2) de greutate  $\vec{G}_2$  (vezi fig.).



Sistemul se află în câmpul gravitațional terestru considerat uniform și cu accelerația gravitațională  $\vec{g}=\text{const.}$ , iar firul și scripetele se consideră ideale. În aceste condiții se cere să se determine accelerația cu care ar putea să se

miște sistemul descris în sensul dat de  $\vec{g}$  și tensiunea mecanică în fir (forța de întindere).

$$R: a = g \frac{G_2 - \mu G_1}{G_1 + G_2}, G_2 > \mu G_1;$$

$$T = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} (1 + \mu)$$

\*\*\*

**M6.** Un corp de mici dimensiuni, asimilat unui punct material, având masa  $m=10$  kg, se mișcă sub acțiunea unei forțe constante  $F=50$  N, coliniară cu viteza inițială  $v_0=1$  m/s a corpului. Să se determine durata mișcării și distanța parcursă de corpul respectiv până în momentul în care viteza acestuia este  $v=11$  m/s.

$$R: t = \frac{m}{F} (v - v_0) = 2 \text{ s};$$

$$D = \frac{m}{2F} (v^2 - v_0^2) = 12 \text{ m}$$

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

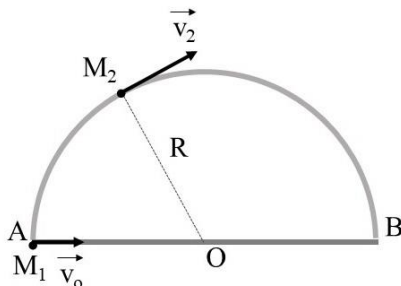
**M7.** Cunoscând altitudinea, respectiv adâncimea față de Pământ, considerat sferic, ca având aceeași valoare  $h$ , și că accelerațiile gravitaționale corespunzătoare sunt de mărimi egale, se cere a fi determinată raza ( $R$ ) a Pământului.

$$R: R = \varphi h,$$

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \cong 1,618 \dots \text{ este „numărul de aur”}$$

\*\*\*

**M8.** Două mobile  $M_1$  și  $M_2$  (asimilate cu două puncte materiale) pleacă simultan din punctul A, unul pe diametrul AB, iar celălalt pe semicercul  $AM_2B$  (vezi fig.).

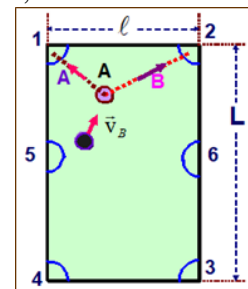


Primul mobil ( $M_1$ ) se mișcă uniform cu viteza  $v_0$ , iar al doilea pornește din repaus având accelerația tangențială constantă. Cele două mobile ajung simultan în B. Să se determine raza ( $R$ ) a semicercului pe care se mișcă al doilea mobil dacă în B acesta are accelerația  $a_B$ .

$$R: R = \pi \sqrt{\pi^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{v_0^2}{a_B} \right)} \cong 10 \frac{v_0^2}{a_B}$$

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

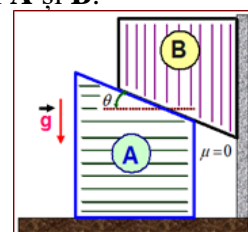
**M9.** Pe o masă de biliard / snooker se află bila **A**, inițial în repaus, ca în figura alăturată. Bila **B** (identică ca masă și rază cu bila **A**), lovită cu tacul ciocnește bila **A**, iar în urma coliziunii cele două bile ajung *simultan*, după timpul  $t=0,5$  s, după ciocnirea perfect elastică în buzunarele / coșurile superioare ale mesei (plasate în colțurile mesei!, **1** și **2**). Știind viteza bilei **B**, imediat înainte de ciocnirea perfect elastice cu bila **A**,  $v_B = 2$  m/s, precum și raportul dintre lungimea mesei și lățimea mesei (dreptunghiulare!)  $L/\ell = 3$ , determinați aria  $S$  a mesei de biliard / snooker în acest exemplu / caz, în  $m^2$ .



$$R: S=3 \text{ m}^2$$

Prof. Dumitru ANTONIE, Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu

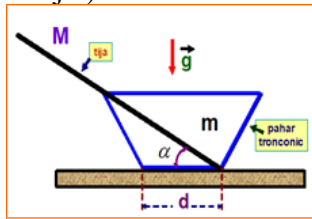
**M10.** Două corpuri identice **A** și **B** având aceeași masă  $m$  sunt în contact ca în figura alăturată, unghiul dintre cele două suprafețe de contact dintre corpuri și orizontala fiind  $\theta = 37^\circ$  ( $\sin 37^\circ \cong 3/5$ ). Se neglijează toate forțele de frecare dintre corpuri, precum și dintre corpul **B** cu peretele vertical, precum și dintre corpul **A** și suprafața orizontală, deci toate suprafețele sunt netede. Cunoscând mărimile fizice  $m$ ,  $\theta$ , accelerația gravitațională  $g$ , determinați mărimea forței de reacțiune normală dintre zidul vertical și corpul **B**, precum și accelerațiile cu care se mișcă cele două corpuri **A** și **B**.



**R:**  $N_B = \frac{12}{25} \cdot mg$ ;  $a_A = \frac{12}{25} \cdot g$ ;  $a_B = \frac{9}{25} \cdot g$ .

*Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

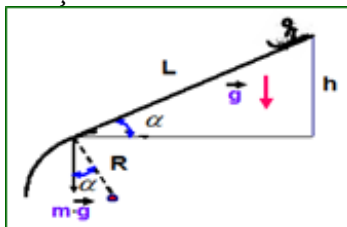
**M11.** Un pahar tronconic este așezat pe o masă orizontală. Masa paharului este  $m$ , iar diametrul suprafeței inferioare (suprafeței de sprijin de pe masă) este  $d$ . O tijă uniformă cu masa  $M$  se află sprijinită în pahar așa cum este indicat în figura alăturată. Tija este înclinată față de orizontală sub unghiul  $\alpha$ . Determinați *lungimea maximă* a tijeii, astfel încât sistemul fizic (pahar + tija) să nu se răstoarne.



**R:**  $l_{\max} = \frac{d}{\cos \alpha} \cdot \left( 2 + \frac{m}{M} \right)$

*Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

**M12.** Trambulina pentru săritorii cu schiurile formează cu orizontala unghiul  $\alpha$ . La capătul său inferior ea se continuă/ racordează, în jos, cu o porțiune sfert de cerc având raza  $R$ . De la ce *înălțime minimă* față de locul racordării (cu porțiunea circulară) trebuie să pornească schiorii pentru ca din locul racordării ei să înceapă un zbor liber? Coeficientul de frecare pe pantă este  $\mu < \text{tg} \alpha$ . În coborârea pe pantă sportivii/schiorii pleacă fără viteză inițială.



**R:**  $h = (R \cdot \sin \alpha) / [2(\text{tg} \alpha - \mu)]$

*Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

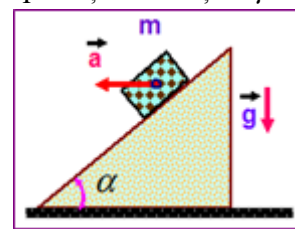
**M13.** Asupra unui corp aflat pe un plan înclinat sub unghiul  $\alpha$  față de orizontală acționează accelerația  $\vec{a}$  cu sensul spre stânga (vezi figura !). Determinați *valoarea maximă* a acestei accelerații, pentru care corpul rămâne

nemișcat relativ la planul înclinat. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și planul înclinat îndeplinește condiția:  $\mu < \text{ctg} \alpha$ .

**R:**  $a_{\max.} = g \frac{\mu \cdot \text{ctg} \alpha + 1}{\text{ctg} \alpha - \mu}$

*Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

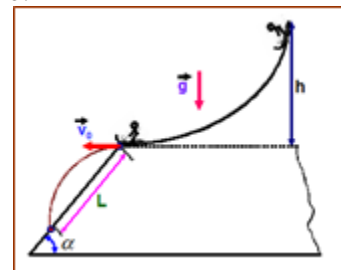
**M14.** Asupra unui corp aflat pe un plan înclinat sub unghiul  $\alpha$  față de orizontală acționează accelerația  $\vec{a}$  cu sensul spre stânga (vezi figura). Determinați *valoarea maximă* a acestei accelerații, pentru care corpul rămâne nemișcat relativ la planul înclinat. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și planul înclinat îndeplinește condiția:  $\mu < \text{ctg} \alpha$ .



**R:**  $a_{\max.} = g \frac{\mu \cdot \text{ctg} \alpha + 1}{\text{ctg} \alpha - \mu}$

*Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

**M15.** Un săritor de schi sare pe trambulina reprezentată în figura alăturată racordată orizontal cu un plan înclinat sub unghiul  $\alpha$  față de orizontală. Schiorul ajunge la vârful planului înclinat având viteza paralelă cu orizontala, înălțimea trambulinei față de orizontala ce trece prin vârful (de sus) planului înclinat este  $h$ . Cunoscând mărimile fizice  $\alpha$  și  $h$  determinați lungimea săriturii schiorului  $L$  pe planul înclinat (considerat suficient de lung pentru astfel de sărituri). Frecările sunt neglijabile.

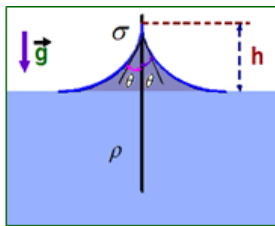


**R:**  $L = 4h \cdot \frac{\text{tg} \alpha}{\cos \alpha}$

*Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

**TERMODINAMICĂ**

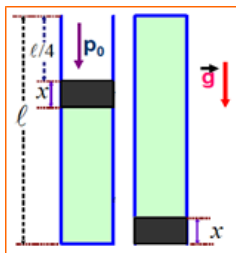
**T1.** Când o plăcuță de sticlă este introdusă vertical în apă, apa urcă de-a lungul plăcuței, făcându-și suprafața aproape de plăcuță curbată așa cum este indicat în figura alăturată. Determinați înălțimea  $h$  la care urcă apa de-a lungul plăcuței (față de suprafața liberă a apei) în funcție de coeficientul de tensiune superficială al apei  $\sigma$ , densitatea apei  $\rho$ , accelerația gravitațională locală  $g$  și respectiv unghiul de racordare  $\theta$ . Presiunea atmosferică este  $p_0$ .



**R:**  $h = \sqrt{\frac{2\sigma(1 - \sin\theta)}{\rho g}}$

*Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

**T2.** Un tub cilindric subțire, de lungime  $\ell$  este închis la partea inferioară, iar la partea superioară este o coloană de lungime  $x$  prin intermediul căreia în tub este închisă o cantitate de gaz ideal, tubul fiind vertical. În această poziție partea superioară a coloanei de mercur se află la distanța  $\ell/4$  de capătul superior al tubului. Dacă temperatura în tub se consideră constantă, iar tubul este răsturnat vertical în jos (la  $180^\circ$  față de poziția inițială), se constată în această nouă poziție verticală că partea inferioară a coloanei de mercur (coloana coborând în tub) este razantă la suprafața deschisă a tubului (vezi figura). Cunoscând  $\ell$ , determinați lungimea  $x$  a coloanei de mercur din tub. Presiunea atmosferică exterioară este  $p_0$ . Toate frecările se neglijează.

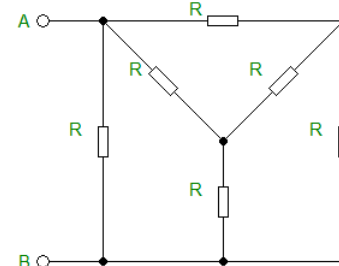


**R:**  $x = \ell \cdot (2 - \sqrt{3}) / 4$

*Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

**ELECTROSTATICĂ ȘI ELECTROCINETICĂ**

**Ec1.** Se dă montajul de rezistoare ideale identice (de aceeași rezistență electrică  $R$ ) din figura alăturată. Să se determine rezistența electrică echivalentă a montajului între bornele A și B.



**R:**  $R_{AB} = \frac{R}{2}$

*Prof. Romulus Sfichi, Suceava*

**Ec2.** O sferă metalică izolată, aflată în vid, are raza  $R=25$  cm și este încărcată electric având energia electrostatică  $W=8$  mJ. Să se determine sarcina electrică ( $q$ ) și potențialul electric al sferei ( $V$ ).

**R:**  $q = 2\sqrt{2\pi R\epsilon_0 W} \approx 0,66 \mu C$ ;

$V = \sqrt{\frac{W}{2\pi R\epsilon_0}} = 24$  kV

*Prof. Romulus Sfichi, Suceava*

**Ec3.** Se consideră două surse de curent electric continuu având t.e.m. și rezistențele electrice interioare  $E_1, r_1$ , respectiv  $E_2, r_2$ . Să se stabilească condițiile în care intensitatea curentului electric ( $I$ ), stabilit printr-un rezistor de rezistență electrică  $R$ , atunci când sursele sunt conectate în serie, poate fi mai mică decât intensitatea electrică a fiecăreia din cele două surse conectate separat pe același rezistor ( $I_1, I_2$ ).

**R:**  $I < I_1$  dacă  $\frac{E_2}{E_1} < \frac{r_2}{r_1 + R}$  ;

$I < I_2$  dacă  $\frac{E_2}{E_1} > \frac{r_2 + R}{r_1}$

*Prof. Romulus Sfichi, Suceava*

**Ec4.** Două corpuri punctiforme, având mase egale  $m$  și sarcinile electrice  $q$  egale, dar de semn contrar, se depărtează unul de celălalt cu o viteză  $v_0$  în momentul în care se află la distanța  $d_0$ . Să se determine distanța maximă la



care vor ajunge corpurile. Deplasarea are loc în vid.

*Aplicație numerică:*  $m=1 \text{ mg}$ ;  $q=1 \text{ nC}$ ;  $v_0=20 \text{ m/s}$ ;  $d_0=0,5 \text{ m}$ ;  $\epsilon_0=1/4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \text{ F/m}$ .

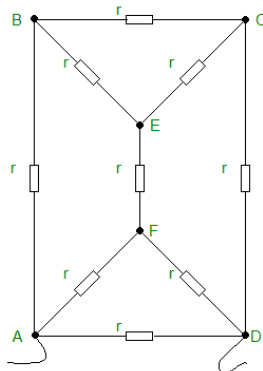
**R:**  $d_{\max} = \left( \frac{1}{d_0} - \pi \epsilon_0 \frac{mv_0^2}{q^2} \right)^{-1} = 1,125 \text{ m}$  \* \* \*

**Ec5.** Să se calculeze capacitatea electrică a Pământului considerat drept sferă izolată în vid având raza  $R=6400 \text{ km}$ . Ce rază exterioară ar avea un condensator electric sferic cu dielectric aer și distanța  $d=1 \text{ mm}$  între armături pentru a avea aceeași capacitate?

**R:**  $C = 4\pi\epsilon_0 R \cong 711 \mu\text{F}$ ;

$R_2 = \frac{d}{2} + \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + dR} \cong \sqrt{dR} = 80 \text{ m}, d \ll R$  \* \* \*

**Ec6.** Un număr de nouă rezistoare identice (de aceeași rezistență electrică  $r$ ) sunt conectate ca în figura alăturată. Să se determine rezistența electrică echivalentă a montajului între nodurile A și D.



**R:**  $R_{AD} = \frac{8}{15} r \cong 0,53r$

*Prof. Romulus Sfichi, Suceava*

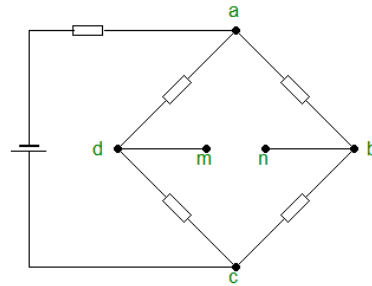
**Ec7.** Un ampermetru ideal, conectat între punctele  $m$  și  $n$  (vezi figura), indică un curent electric de intensitate  $i=0,1 \text{ mA}$ , iar un voltmetru ideal, conectat între aceleași puncte, indică tensiunea  $u=50 \text{ V}$ .

1) Ce valoare are rezistența unui rezistor care, conectat între punctele  $m$  și  $n$ , absoarbe puterea electrică maximă de la sursă și care este valoarea acestei puteri?

2) Care vor fi intensitatea curentului și tensiunea la bornele unui rezistor cu rezistența  $R=2 \text{ M}\Omega$  conectat între  $m$  și  $n$ ?

3) Care va fi intensitatea curentului și tensiunea la bornele unui alt rezistor care,

conectat între  $m$  și  $n$ , absoarbe aceeași putere de la sursă ca și rezistorul  $R=2 \text{ M}\Omega$ ?



**R:** 1)  $r_0=500 \Omega$ ;  $p_{\max}=1,25 \text{ mW}$ ; 2)  $i=0,02 \text{ mA}$ ;  $u=40 \text{ V}$ ; 3)  $i=0,08 \text{ mA}$ ;  $u=10 \text{ V}$

*prof. Anton Pantelimon, Constanța*

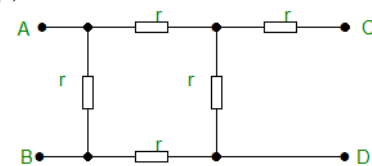
**Ec8.** O baterie de elemente galvanice este alcătuită din  $n_s$  grupe înseriate, fiecare grupă fiind formată din  $n_p$  elemente conectate în paralel. Știind că fiecare element are t.e.m.  $E$  și rezistența electrică interioară  $r$ , să se determine rezistența electrică ( $R$ ) a unui rezistor care, conectat la bornele bateriei, absoarbe puterea electrică de valoare maximă și apoi să se calculeze această putere.

*Aplicație numerică:*  $n_s=10$ ;  $n_p=4$ ;  $E=3 \text{ V}$ ;  $r=1 \Omega$ .

**R:**  $R = \frac{n_s}{n_p} r = 2,5 \Omega$ ;  $P_{\max} = \frac{n_s n_p E^2}{4r} = 90 \text{ W}$

*Prof. Romulus Sfichi, Suceava*

**Ec9.** Se consideră circuitul electric din figura alăturată, alcătuit din patru rezistoare ideale identice, de aceeași rezistență electrică fiecare ( $r$ ).



Măsurând rezistența electrică a circuitului fie între bornele A și B, fie între C și D, se obține aceeași valoare:  $R_{AB}=R_{CD}=R (\Omega)$ . ce valoare are  $r$ ?

**R:**  $r=\varphi R \approx 1,618R$ , în care  $\varphi=(1+\sqrt{5})/2 \approx 1,618...$  este *numărul de aur*.

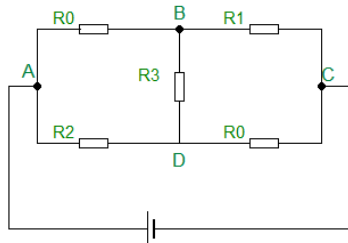
*Prof. Romulus Sfichi, Suceava*

**Ec10.** Se consideră circuitul electric din figura alăturată (o punte tip Wheatstone) alcătuită din rezistoare ideale și o sursă de

curent continuu de rezistență electrică interioară neglijabilă.

1) Ce valoare are rezistența electrică  $R_0$  pentru care puntea este echilibrată (tensiunea electrică  $U_{BD}=0$ )?

2) Cunoscând intensitatea  $I_1$  a curentului electric ce parcurge  $R_1$  precum și rezistențele electrice  $R_0$ ,  $R_1$  și  $R_2$ , să se determine intensitatea  $I_2$  a curentului electric ce parcurge  $R_2$ .



R: 1)  $R_0 = \sqrt{R_1 R_2}$ ; 2)  $I_2 = I_1 \frac{R_0 + R_1}{R_0 + R_2}$  \* \* \*

**Ec11.** La bornele unei surse de curent continuu cu t.e.m.  $E$  este conectat un rezistor ideal de rezistență electrică variabilă  $R \in [0, \infty)$  așa cum ar fi, de pildă, un reostat. Pentru o anumită valoare  $R_1$  a rezistenței electrice a rezistorului, randamentul circuitului este  $\eta_1$ . Să se determine:

1) Rezistența electrică interioară a sursei și respectiv valoarea maximă a puterii pe care o poate transfera sursa în circuitul exterior în care se află,  $R \in [0, \infty)$ ;

2) Puterea electrică transferată de către sursă rezistorului atunci când acesta are rezistența electrică  $R_1$ ;

3) Pentru ce altă valoare ( $R_2$ ) a rezistenței electrice a rezistorului se obține aceeași putere determinată la punctul precedent.

*Discuții și comentarii. Aplicație numerică:*  $E=24 \text{ V}$ ;  $R_1=14 \Omega$  și  $\eta=70\%$ .

R: 1)  $r = \left(\frac{1}{\eta_1} - 1\right) R_1 = 6 \Omega$ ;

$P_{\max} = \frac{E^2}{4r} = 24 \text{ W}$ ,

$R = R^* = r = 6 \Omega$ ,

$\eta = 50\%$

2)  $P = \frac{R_1 E^2}{(r + R_1)^2} = 20,16 \text{ W}$ ;

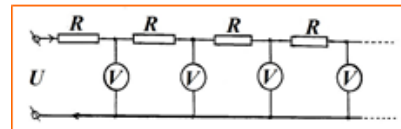
3)  $R_2 = \frac{r^2}{R_1} \cong 2,57 \Omega$ ;  $\eta_2 = 100 - \eta_1 = 30\%$ ;

$\eta = \frac{1}{2}(\eta_1 + \eta_2) = 50\%$

Regimul corespunzător lui  $R_1$  se apropie de „mersul în gol” pe când cel corespunzător lui  $R_2$  se apropie de „scurtcircuit” (relativ la sursă).

*Prof. Romulus Sfichi, Suceava*

**Ec12.** La bornele rețelei din figură, cu o infinitate de „zale”, se aplică tensiunea constantă  $U$ . Voltmetrele sunt identice și au rezistența  $R_V = R$ , egală cu rezistențele electrice  $R$  ale rezistorilor identici. Cât este suma tensiunilor indicate de ansamblul (infinat al) voltmetrelor?

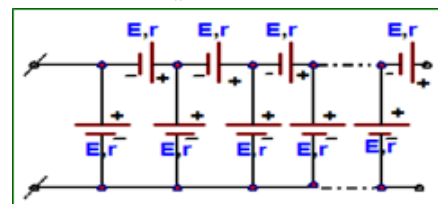


R:  $\sum_k U_k = 2U / (1 + \sqrt{5}) = U / \varphi$ ,

unde  $\varphi = (\sqrt{5} + 1) / 2 \cong 1,618...$  este ”numărul de aur”.

*Prof. Dumitru ANTONIE, Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

**Ec13.** Dintr-un număr foarte de mare de baterii identice (cu t. e. m.  $E$  și rezistența internă  $r$  fiecare) se construiește sursa reprezentată în figură, formată dintr-o infinitate de „zale” identice. Determinați caracteristicile acestei surse (t.e.m.  $E_x$  și rezistența internă  $r_x$ ).



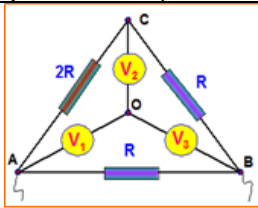
R:  $E_x = (E/2)(\sqrt{5} + 3)$ ;

$r_x = (r/2)(1 + \sqrt{5}) = r \cdot \varphi$ ,

unde  $\varphi = (\sqrt{5} + 1) / 2 \cong 1,618...$  este numărul de aur.

*Prof. Dumitru ANTONIE, Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

**Ec14.** Determinați indicațiile voltmetrelor  $V_1$  și  $V_2$ , știind că voltmetrul  $V_3$  indică tensiunea electrică  $U_3 = 12 \text{ V}$ . Toate cele trei voltmetre se consideră ideale, iar circuitul este alimentat prin punctele **A** și **B**.



R:  $U_1 = 15\text{ V}$ ;  $U_2 = 3\text{ V}$ .

Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu

**ELECTROMAGNETISM**

**Em1.** Într-un câmp magnetic neomogen, de inducție  $\vec{B} = kx$  ( $x > 0$ ), considerată într-un reper cartezian  $xOy$ , în care  $k$  este o constantă, este lansată o particulă de masă  $m$  și sarcină electrică  $q$  cu viteza inițială  $\vec{v}_0$  orientată pozitiv în sensul axei  $Ox$ . Dacă deplasarea maximă a particulei față de axa  $Ox$  este  $x_{\max}$ , ce valoare are  $v_0$ ?

R:  $v_0 = k \frac{q}{2m} x_{\max}^2$

\*\*\*

**Em2.** O spiră metalică omogenă de formă circulară de un anumit diametru, aflată în plan orizontal, în aer, este parcursă de un curent electric cu intensitatea constantă. Intensitatea câmpului magnetic într-un punct de pe axa verticală, definit prin distanța la centrul spirei, este de  $n$  ori mai mică decât intensitatea câmpului magnetic din centrul acesteia.

Considerând sistemul izolat (fără nicio influență exterioară), să se determine valoarea raportului între distanța la care se află punctul considerat și raza geometrică a spirei.

Aplicație numerică:  $n=8$ .

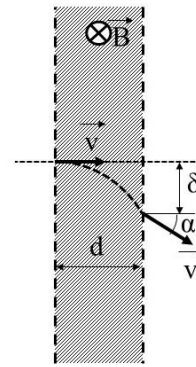
R:  $\frac{h}{r} = \sqrt[3]{n^2 - 1} = \sqrt{3}$

\*\*\*

**Em3.** Un proton (de masă  $m$  și sarcină electrică  $q$ ) se deplasează cu viteză  $v$  și pătrunde într-o zonă în care există un câmp magnetic omogen (vezi fig.) și extins pe distanța  $d$ .

1) Cunoscând deviația  $\delta$  de la traiectorie a protonului în urma trecerii prin regiunea cu câmp magnetic, să se determine inducția ( $B$ ) a acestuia;

2) Ce valoare are unghiul format de direcția vitezei la ieșire cu direcția inițială a vitezei protonului ( $\alpha$ )?



R: 1)  $B = \frac{2m\delta v}{q(d^2 + \delta^2)}$ ; 2)  $\alpha = \arcsin \frac{2\delta d}{d^2 + \delta^2}$

Prof. Romulus Sfichi, Suceava

**OSCILAȚII MECANICE**

**Oscm1.** Se consideră un pendul elastic alcătuit dintr-un resort mecanic ideal a cărui constantă elastică este  $k=10^3\text{ N/m}$ , de care este suspendat un corp de masă  $m=0,2\text{ kg}$ . Pendulul oscilează armonic cu faza inițială nulă cu amplitudinea  $A=6\text{ cm}$ . Să se determine impulsul pendulului la distanța  $y=2\text{ cm}$  față de poziția de echilibru și energia cinetică a pendulului în acel moment.

R:  $p = \sqrt{mk(A^2 - y^2)} = 0,8 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$ ;

$E_c = \frac{1}{2} k(A^2 - y^2) = 1,6\text{ J}$

\*\*\*

**Oscm2.** O sursă  $S$  de unde plane oscilează pe semidreapta  $Sx$  după relația:

$y(t, x) = A \sin \frac{\pi}{n} t(m)$

Dacă viteza de propagare a undelor este  $v$  (m/s), se cere:

- 1) Ecuația undei;
- 2) Diferența de fază între oscilațiile particulelor  $P$  și  $Q$  aflate la distanțele  $d_1$  și respectiv  $d_2$  de sursă.

R: 1)  $y(t, x) = A \sin \pi \left( \frac{t}{n} - \frac{x}{nv} \right)$ ;

2)  $\Delta_f = \frac{\pi}{nv} (d_2 - d_1)$

\*\*\*

**Oscm3.** Două corpuri de mase diferite  $m_1 \neq m_2$ , legate printr-un resort mecanic ideal, se află pe o masă orizontală și pe care pot

aluneca neglijând frecarea. Dacă primului corp de masă  $m_1$  i se imprimă o anumită viteză orientată spre al doilea corp, sistemul oscilează cu frecvența  $\nu$ . Să se determine constanta elastică ( $k$ ) a resortului și amplitudinea oscilațiilor dacă viteza imprimată primului corp este  $\vec{v}_0$ .

$$R: k = 4\pi^2\nu^2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}; A = \frac{v_0}{2\pi\nu}$$

\*\*\*

**Oscm4.** Un fir omogen și inextensibil, cu lungimea  $l=1,6$  m, este legat cu un capăt la una dintre ramurile unui diapazon așezat orizontal și care vibrează cu frecvența  $\nu=100$  Hz. Celălalt capăt al firului, trecut peste un scripete ideal, susține un taler mic de masă neglijabilă. Un corp mic cu masa  $m=0,176$  kg, pus pe taler, face ca pe o coardă să se formeze 4 ventre. Întregul dispozitiv se află în câmpul gravitațional terestru cu  $g=10$  m/s<sup>2</sup> (acclerația gravitațională). Ce masă are firul?

$$R: M = \frac{4mg}{l\nu^2} = 0,44 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

*Prof. Romulus Sfichi, Suceava*

**Oscm5.** Raportul lungimilor a două pendule gravitaționale este  $l_2/l_1=k$ , iar diferența frecvențelor lor de oscilație este  $\Delta\nu=\nu_1-\nu_2$ . Să se determine frecvențele de oscilație ale pendulelor respective.

*Aplicație numerică:*  $k=15$  și  $\Delta\nu=21$  Hz.

$$R: \nu_1 = \frac{\Delta\vartheta}{1 - \frac{1}{\sqrt{k}}} = 28 \text{ Hz}; \nu_2 = \frac{\Delta\vartheta}{\sqrt{k} - 1} = 7 \text{ Hz}$$

\*\*\*

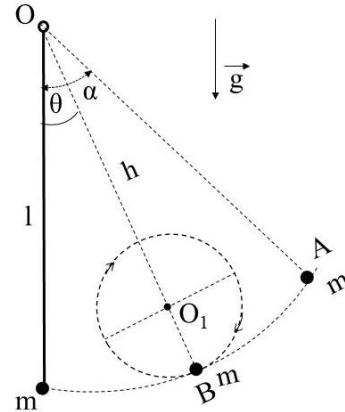
**Oscm6.** O strună a unui instrument muzical cu coarde are lungimea  $l=1$  m și masa  $m=50$  g, fiind supusă, prin înfășurare pe cuiul de strângere, la o tensiune mecanică  $T=871,2$  N. Cu ce frecvență fundamentală vibrează struna?

$$R: \vartheta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T}{ml}} = 66 \text{ Hz}$$

\*\*\*

**Oscm7.** Un pendul gravitațional ideal de lungime  $l$  (pendul matematic) execută oscilații cu o anumită amplitudine unghiulară  $\alpha$  în jurul poziției de echilibru – în plan vertical și în câmpul gravitațional terestru (acclerația gravitațională  $\vec{g}$ ). Masa pendulului este  $m$ , iar când firul formează cu verticala unghiul  $\theta < \alpha$ , el este fixat într-un punct  $O_1$  situat la distanța

$h$  de punctul de suspensie al pendulului,  $O$  (vezi fig.).

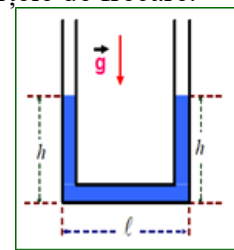


După fixarea firului, pendulul capătă o mișcare de rotație completă. Să se determine variația forței de întindere (tensiunii)  $\Delta T$  în fir funcție de  $h, l, \beta, m$  și  $g$ .

$$R: \Delta T = 2mg \frac{h}{l} \left( \frac{3}{2} + \cos \beta \right)$$

*Prof. Romulus Sfichi, Suceava*

**Oscm8.** O coloană de lichid, având lungimile (vezi figura,  $h, l, h$ , adică lungimea totală  $L=2h+l$ ) și densitate  $\rho$ , se află într-un tub vertical în formă de „U”, cu secțiunea egală peste tot. Se produce o mică denivelare a coloanei de lichid, după care aceasta este lăsată liberă. Demonstrați că mișcarea coloanei de lichid este oscilatorie armonică și determinați expresia perioadei de oscilație,  $T$ , cunoscând  $h, l$  și acclerația gravitațională locală  $g$ . Se neglijează forțele de frecare.

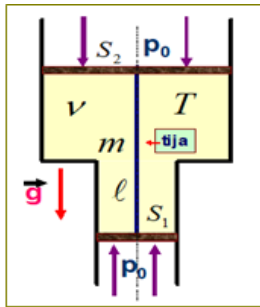


$$R: T = 2\pi \sqrt{\frac{2h+l}{2g}}$$

*Prof. Dumitru ANTONIE, Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

**Oscm9.** Două tuburi cilindrice, având ariile secțiunilor transversale  $S_1$  și  $S_2$  sunt confecționate ca în figura alăturată, axa longitudinală a celor doi cilindri coincidând cu direcția verticală. Cu ajutorul a două pistoane, legate rigid între ele, prin intermediul unei tije de lungime  $l$  se închid între ele  $\nu$  moli de gaz ideal, având temperatura absolută  $T$ .

Presiunea atmosferică în exterior este  $p_0$ . Masa totală a pistoanelor și tijei rigide este  $m$ . Dacă ansamblul pistoanelor și tijei este scos ușor din poziția de echilibru și este apoi lăsat liber, sistemul începe să oscileze. Determinați perioada micilor oscilații ale sistemului în funcție de mărimile fizice  $m, v, T, S_1, S_2, p_0$ , constanta universală a gazelor perfecte  $R$  și accelerația gravitațională  $g$ . Se neglijează forțele de frecare.

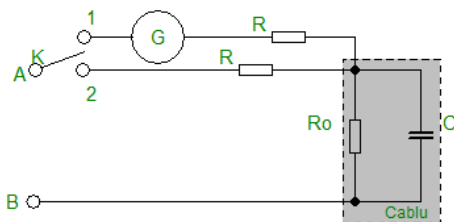


**R:** 
$$T = 2\pi \frac{\sqrt{m \cdot v \cdot R \cdot T}}{m \cdot g + p_0 \cdot (S_2 - S_1)}$$

*Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

### CURENȚI ELECTRICI VARIABILI

**Cev1.** Se consideră circuitul electric din figura alăturată, putând fi conectat între bornele A și B la tensiune electrică constantă și continuă.



Când întrerupătorul K se află pe poziția 1, în regim permanent, intensitatea curentului electric înregistrată de galvanometru trece prin rezistorul de rezistență electrică  $R$  și rezistența electrică de izolație a cablului,  $R_0$ , circuitul fiind pus, evident, sub tensiune. Pentru a limita (reduce) intensitatea curentului electric de extra-închidere (regimul tranzitoriu) la închiderea întrerupătorului K pe poziția 1, se conectează K mai întâi pe poziția 2 și numai după aceea (un timp  $\Delta t$ ) se trece instantaneu întrerupătorul pe poziția 1. Cunoscând capacitatea electrică  $C$  a cablului,  $R$  și  $R_0$ , se cere a se determina timpul  $\Delta t$  astfel încât intensitatea curentului electric ce trece prin

galvanometru să fie de  $k$  ori ( $k > 1$ ), cel mult, mai mare decât cea de regim permanent.

*Aplicație numerică:*  $R=2 \text{ k}\Omega$ ;  $R_0=80 \text{ M}\Omega$ ;  $C=1 \text{ }\mu\text{F}$  și  $k=3$ .

**R:** 
$$\Delta t = \frac{RR_0}{R + R_0} C \cdot \ln \frac{R_0}{(k - 1)R} \cong 19,8 \text{ ms}$$

*Prof. Romulus Sfichi, Suceava*

**Cev2.** O bobină de inductivitate  $L=0,1 \text{ H}$  este parcursă până la momentul  $t=0$  de un curent continuu cu intensitatea  $I=10 \text{ A}$ . La momentul  $t=0$ , bobina se scurtcircuitază. Constanta de timp a bobinei este  $\tau=0,01 \text{ s}$ . Să se determine:

- 1) Intensitatea curentului electric din bobină pentru timpul  $t > 0$ ;
- 2) Energia disipată în bobină prin efect Joule în intervalul de timp  $t \in (0, \infty)$ ;
- 3) Puterea electrică instantanee maximă disipată prin efect Joule.

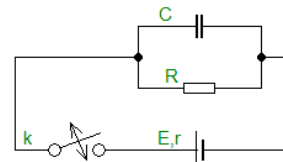
**R:** 1)  $i(t) = Ie^{-\frac{t}{\tau}} = 10e^{-100t} \text{ A}$ ;

2)  $W = \frac{LI^2}{2} = 5 \text{ J}$ ;

3)  $P_{\max} = \frac{L}{\tau} I^2 = 1000 \text{ W}$

*Prof. Romulus Sfichi, Suceava*

**Cev3.** Circuitul electric din figura alăturată este alcătuit din elemente ideale ( $R, C$ ) și o sursă de curent continuu având t.e.m.  $E$  și rezistența electrică interioară  $r$ . În momentul inițial, întrerupătorul  $k$  este deschis, iar condensatorul de capacitate electrică  $C$  este neîncărcat. Prin închiderea întrerupătorului  $k$ , condensatorul se încarcă acumulând energia maximă posibilă.



Să se determine raportul dintre energia acumulată în câmpul electric dintre armăturile condensatorului complet încărcat și energia disipată în circuit când se deschide întrerupătorul (cu condensatorul încărcat) în momentul în care viteza de variație a energiei din condensator atinge valoarea maximă.

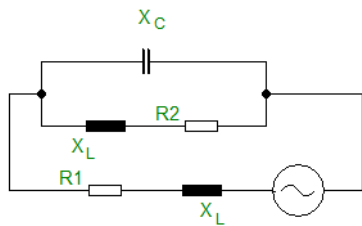
**R:**  $\frac{Q}{Q'} = n = 4$

*Prof. Romulus Sfichi, Suceava*



**CURENT ALTERNATIV**

**CA1.** Se dă circuitul electric cu structura din figura alăturată, alcătuit din elemente ideale: rezistori, bobine și condensatoare ( $R$ ,  $R_1$ ,  $X_L = \omega L$ ,  $X_C = 1/\omega C$ ).



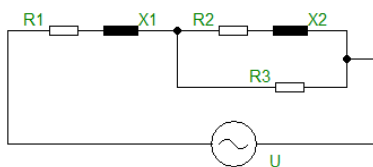
Circuitul este conectat la o tensiune alternativă sinusoidală de valoare efectivă constantă și pulsație ( $\omega$ ) variabilă ca mărime. Pentru ce valori ale pulsației  $\omega$  circuitul se află în stare de rezonanță?

**R:**  $\omega_{r1} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  (rezonanță de curenți) și

$$\omega_{r2} = \omega_{r1} \sqrt{R_2^2 \frac{C}{L} - 2}$$

*Prof. Romulus Sfichi, Suceava*

**CA2.** Se consideră circuitul electric din figura alăturată alcătuit din elemente ideale ( $R_1$ ,  $X_1$ ,  $R_2$ ,  $X_2$ ,  $R_3$ ), conectat la o tensiune alternativă sinusoidală de valoare efectivă și frecvență constante.



Să se determine valoarea rezistenței electrice  $R_1$  astfel încât intensitatea efectivă a curentului electric care trece prin impedanța formată din  $R_2$ ,  $X_2$  să fie defazată în urma tensiunii aplicate circuitului cu unghiul  $\pi/2$  radiani.

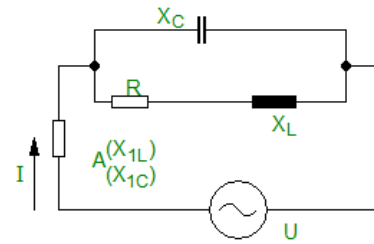
*Aplicație numerică:*  $X_1=14 \Omega$ ;  $R_2=5 \Omega$ ;  $R_3=20 \Omega$ .

**R:**  $R_1 = \frac{X_1 X_2 - R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 10 \Omega$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**CA3.** Circuitul electric din figura alăturată este alcătuit din elemente ideale caracterizate prin valorile  $R=X_C=20 \Omega$  și  $X=40 \Omega$ . Circuitul este conectat la tensiune alternativă sinusoidală de valoare efectivă  $U=200 V$ , iar

intensitatea efectivă a curentului electric absorbit este  $I=5 A$ .



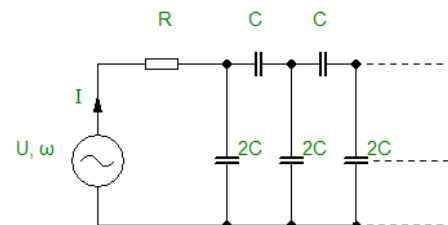
Impedanța  $A$  poate fi o reactanță pură inductivă ( $X_{1L}$ ) sau capacitivă ( $X_{1C}$ ). Să se determine valoarea raportului acestor reactanțe.

**R:**  $\frac{X_{1L}}{X_{1C}} = 4 + \sqrt{15} = 7,87$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**CA4.** Să se determine valoarea efectivă ( $I$ ) a intensității curentului electric din circuitul prezentat în figura alăturată, alcătuit din elemente ideale ( $R$ ,  $C$ ) și conectat la o sursă de tensiune alternativă sinusoidală de valoare efectivă  $U$  și pulsație  $\omega$ , în două situații:

- 1) Când circuitul are doar 5 condensatoare ca în figură;
- 2) Când lanțul de condensatoare este infinit.



**R:** 1)  $I = \frac{\omega CU}{\sqrt{\left(\frac{30}{11}\right)^2 + \omega^2 R^2 C^2}}$  ;

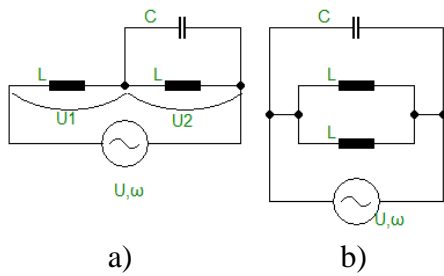
2)  $I = \frac{\omega CU}{\sqrt{\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 + \omega^2 R^2 C^2}}$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**CA5.** În figura alăturată sunt prezentate două circuite electrice în configurații diferite, dar alcătuite din aceleași elemente ideale ( $L$  și  $C$ ) alimentate la aceeași tensiune alternativă sinusoidală de amplitudine și pulsație constante.

Să se arate că valoarea capacității electrice  $C$  pentru care circuitul din fig. b se află în stare de rezonanță corespunde egalității tensiunilor efective  $U_1=U_2$  din fig. a. Ce valoare are

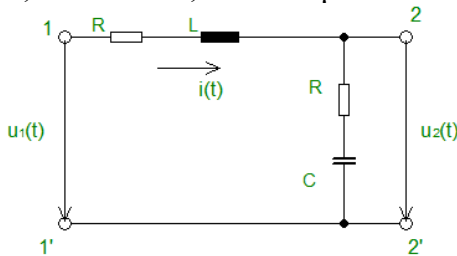
această capacitate în funcție de pulsația  $\omega$  a tensiunii de alimentare și inductanțele bobinelor  $L$ ?



R:  $C = \frac{2}{\omega^2 L}$

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

**CA6.** Se consideră circuitul electric din figura alăturată, alcătuit din elemente ideale  $R=1 \Omega$ ,  $L=10/\pi$  mH,  $C=10^4/\pi$   $\mu$ F.



Circuitul este conectat la tensiunea alternativă  $u_1(t) = 100\sqrt{2}(\sin \omega t + \sin 3\omega t)$ ,  $\omega=2\pi\nu$ ,  $\nu=50$  Hz. Să se determine:

- 1) Valoarea instantanee a intensității curentului din circuit  $i(t)$ ;
- 2) Valoarea instantanee a tensiunii  $u_2(t)$ ;
- 3) Puterile electrice consumate în circuit.

R:

1)  $i(t) = 10\sqrt{2}[5 \sin \omega t + 3 \sin(3\omega t - 53^\circ 10')]$ ,

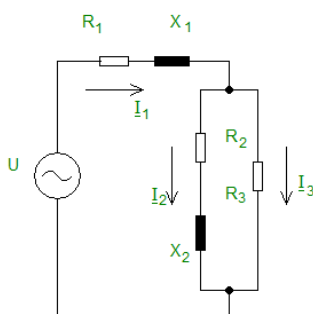
$\omega \cong 314 \text{ s}^{-1}$ ;

2)  $u_2(t) = 20[5 \sin(\omega t - 45^\circ) + \sqrt{5} \sin(3\omega t - 71^\circ 35')]$ ;

3)  $P=6,8 \text{ kW}$ ;  $Q=2,4 \text{ kvar}$ ;  $D=4 \text{ kvad}$ .

\*\*\*

**CA7.** Se dă circuitul electric din figura alăturată, alcătuit din elemente ideale  $R_1=10 \Omega$ ,  $X_1=14 \Omega$ ,  $R_2=5 \Omega$ ,  $X_2=25 \Omega$  și  $R_3=20 \Omega$  și alimentat la tensiune alternativă sinusoidală de valoare efectivă  $U=220 \text{ V}$ .

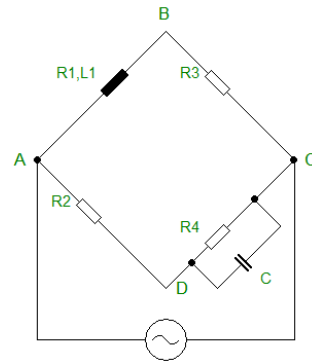


Să se determine valorile efective ale intensităților curentilor electrice din circuit.

R:  $I_1 \approx 15,51 \text{ A}$ ;  $I_2 \approx 5,01 \text{ A}$ ;  $I_3 = 3,92 \text{ A}$ .

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

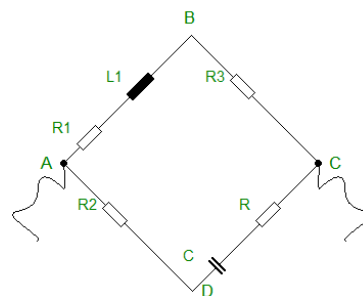
**CA8.** Să se stabilească condițiile de echilibru ale punții din figura alăturată alcătuită din elemente ideale ( $R_1, R_2, R_3, R_4, L$  și  $C$ ) și alimentată la tensiune alternativă sinusoidală.



R:  $R_1 R_4 = R_2 R_3 = \frac{L_1}{C}$ ;

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

**CA9.** Puntea din figura alăturată este alimentată la tensiune alternativă sinusoidală de pulsație  $\omega$  între punctele A și C. Cunoscându-se  $L_1, R_1, R_2$  și  $R_3$  ca elemente ideale, să se calculeze  $R$  și  $C$  corespunzătoare echilibrului punții.



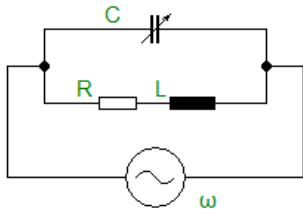
R:  $R = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}$ ;

$C = \frac{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}{\omega^2 L_1 R_2 R_3}$

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

**CA10.** Un receptor cu puterea electrică activă  $P$ , cu caracter inductiv (circuit echivalent RL serie), este alimentat la tensiune alternativă sinusoidală de valoare efectivă  $U$ . Pentru a micșora defazajul curent-tensiune din circuit de la unghiul  $\varphi_1$  la  $\varphi < \varphi_1$ , în paralel cu receptorul se conectează un condensator de capacitate electrică  $C$ . Având în vedere că  $\varphi$

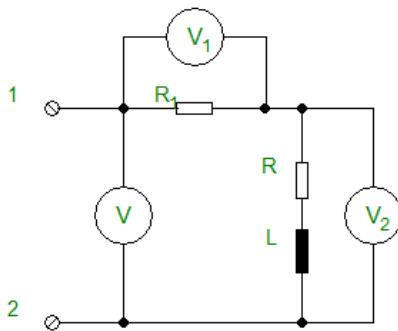
este unghiul de defazaj curent-tensiune al ansamblului receptor-condensator (vezi fig.) și  $\omega = 2\pi\nu$ , să se determine frecvența ( $\nu$ ) a tensiunii de alimentare.



$$R: \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{P}{CU} (\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi)}$$

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

**CA11.** Se consideră circuitul electric din figura alăturată în care elementele sunt ideale ca și aparatele de măsură.



Cunoscând tensiunile efective sinusoidale din circuit,  $U_{12}=U$ ,  $U_1$  și  $U_2$  precum și  $R_1$ , să se determine  $R$  și  $L$ .

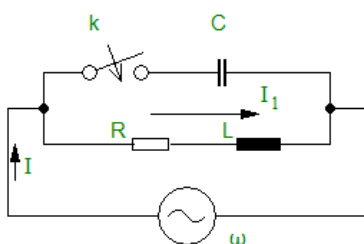
Aplicație numerică:  $U_1=40$  V;  $U_2=30$  V;  $U=60$  V și  $R_1=10$  Ω.

$$R: R = \frac{R_1}{2U_1^2} [U^2 - (U_1^2 + U_2^2)] \cong 3,43 \Omega;$$

$$L = \frac{1}{2\pi\theta} \sqrt{\frac{U_2^2 R_1^2}{U_1^2} - R^2} \cong 21,4 \Omega$$

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

**CA12.** Se consideră circuitul electric din figura alăturată alcătuit din elemente ideale (RLC) și conectat la o sursă de tensiune alternativă sinusoidală cu valoarea efectivă constantă și pulsație variabilă,  $\omega = (0, \infty)$ .

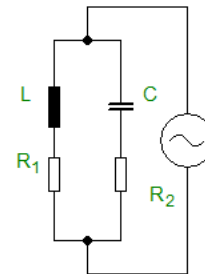


Să se determine relația dintre  $R$ ,  $L$  și  $C$  pentru care pulsațiile la care au valori maxime, unghiul de defazaj al circuitului și raportul între  $I_1$  și  $I$  sunt egale. Se precizează că  $I_1$  și  $I$  sunt valorile efective ale intensităților curenților electrici (vezi fig.) în situația în care  $k$  este deschis și, respectiv, când  $k$  este închis,  $k$  fiind un întrerupător. Se consideră  $Z$  ca fiind impedența caracteristică a circuitului.

$$R: R = 2 \sqrt{\frac{L}{C}} = 2Z$$

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

**CA13.** Se dă circuitul electric de curent alternativ alcătuit din elemente ideale  $R_1, R_2, L$  și  $C$ , conectat la o tensiune alternativă sinusoidală de amplitudine constantă și pulsație variabilă (vezi fig.).



Să se determine impedența electrică echivalentă a circuitului atunci când acesta se află în stare de rezonanță.

Aplicație numerică:  $R_1=8$  Ω;  $R_2=1$  Ω;  $L_1=0,1$  H și  $C=10^3$  μF.

$$R: Z_e = \sqrt{\frac{(R_1 R_2 + \frac{L}{C})^2 + (\omega_r R_2 L - \frac{R_1}{\omega_r C})^2}{(R_1 + R_2)^2 + (\omega_r L - \frac{1}{\omega_r C})^2}} \cong$$

$\cong 12 \Omega$ , în care  $\omega_r = k\omega_0 \cong 60 \text{ s}^{-1}$  (pulsația de rezonanță a curenților) cu:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cong 100 \text{ s}^{-1}$$

și

$$k = \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R_1^2}{\frac{L}{C} - R_2^2}} \cong \frac{3}{5}$$

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

## OPTICĂ

**O1.** O rază de lumină monocromatică, venind prin aer, cade pe fața unei prisme optice de secțiune triunghiulară, pe care o traversează

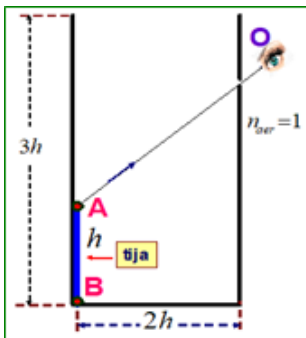
sub un unghi de deviație  $\delta$ . Cunoscând indicele de refracție al materialului prisme  $n$  și faptul că unghiul de incidență al razei luminoase este egal cu unghiul refringent ( $A$ ) al prisme, să se determine valoarea acestui unghi.

$$R: A = \arccotg \left[ \sqrt{\left(\frac{n}{\sin \delta}\right)^2 - 1} - \frac{1}{\sin \delta} \right]$$

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

**O2.** Un observator  $O$  poate vedea printr-un mic orificiu (așa cum este prezentat schematic în figura alăturată), capătul superior  $A$  al unei tije subțiri de lungime  $h$ , așezată vertical într-un pahar cilindric cu suprafața laterală subțire, dar opacă. Raza paharului cilindric este egală cu  $h$ , iar înălțimea este  $H = 3 \cdot h$ .

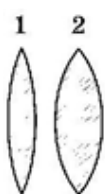
Dacă în pahar se toarnă un lichid până la înălțimea  $2 \cdot h$ , observatorul privind pe aceeași direcție observă în acest caz capătul inferior al tije  $B$ . Determinați indicele de refracție absolut  $n$  al lichidului introdus în pahar ( $n_{aer} = 1$ ).



$$R: n = \sqrt{2,5}$$

Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu

**O3.** Lentilele biconvexe, simetrice, 1 și 2, reprezentate în figură, sunt confecționate din materiale transparente cu indici de refracție diferiți,  $n_1$ , respectiv  $n_2$ . Razele de curbură ale fețelor sferice ale lentilelor satisfac relația



$R_1 = k \cdot R_2$ , unde  $k$  este un număr supraunitar. Ce relație de legătură există între  $n_1$  și  $n_2$  dacă se știe că, în aer ( $n_{aer} = 1$ ), lentilele au aceeași distanță focală?

$$R: kn_2 - n_1 = k - 1$$

Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu

**O4.** Un sistem optic format dintr-o lentilă divergentă și una convergentă dispuse cu centrele optice pe același ax optic principal, la distanța  $b = 4$  cm una de alta, formează o imagine reală pentru un obiect situat la distanța  $a = 6$  cm în fața lentilei divergente. Mărirea transversală este  $\gamma = 1/8$ . Imaginea se formează pe un ecran ce se află la distanța  $c = 3$  cm în spatele lentilei convergente. Realizați o construcție care să vă permită localizarea focarelor celor două lentile precum și determinarea distanțelor focale corespunzătoare.

$$R: f_1 = ab\gamma/[c - \gamma(a + b)] = 12/7 \text{ cm};$$

$$f_2 = bc/(b + c - \gamma a) = 48/25 \text{ cm}$$

Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu

**O5.** Dacă cele două lentile ale unei foste lunete Kepler, care avea mărirea transversală  $\gamma_T = 4$ , s-ar lipi, s-ar putea obține un dublet cu distanța focală  $F = 1,6$  cm. Posesorul acestor lentile se hotărăște însă să construiască cu ajutorul lor un microscop care să furnizeze o mărire transversală  $\gamma_M = 25$ . Ce lungime ar fi necesară pentru tubul acestui microscop, la capetele căruia s-ar monta, ca „ocular”, respectiv ca „obiectiv”, cele două lentile?

$$R: L = \frac{F}{\gamma_T} (1 + \gamma_T)^2 [1 + F \frac{\gamma_M}{d_0}] = 26 \text{ cm}, \text{ unde}$$

$d_0 = 25$  cm este distanța vederii distincte a ochiului uman normal.

Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu

## FIZICĂ MODERNĂ

**Fm1.** Un nucleu de uraniu-235 produce prin fisiune o energie de cca 200 MeV. Ce cantitate de cărbune cu puterea calorică de  $8 \cdot 10^3$  kcal/kg echivalează un kg de uraniu-235?

$$R: 2\,459\,000 \text{ kg}$$

\*\*\*

**Fm2.** Două rigle identice, fiecare cu lungimea proprie  $\ell_0$  se mișcă pe aceeași direcție, în sensuri opuse, una în întâmpinarea celeilalte, cu același modul al vitezelor lor față de sistemul  $K$  al laboratorului:  $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$ .

Ce lungime are fiecare riglă în sistemul de referință legat de cealaltă riglă?

$$\mathbf{R:} \ell'_1 = \ell'_2 = \ell_0 \frac{c^2 - v^2}{c^2 + v^2}$$

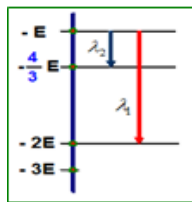
*Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

**Fm3.** O particulă aflată în repaus, cu masa de repaus  $M$ , se dezintegrează în două particule cu masele de repaus  $M/2$ , respectiv  $M/4$ . a.) Să se determine energiile cinetice ale produșilor de dezintegrare; b.) Să se arate că vitezele acestor produși au valori subluminoase.

$$\mathbf{R:} E_{c1} = (3/32) \cdot Mc^2; E_{c2} = (5/32) \cdot Mc^2$$

*Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

**Fm4.** Nivelele de energie ale unei molecule sunt prezentate în diagrama energetică alăturată. Determinați raportul lungimilor de undă  $\lambda_2/\lambda_1$ .



$$\mathbf{R:} t \approx 740 \text{ ani}$$

*Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

**Fm5.** Un electrod plan de aluminiu este iluminat cu o radiație ultravioletă având lungimea de undă  $\lambda = 83 \text{ nm}$ . La ce *distanță maximă*  $\ell_{\text{max}}$  se vor îndepărta fotoelectronii emiși de electrod dacă în exteriorul său se află un câmp electric de frânare perpendicular pe

plan, cu intensitatea  $E = 7,5 \text{ V/cm}$ ? Lungimea de undă de prag pentru aluminiu este  $\lambda_{\text{prag}} = 332 \text{ nm} = \lambda_0$ . Constantele universale  $h$ ,  $c$  și  $e$  se presupun cunoscute.

$$\mathbf{R:} \ell_{\text{max}} = (hc/eE)[1/\lambda - 1/\lambda_0] = 1,5 \text{ cm}$$

*Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

**Fm6.** Dispunem de doi fotocatozi  $K_1$  și  $K_2$ , având lucrurile de extracție  $L_1$  și respectiv  $L_2$ . Iluminând catodul  $K_1$  cu radiația  $\lambda_1$ , putem stopa fotoelectronii cu o tensiune  $U_1$ . Iluminând catodul  $K_2$  cu radiația  $\lambda_2$ , putem să stopăm fotoelectronii cu o tensiune  $U_2$ . Cu ce tensiune putem stopa fotoelectronii emiși de catozii  $K_1(K_2)$  dacă ei sunt iluminați cu radiațiile  $\lambda_2(\lambda_1)$ ? Să se arate că suma tensiunilor de stopare din noua situație este aceeași ca în situația inițială. Precizăm că lungimile de undă  $\lambda_1$  și  $\lambda_2$  nu sunt date ale problemei.

*Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*

**Fm7.** Un același fotocatod este iluminat succesiv cu radiații având lungimea de undă  $\lambda_1 = 300 \text{ nm}$ , respectiv  $\lambda_2 = 600 \text{ nm}$ . În primul caz, *viteza maximă* a fotoelectronilor este de  $n=2$  ori mai mare decât în al doilea caz. Determinați lucrul de extracție  $L_{\text{extr}}$  al fotoelectronului.

$$\mathbf{R:} L_{\text{extr}} = (hc/\lambda_1\lambda_2) \cdot [(n^2\lambda_1 - \lambda_2)/(n^2 - 1)] = 2,2 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 1,4 \text{ eV}$$

*Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2 Tg.-Jiu*



UNA PE NUMĂR

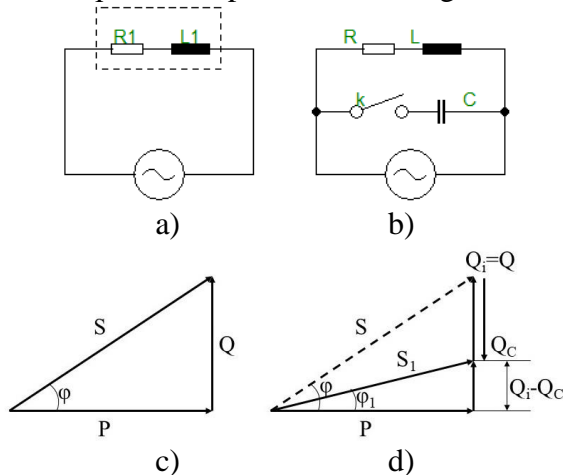
Este corectă afirmația?

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

În multe manuale de fizică, dar mai ales în cele privitoare la Bazele electrotehnicii (sau „Utilizare a energiei electrice”, „Rețele electrice” etc.), la capitolul de compensare a energiei electrice reactive prin „ameliorarea (îmbunătățirea) factorului de putere al instalațiilor consumatoare de energie electrică (cu receptoare inductive)” prin folosirea condensatoarelor statice, montate în baterie, în paralel cu instalația de utilizare, se face afirmația că valoarea factorului de putere (în regim permanent sinusoidal „cosφ”, φ fiind unghiul de defazaj curent-tensiune la consumator) al consumatorului crește de la... la...

Este corectă afirmația? Deși problema este cât se poate de simplă, de cele mai multe ori nici personalul tehnico-ingineresc în specialitate nu sesizează greșeala. Răspunsul este că afirmația NU este corectă.

Să explicăm răspunsul nostru negativ.



Un consumator (receptor inductiv) poate fi reprezentat echivalent cu o bobină (RL serie ca în fig. a). În această situație, puterea reactivă a bobinei este:

$$Q = P \operatorname{tg} \varphi \tag{1}$$

în care cu P s-a notat puterea electrică activă a consumatorului (instalației de utilizare), iar cu φ – unghiul de defazaj curent-tensiune în regimul sinusoidal permanent de funcționare pe care îl avem în vedere (vezi triunghiul puterilor din fig. c, în care prin S s-a notat puterea aparentă a consumatorului).

Dacă în paralel cu consumatorul se montează un condensator (respectiv o baterie

de condensatoare statice) de capacitate electrică C, prin intermediul unui întrerupător k (fig. b), triunghiul puterilor ansamblului consumator-condensator devine cel din fig. d. Puterea reactivă inductivă scade urmare a puterii reactive capacitive de sens contrar  $Q_C$ , astfel că:

$$Q - Q_C = P \operatorname{tg} \varphi_1, \varphi_1 < \varphi, \cos \varphi_1 > \cos \varphi \tag{2}$$

În consecință, unghiul de defazaj curent-tensiune scade ( $\varphi_1 < \varphi$ ), iar factorul de putere al ansamblului consumator-condensator (baterie) crește și, ca urmare, nu factorul de putere natural al consumatorului crește ( $\cos \varphi$ ), ci crește factorul de putere al instalației de ansamblu ( $\cos \varphi_1 > \cos \varphi$ ).

Evident,  $S_1 < S$ , puterea aparentă a aceluiași ansamblu scade cu menținerea puterii active a consumatorului. Consecința constă în scăderea pierderilor de putere și energie în instalațiile furnizorului de energie (ce deține sursele și circuitele de alimentare – de regulă linii electrice aeriene sau subterane cu sau fără posturi de transformare – depinde de tensiunea de alimentare față de tensiunea electrică de utilizare). Acesta este și obiectivul tehnico-economic urmărit în gospodăria electroenergetică, mai ales a marilor consumatori industriali, privind „ameliorarea (îmbunătățirea) factorului de putere al instalațiilor electrice de utilizare”.

Din (1) și (2), dacă se pune problema determinării puterii reactive a condensatorului (bateriei) care conduce la  $\cos \varphi_1 > \cos \varphi$ , rezultă:

$$Q_C = P \cdot (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi_1) \tag{3}$$

În fine, dacă se cunoaște valoarea efectivă a tensiunii alternative sinusoidală de alimentare (U) și frecvența ν a acesteia, din (3) rezultă capacitatea condensatorului (bateriei):

$$Q_C = \frac{U^2}{X_C} = U^2 C \omega = 2\pi \nu U^2 C \tag{4}$$

Substituind (4) în (3) și explicitând C, se obține:

$$C = \frac{P}{2\pi \nu U^2} (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi_1) \tag{5}$$

Trecerea de la tg φ, respectiv tg φ<sub>1</sub> la cos φ și respectiv cos φ<sub>1</sub> nu constituie decât un exercițiu de trigonometrie pe care îl lăsăm în seama cititorului.

## B. MATEMATICĂ APLICATĂ

MOTTO: În fiecare știință există atâta adevăr după câtă matematică are.

Kant

### ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ PRIVIND CÂMPUL DE VECTORI

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

#### 1. Derivata unui vector

Se numește derivata unui vector  $\vec{A}$ , ca funcție de o variabilă scalară, de exemplu de timp  $\vec{A}(t)$ , vectorul:

$$\frac{d\vec{A}(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{A}(t + \Delta t) - \vec{A}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{A}}{\Delta t} \quad (1)$$

Știind că, analitic, vectorul  $\vec{A}$  se poate pune sub forma:

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k} \quad (2)$$

în care  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  sunt vectorii unitari (versorii) unui sistem de axe ortogonale Oxyz, iar  $\vec{A}_x, \vec{A}_y, \vec{A}_z$  sunt vectorii-proiecții după cele trei direcții (necoplanare).

Ținând seama de (2), derivata (1) a unui vector se poate reduce la derivarea unor funcții scalare:

$$\frac{d\vec{A}(t)}{dt} = \frac{dA_x}{dt} \vec{i} + \frac{dA_y}{dt} \vec{j} + \frac{dA_z}{dt} \vec{k} \quad (3)$$

Așadar, derivata componentelor vectorului  $\vec{A}$  sunt tocmai componentele vectorului  $d\vec{A}/dt$ .

În unele cazuri se aplică aceleași reguli de derivare ca și la funcțiile scalare. Astfel, dacă vectorul are expresia  $k(t) \vec{A}(t)$ , în care  $k(t)$  este o funcție scalară, atunci:

$$\frac{d(k\vec{A})}{dt} = \frac{dk}{dt} \vec{A} + \frac{d\vec{A}}{dt} k \quad (4)$$

Alte câteva reguli de derivare sunt:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt}(\vec{A} + \vec{B}) &= \frac{d\vec{A}}{dt} + \frac{d\vec{B}}{dt} \\ \frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \vec{B}) &= \frac{d\vec{A}}{dt} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \frac{d\vec{B}}{dt} \\ \frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B}) &= \frac{d\vec{A}}{dt} \times \vec{B} + \vec{A} \times \frac{d\vec{B}}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Ultimele două derivate din (5) se referă, evident, la derivata produsului scalar, respectiv vectorial, a doi vectori ( $\vec{A}$  și  $\vec{B}$ ).

#### 2. Câmp de vectori

În cele mai frecvente situații, o mărime fizică este definită în fiecare punct al unei anumite zone din spațiu, depinzând de poziția acestui punct; atunci, în acea zonă (regiune), există ceea ce numim *un câmp*.

Dacă fiecărui punct din zona respectivă i se poate atașa un scalar  $U(x, y, z)$  care depinde de coordonatele punctului considerate în sistemul spațial de axe ortogonale de coordonate Oxyz, atunci  $U(x, y, z)$  este o funcție scalară de punct și în zona considerată există un *câmp de scalari* (câmp scalar). Așa este, de pildă, temperatura unui corp considerată ca o funcție de coordonate spațiale.

Dacă fiecărui punct i se poate atașa un vector  $\vec{A}(x, y, z)$ , care este funcție de coordonatele punctului considerat, atunci  $\vec{A}(x, y, z)$  este o funcție vectorială de punct, iar în acea zonă din spațiu există un *câmp de vectori* (câmp vectorial). Așa este, de exemplu, viteza cu care se deplasează particulele unui gaz în mișcare.

Deseori, câmpurile scalare se reprezintă grafic cu ajutorul *suprafețelor de nivel*; pe fiecare din acestea scalarul are aceeași valoare. În cazul a două dimensiuni, rolul suprafețelor de nivel îl au *curbele de nivel*, pe care  $U=U_1, U=U_2, \dots$  etc.

Un câmp vectorial se reprezintă, deseori, prin *linii de câmp* pentru a obține un tablou calitativ asupra acestuia. Prin *linie de câmp (de forță)* se înțelege o curbă care are proprietatea că în fiecare punct al acesteia tangenta are aceeași direcție ca și vectorul câmp ( $\vec{A}$ ) în acel punct. Toate liniile de câmp care se sprijină pe un contur închis descriu o suprafață tubulară numită *tub de câmp* (sau *tub de forță*).

În fiecare punct al unui tub de câmp, vectorul  $\vec{A}(x,y,z)$  este tangent la suprafața acestuia.

### 3. Gradientul unui câmp scalar

Fie o funcție scalară  $U(x,y,z)$  continuă și derivabilă în punctul  $M$  (definit într-un sistem de referință cartezian prin coordonatele  $x, y, z$ ). În orice punct  $M'$  care se află la distanța elementară  $d\vec{l}$  de punctul  $M$ , valoarea lui  $U$  va suferi o variație care se va exprima cu ajutorul derivatelor parțiale  $\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}$ . Variația elementară pe care o suferă funcția  $U(x,y,z)$  când se trece din punctul  $M$  în  $M'$  se exprimă astfel:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz \quad (6)$$

Expresia (6) se poate scrie sub o formă mai concentrată prin introducerea *gradientului*  $U$ , simbol  $grad U$ , care este un vector:

$$grad U = \vec{i}U'_x + \vec{j}U'_y + \vec{k}U'_z = \vec{i}\frac{\partial U}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial U}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial U}{\partial z}$$

Acest vector este independent de sensul sistemului de referință; de exemplu, dacă se schimbă sensul lui  $Oz$ , se schimbă concomitent atât sensul lui  $\vec{k}$ , cât și semnul derivatei  $\frac{\partial U}{\partial z}$ . Dar

$$dU = grad U \vec{dl} \quad (7)$$

Dacă  $M$  suferă o deplasare elementară  $\vec{dl}$  pe o suprafață de nivel  $S$  a câmpului scalar  $U(x,y,z)$  (vezi fig. 1), dat fiind că în acest caz  $U(x,y,z)=const.$ , (8) devine:

$$grad U \vec{dl} = 0 \quad (8)$$

și deci vectorul  $grad U$  este normal la suprafața de nivel a câmpului scalar.

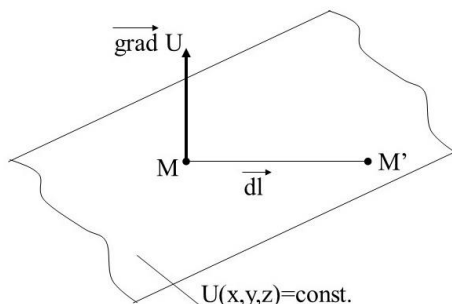


fig. 1

Dacă punctul  $M$  se deplasează cu  $\vec{dl} = \vec{dn}$  până în  $M'$  după normala la suprafața de nivel

în punctul  $M$ , în sensul  $U$  crescător (fig.2), rezultă:

$$|grad U| = \frac{\partial U}{\partial n} \quad (9)$$

care poartă denumirea de *derivată normală* a lui  $U$ .

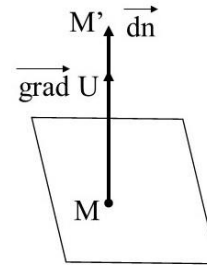


fig. 2

Dacă deplasarea are loc după o direcție oarecare, atunci (7) conduce la:

$$dU = grad U \vec{dl} = grad U dl \cos\theta, \theta = \angle(\vec{n}, \vec{dl})$$

și

$$\frac{\partial U}{\partial l} |grad U| \cos\theta = \frac{\partial U}{\partial n} \cos\theta \quad (10)$$

Vectorul  $grad U$  este independent de alegerea sistemului de referință. Gradientul este caracteristic unui câmp scalar și constituie un câmp de vectori asociat unei funcții scalare de punct.

### Circulația unui vector potențial

Circulația unui vector  $\vec{A}$  de-a lungul unei curbe orientate  $\Gamma$  având extremitățile în  $M_1$  și  $M_2$  este integrala:

$$\int_{M_1}^{M_2} \vec{A} \cdot \vec{dl} \quad (11)$$

Aceasta reprezintă o extindere a noțiunii de lucru mecanic la un vector oarecare. Când curba  $\Gamma$  este închisă, se folosește notația:

$$\oint_{\Gamma} \vec{A} \cdot \vec{dl} \quad (12)$$

Dacă vectorul  $\vec{A}$  este gradientul unei funcții scalare, adică derivă dintr-un scalar prin relația:

$$\vec{A} = grad U \quad (13)$$

circulația depinde numai de pozițiile punctelor  $M_1$  și  $M_2$  deoarece:

$$\int_{M_1}^{M_2} \text{grad}U \vec{dl} = \int_{M_1}^{M_2} dU = U_2 - U_1 \quad (14)$$

Atunci când conturul de integrare  $\Gamma$  este închis, circulația este nulă, dacă

$$\vec{A} = -\text{grad}V \quad (15)$$

în care  $V=-U$  este potențialul scalar uniform din care derivă vectorul  $\vec{A}$ , componentele acestuia având expresiile:

$$A_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, A_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, A_{xz} = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad (16)$$

iar (14) devine

$$\int_{M_1}^{M_2} \text{grad}V \vec{dl} = V_1 - V_2 \quad (17)$$

Condițiile necesare ca un vector  $\vec{A}$  să derive dintr-un scalar  $U$  se determină prin condițiile:

$$\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} = 0; \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} = 0; \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} = 0 \quad (18)$$

Câmpurile vectoriale care se pot reprezenta ca drept gradient de funcții scalare poartă denumirea de *câmpuri conservative*.

### Fluxul și divergența unui vector. Teorema divergenței.

Să ne imaginăm un element de suprafață  $ds$  și PQ normala la acest element, pe care s-a ales, în sensul pozitiv, un vector unitar  $\vec{n}$  (fig. 3).

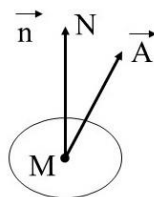


fig. 3

Prin definiție, fluxul  $d\Phi$  al vectorului  $\vec{A}$  prin elementul de suprafață  $ds$  este:

$$d\Phi = A ds \cos\alpha = \vec{A} \cdot \vec{n} ds = \vec{A} \cdot \vec{ds} \quad (19)$$

în care  $\alpha = \angle(\vec{A}, \vec{n})$  și  $\vec{ds} = \vec{n} ds$ .

Ca urmare, fluxul vectorului  $\vec{A}$  printr-o suprafață finită  $s$  se obține integrând:

$$\int_s \vec{A} \cdot \vec{ds} = \int_s \vec{A} \cdot \vec{n} ds \quad (20)$$

Dacă  $\vec{A}$  este suma mai multor vectori, fluxul elementar este suma algebrică a fluxurilor elementare ale vectorilor componenți. De asemenea, fluxul  $\Phi$  al vectorului rezultat  $\vec{A}$  printr-o suprafață oarecare  $s$  este suma fluxurilor vectorilor componenți prin acea suprafață.

Fluxul total al vectorului  $\vec{A}$ , prin suprafața unui cub elementar având laturile  $dx, dy, dz$  paralele cu axele de coordonate, are expresia:

$$d\Phi = \left( \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) d\tau \quad (21)$$

în care  $d\tau = dx dy dz$  reprezintă volumul cubului elementar. Expresia din paranteza membrului din dreapta (21) poartă denumirea de *divergența vectorului  $\vec{A}$*  (într-un punct al unui câmp de vectori și care este un scalar):

$$\text{div}\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (22)$$

Expresia (21) se transcrie astfel sub forma:

$$d\Phi = \text{div}\vec{A} d\tau \quad (23)$$

După cum se observă, divergența nu depinde de alegerea sistemului de axe de coordonate și are un caracter intrinsec bine definit.

Generalizând (23) ținând seama de (20), pentru un volum  $\tau$  închis într-o suprafață  $s$ , se obține identitatea:

$$\int_s \vec{A} \cdot \vec{ds} = \int_\tau \text{div}\vec{A} d\tau \quad (24)$$

care exprimă *teorema divergenței* (Green-Ostrogradski).

Dacă fluxul vectorului  $\vec{A}$  printr-o suprafață închisă  $s$  oarecare este nul, se spune că fluxul vectorului  $\vec{A}$  este *conservativ* și că  $\vec{A}$  este un *vector de flux conservativ*. În acest caz, din (24) rezultă că  $\text{div}\vec{A}=0$  în toate punctele câmpului.

Și reciproca este adevărată: dacă un vector are divergența nulă, fluxul acestuia este conservativ. Un câmp vectorial cu divergența nulă poartă denumirea de *câmp solenoidal*.

Într-un câmp vectorial de flux conservativ, fluxul printr-o suprafață bilaterală (care nu este închisă) nu depinde decât de conturul care o limitează.

**Rotorul unui vector. Teorema lui Stokes.**

Dacă condițiile (18) nu sunt îndeplinite, atunci expresiile

$$\left. \begin{aligned} B_x &= \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}; B_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}; \\ B_z &= \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

pot fi componente ale unui vector  $\vec{B}$  care este legat de  $\vec{A}$  prin relația:

$$\text{rot } \vec{A} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{bmatrix} = \vec{B} \quad (26)$$

sau

$$\text{rot } A = \vec{i} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \quad (27)$$

Una dintre proprietățile fundamentale ale rotorului unui vector constă în faptul că fluxul acestuia este conservativ în toate zonele în care este continuu și derivabil.

Într-adevăr, se poate verifica prin calcul că:

$$\text{div } \vec{B} (\text{rot } \vec{A}) = 0 \quad (28)$$

Este demonstrabilă și proprietatea inversă: dacă divergența unui vector  $\vec{B}$  este nulă, înseamnă că acesta se deduce dintr-un alt vector  $\vec{A}$  prin operatorul *rot*, iar  $\vec{A}$  este un *potențial vector* din care derivă  $\vec{B}$ .

*Teorema lui Stokes* afirmă că circulația vectorului  $\vec{A}$  de-a lungul unui contur închis  $\mathcal{C}$  este egală cu fluxul vectorului  $\text{rot } \vec{A}$  printr-o suprafață  $s$  care se sprijină pe conturul  $\mathcal{C}$  și se exprimă prin egalitatea:

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_s \text{rot } \vec{A} \cdot d\vec{s} \quad (29)$$

în care  $d\vec{l}$  este elementul de arc al conturului  $\mathcal{C}$ . În vederea aplicării teoremei lui Stokes este necesar să se respecte o convenție privind legătura între sensul pozitiv al normalei la orice punct de pe suprafața  $s$  și sensul pozitiv de parcurs al conturului. În cazul unui contur plan, dacă mânerul burghiului (fig. 4) se rotește în sensul pozitiv ales al circulației pe contur,

sensul pozitiv al normale este indicat de sensul de înaintare al burghiului.

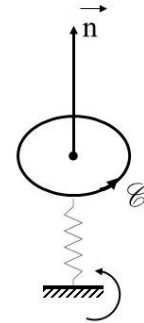


fig. 4

Expresia (29) arată că rotorul dă o măsură a circulației și, invers, că rotorul are un sens intrinsec, nedepinzând de coordonate. Din aceeași expresie rezultă că circulația unui vector  $\vec{A}$  de-a lungul unui contur închis este nulă dacă rotul acestuia este nul; aceasta are loc atunci când  $\vec{A}$  este gradientul unui câmp scalar, căci:

$$\text{rot } A = \text{rot } (\text{grad } U) = 0 \quad (30)$$

**Operatori diferențiali de ordinul doi**

În cele de mai înainte s-au utilizat operatorii diferențiali *grad*, *div* și *rot*. Acești operatori sunt liniari, adică  $\text{Op}(a+b) = \text{Op}(a) + \text{Op}(b)$ ;  $\text{Op}(ka) = k\text{Op}(a)$ , în care  $k = \text{const}$ . În unele cazuri este necesar să se aplice doi operatori diferențiali unul după altul. De exemplu, pentru ca un câmp de vectori să fie conservativ și, în același timp, solenoidal, este necesar ca  $\vec{A} = \text{grad } U$  și  $\text{div } \vec{A} = 0$ , adică:

$$\text{div } (\text{grad } U) = 0 \quad (31)$$

Dacă avem în vedere relațiile anterioare, avem:

$$\text{div grad } U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \Delta U = 0 \quad (32)$$

Dacă  $\vec{A} = \text{grad } U$ , divergența lui  $\vec{A}$  (care este conservativ) este egală cu suma derivatelor de ordinul doi ale funcției  $U$  în raport cu  $x, y, z$ , adică:

$$\text{div } \vec{A} = \Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \quad (33)$$

în care

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (34)$$

este un operator diferențial de ordinul doi, numit *laplacian*.



În afară de (30), mai există și alte combinații posibile:

$$\text{grad div } \vec{A} = \text{rot rot } \vec{A} + \Delta \vec{A}; \text{div rot } \vec{A} = 0$$

Toate elementele de „*calcul vectorial*” incluse în acest material sunt de strictă necesitate, printre altele, pentru a înțelege mai ales ecuațiile generale ale electromagnetismului ca și toate câmpurile fizice (gravitațional, electromagnetic etc.).

## **ÎN LEGĂTURĂ CU PROCEDEELE DE REZOLVARE, DIN PUNCT DE VEDERE MATEMATIC, A UNOR PROBLEME DE FIZICĂ**

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

### **Câteva elemente de ordin introductiv**

Problema folosirii matematicii în studiul Fizicii la nivel preuniversitar continuă a preocupa mai ales profesorii ce predau Fizica. Referindu-ne la situația actuală din învățământul românesc, este de observat că, în viziunea unor personalități de marcă, se subliniază tendința de dezvoltare la nivelul ariei curriculare, cel puțin la nivel formal, a unei mai bune corelări dintre disciplinele de fizică și matematică față de situația când, nu cu prea mult timp în urmă, aceste discipline s-au dezvoltat autonom, fără să fie niciun fel de armonizare între ele. Este pozitiv faptul că, în ultimul timp, coordonarea unică la nivel național a corelărilor interdisciplinare au început să-și dovedească utilitatea și eficiența. Desigur că mai este necesar efortul de atenuare a discrepanței dintre cele două discipline cu privire la matematica aplicativă. Este firesc ca elevul să se întrebe la ce-i folosesc atâtea abstractizări matematice de vreme ce acestea nu se regăsesc în studiul disciplinelor aplicative în viața social-economică.

Matematica nu are un scop în sine. Este adevărat ceea ce spunea, la vremea sa, Galileo Galilei, că natura și-a scris legile în limbaj matematic, iar apoi, începând cu Kant, s-a apreciat și se apreciază că o disciplină științifică și tehnică este cu atât mai bine consolidată după câtă matematică conține.

Totuși, matematica nu poate consfinți corectitudinea unei științe dacă ipotezele pe care se bazează nu sunt confirmate de experiment, de practică.

### **Bibliografie:**

1. Tutovan, V. – *Electricitate și magnetism*, vol. 2, Editura Tehnică, București, 1985.
2. Sarian, M. ș.a. – *Probleme de mecanică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1975.
3. Popa, M. și Popescu, C. – *Electrotehnică (lucrări teoretice complementare)*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980.

În baza acestor câteva idei, ne vom referi în cele ce urmează la utilizarea unor metode simbolice folosite în studiul oscilațiilor, indiferent de natura lor. Ne referim la oscilațiile coerente (de aceeași frecvență) întâlnite, dacă avem în vedere învățământul preuniversitar, mai ales în electromagnetism și mecanică (îndeosebi în acustică). Vom aborda în acest sens o problemă din domeniul curentului electric alternativ sinusoidal, rezolvată utilizând diagramele fazoriale și, respectiv, folosirea numerelor complexe.

La redacția revistei noastre a sosit o problemă propusă, mai puțin originală, ea regăsindu-se în folclorul problemelor de fizică, ca să spunem așa, rezolvată utilizând fazorii ficși, care conservă valori efective și defazaje între mărimile electromagnetice date sau care se cer a fi determinate. Iată enunțul acesteia:

*Un rezistor R este conectat în paralel cu inductanța L, iar grupul lor este înseriat cu un condensator C. Montajul este conectat la o sursă de c.a. cu pulsația  $\omega$ . Se cer impedanța și defazajul dintre U și I.*

Înainte de a reproduce rezolvarea propunătorului, cititorul trebuie să subînțeleagă câteva lucruri neprecizate în enunțul problemei: *elementele RLC sunt ideale*, iar tensiunea de alimentare a circuitului dat este alternativă *sinusoidală*. Este de asemenea evident că U și I sunt valori efective ale tensiunii electrice de alimentare și respectiv intensitatea curentului electric principal din circuit. Potrivit rezolvării date, în fig. 1 este prezentată schema montajului, iar în fig. 2

diagrama fazorială a tensiunilor și curenților din circuit.

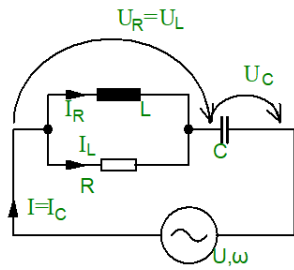


fig. 1

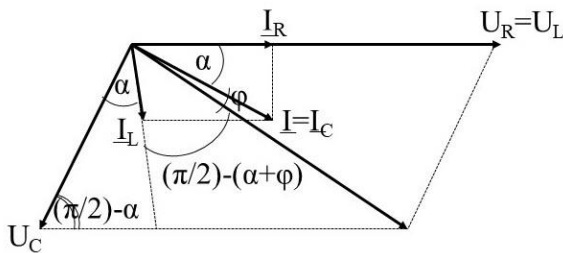


fig. 2

În continuare autorul dă o rezolvare chinuitoare, pe care o reproducem întocmai pentru a ne da seama ce înseamnă a te orienta cu privire la procedeele de rezolvare a unei asemenea probleme.

Aplicând teorema lui Pitagora în diagrama curenților:

$$I^2 = I_C^2 = I_R^2 + I_L^2 \Rightarrow \frac{U^2}{Z^2} = \frac{U_C^2}{X_C^2} = \frac{U_R^2}{R^2} + \frac{U_L^2}{X_L^2} \quad (1)$$

Din diagrama tensiunilor:

$$U^2 = U_C^2 + U_R^2 - 2U_C U_R \sin \alpha \quad (2)$$

căci

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha \quad (?)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I_L}{I_R} = \frac{\frac{U_R}{X_L}}{\frac{U_R}{R}} = \frac{R}{X_L} \quad (3)$$

$$\sin \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

Din (1) rezultă:

$$U_C^2 = X_C^2 U_R^2 \left( \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2} \right) \quad (4)$$

care în (2) ne dă:

$$U^2 = X_C^2 U_R^2 \left( \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2} \right) + U_R^2 -$$

$$-2U_R^2 X_C^2 \sqrt{R^2 + X_L^2} \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \Rightarrow$$

$$U_R^2 = \frac{U^2}{X_C^2 \left( \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2} \right) + 1 - \frac{2X_C}{RX_L} \sqrt{R^2 + X_L^2} \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}} = \frac{U^2}{X_C^2 \left( \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2} \right) + 1 - 2 \frac{X_L}{X_C}} \quad (5)$$

în (1) ne dă:

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}}{X_C^2 \left( \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2} \right) + 1 - 2 \frac{X_L}{X_C}} \Rightarrow$$

$$Z = \sqrt{\frac{X_C^2 \left( \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2} \right) + 1 - 2 \frac{X_L}{X_C}}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}}} \quad (6)$$

Aplicând teorema sinusurilor:

$$\frac{U}{\cos \alpha} = \frac{U_R}{\cos \varphi};$$

$$U = \frac{U_R \cos \alpha}{\cos \varphi} = \frac{\cos \alpha}{X_C^2 \left( \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2} \right) + 1 - 2 \frac{X_C}{X_L}} \quad (7)$$

$$\text{cu } \cos \alpha = \frac{X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \text{ și } X_L = \omega L; X_C = \frac{1}{\omega L}$$

Soluțiile problemei (6) și (7) determinate de propunător, după cum se vede, s-au stabilit într-adevăr greoi, reflectând diletantismul acestuia în asemenea probleme.

Deși soluțiile sunt corecte, ele sunt date într-o formă nedefinitivă, iar defazajul cerut este dat prin factorul de putere al circuitului (nu-i rău, dar era bine ca acest aspect să se fi dat în enunțul problemei).

Înainte de a da o soluție bazată pe utilizarea numerelor complexe, să definim soluțiile (6) și (7) potrivit enunțului, cu precizarea că se cere factorul de putere (cosinusul unghiului de defazaj).

Astfel (6), având în vedere că  $X_L = \omega L$  și  $X_C = 1/\omega C$ , devine, după calculele de rutină de un considerabil volum:

$$Z = \frac{1}{\omega C} \sqrt{\frac{\omega^2 L^2 + R^2(\omega^2 LC - 1)^2}{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$\varphi = \arccos \frac{\omega^3 LC^2 \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}{\omega^2 L^2 + R^2(\omega^2 LC - 1)^2} \quad (8)$$

Să aplicăm acum metoda simbolică a numerelor complexe (unde  $j^2 = -1$ ):

$$\underline{Z} = \frac{jRX_L}{R + jX_L} - jX_C = \frac{X_L X_C + jR(X_L - X_C)}{R + jX_L} \quad (9)$$

Modulul lui  $\underline{Z}$  este:

$$Z = \sqrt{\frac{X_L^2 X_C^2 + R^2(X_L - X_C)^2}{R^2 + X_L^2}} \quad (10)$$

Dacă în (10) se înlocuiesc  $X_L = \omega L$  și  $X_C = 1/\omega C$ , se obține ușor soluția (8<sub>1</sub>). Cât privește unghiul de defazaj curent-tensiune, acesta se exprimă mai ușor prin tangenta acestui unghi:

$$\underline{Z} = R_e + jX_e \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi = \frac{X_e}{R_e}$$

în care  $R_e$  și  $X_e$  sunt respectiv rezistența și reactanța echivalentă a circuitului.

Ca urmare, pornind de la (9),

$$\underline{Z} = \frac{X_L X_C + jR(X_L - X_C)}{R + jX_L} = \frac{[X_L X_C + jR(X_L - X_C)](R - jX_L)}{R^2 + X_L^2}$$

adică:

$$\underline{Z} = \frac{RX_L^2}{R^2 + X_L^2} + j \frac{RX_L^2 - X_C(R^2 + X_L^2)}{R^2 + X_L^2}$$

Deci

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{RX_L^2 - X_C(R^2 + X_L^2)}{RX_L^2}$$

Sau, în final:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left[ \frac{R}{X_L} - \frac{X_C}{RX_L^2} (R^2 + X_L^2) \right] \quad (11)$$

Înlocuind  $X_L = \omega L$  și  $X_C = 1/\omega C$  în (11), se obține soluția căutată potrivit enunțului:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{1}{\omega L} \left[ R - \frac{1}{\omega^2 RLC} (R^2 + \omega^2 L^2) \right] \quad (12)$$

Cititorul poate trage concluzia care din cele două căi de rezolvare conduce mai ușor la obținerea soluțiilor cerute.

## REZOLVAREA UNOR PROBLEME DE FIZICĂ UTILIZÂND REPREZENTAREA GRAFICĂ A FUNCȚIILOR DE GRADUL I ȘI DE GRADUL AL II-LEA

**Prof. dr. Adina-Ionela ANTICI,**  
Liceul Teoretic „Miron Costin” Iași  
**Prof. Cristina-Maria ROBU,**  
Liceul Teoretic „Dunărea” Galați

### Rezumat

Din diversitatea problemelor de fizică, un loc aparte îl ocupă problemele care conțin reprezentări grafice ale funcțiilor elementare: de gradul I, de gradul al II-lea, exponențială, logaritmică sau funcții trigonometrice. Conexiunea dintre fizică, matematică, informatică, tehnică și economie își găsește o ilustrare reală în cadrul acestor probleme.

Metoda grafică este utilizată pentru demonstrarea unor relații sau legi fizice, dar și pentru interpretarea rezultatelor unei probleme cu situații impuse astfel încât problemele care conțin reprezentări grafice acoperă o mare parte din capitolele fizicii. Astfel, reprezentând grafic procesele la care

este supus un sistem fizic, se poate realiza o analiză profundă a rezultatelor obținute la rezolvarea unor astfel de probleme. De exemplu, metoda grafică ne permite să stabilim sensul fizic al rădăcinilor ecuației de gradul al II-lea sau să explicăm procesele care au loc atunci când sistemul trece prin diferite stări.

Vom prezenta câteva metode de rezolvare a problemelor ce conțin reprezentări grafice ale funcțiilor de gradul I și de gradul al II-lea din diferite capitole ale fizicii: mecanică, termodinamică, electrocinetică.

Forma generală a unei funcții afine este:

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = ax + b, \text{ unde } a, b \in \mathbf{R} \quad (1)$$

Dacă  $a$  este nenul, se obține funcția de gradul I; dacă  $a \neq 0$  și  $b = 0$ , se obține funcția liniară, iar dacă  $a = 0$ , se obține funcția constantă. Toate aceste funcții își regăsesc aplicabilitatea în multe discipline reale, în particular în fizică.

O serie de proprietăți ale acestora reprezintă suportul matematic al interpretării unor grafice care duc la rezolvarea unor tipuri de probleme des propuse la examenele naționale sau concursurile școlare.

O largă aplicabilitate o are proprietatea de monotonie a funcției de gradul I, proprietate ce descrie, de exemplu, tipul mișcării rectilinii a unui corp: accelerată sau încetinită. Ne reamintim faptul că, dată o funcție  $f: I \rightarrow \mathbf{R}$ , unde  $I$  este un interval real, dacă pentru  $x_1, x_2 \in I$ , cu  $x_1 < x_2$ , avem  $f(x_1) < f(x_2)$ , spunem că funcția  $f$  este strict crescătoare pe intervalul de definiție  $I$ . Altfel spus, dacă raportul de variație:

$$R = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \quad (2)$$

cu  $x_1 \neq x_2$ , este strict pozitiv, atunci funcția este strict crescătoare pe  $I$ . Evident, schimbând semnul între valorile funcției,  $f(x_1)$  și  $f(x_2)$ , se obține o funcție strict descrescătoare pe domeniul de definiție; în cazul calculului raportului de variație, dacă acesta este negativ, se obține o funcție strict descrescătoare.

În cazul funcțiilor liniare, pentru a studia monotonia este suficient să verificăm semnul lui  $a$ : dacă acest coeficient este strict pozitiv, atunci funcția liniară este strict crescătoare, iar dacă  $a$  este negativ, se obține o funcție strict descrescătoare.

Este cunoscut faptul că reprezentarea grafică a funcției afine este o dreaptă oblică în cazul funcției de gradul I și o dreaptă orizontală în cazul funcției constante. Dacă domeniul de definiție este o restricție a mulțimii numerelor reale (interval mărginit sau nemărginit), atunci graficul devine segment, respectiv semidreaptă.

În multe situații, cunoașterea coordonatelor punctelor de intersecție cu axele de coordonate oferă puncte de plecare în rezolvarea problemelor de cinematică, dar și de electrocinetică, prin interpretarea regimurilor de funcționare ale unui circuit simplu ce conține o rezistență variabilă. Astfel, punctul de intersecție cu axa  $Ox$  are coordonatele

$(-\frac{b}{a}, 0)$ , iar punctul de intersecție cu axa  $Oy$  are coordonatele  $(0, b)$ . Dacă vorbim însă despre cazul funcției constante, aceasta va intersecta doar axa  $Oy$  în punctul indicat mai sus. Aceste puncte se mai numesc „tăieturi”.

**Aplicații:**

1. Ecuațiile mișcării a două mobile sunt  $x_1 = 1 + t$  și  $x_2 = 2 + 2t$ . Să se reprezinte grafic legile mișcării și să se afle locul și momentul întâlnirii lor. Care este semnificația fizică a răspunsului obținut?

**Soluție:**

Vom reprezenta grafic legile mișcării în sistemul de coordonate  $(t, x)$  folosind punctele de intersecție ale graficelor cu axele de coordonate.

$$x_1(t) = 1 + t; \quad A(-1,0); B(0,1) \quad (3)$$

$$x_2(t) = 2 + 2t; \quad A(-1,0); B(0,2) \quad (4)$$

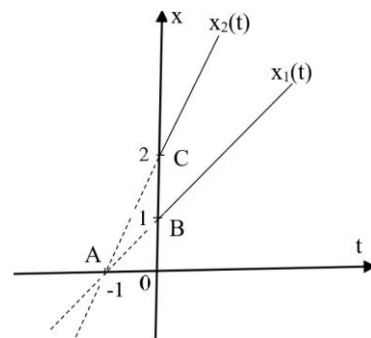


Figura 1

Din punct de vedere matematic, punctul de intersecție a celor două grafice este  $A(-1,0)$ . Din punct de vedere fizic, acest punct de intersecție ar da informații despre momentul și locul întâlnirii mobilelor. Dar cum timpul nu poate fi decât pozitiv, înseamnă că cele două mobile nu se întâlnesc.

2. Viteza unui mobil aflat în mișcare rectilinie depinde de timp conform graficului din figura alăturată. Să se calculeze valoarea maximă a modulului accelerației.

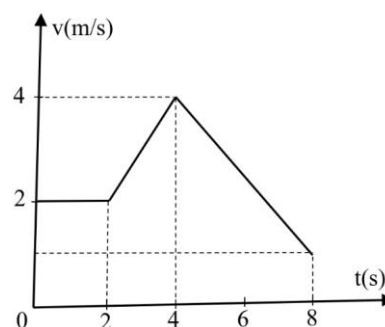


Figura 2

**Soluție:**

Trebuie să analizăm mișcarea pe fiecare interval de timp pe care este reprezentată viteza.

Pentru  $t \in [0s, 2s]$ ,  $v = 2 \text{ m/s}$ . Aceasta se menține constantă, deci mișcarea este rectilinie uniformă și  $a_1 = 0 \text{ m/s}^2$ .

Pentru  $t \in [2s, 4s]$  viteza corpului crește de la  $v_1 = 2 \text{ m/s}$  la  $v_2 = 4 \text{ m/s}$ . Accelerația reprezintă panta dreptei din reprezentarea grafică:

$$a_2 = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \tag{5}$$

și obținem  $a_2 = 1 \text{ m/s}^2$ .

Pentru  $t \in [4s, 8s]$  viteza corpului scade de la  $v_2 = 4 \text{ m/s}$  la  $v_3 = 1 \text{ m/s}$ .

$$a_3 = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} \tag{6}$$

obținând  $a_3 = -0,75 \text{ m/s}^2$ ,  $|a_3| = 0,75 \text{ m/s}^2$ .

Viteza reprezintă o funcție de gradul I în variabila timp, după cum exprimă legea vitezei:

$$v(t) = v_0 + at \tag{7}$$

Cum panta dreptei oferă informații cu privire la monotonie, semnul accelerației indică faptul că pentru  $t \in [2s, 4s]$  mișcarea este rectilinie uniform accelerată, iar pentru  $t \in [4s, 8s]$  mișcarea este rectilinie uniform încetinită.

În concluzie, valoarea maximă a modulului accelerației este  $1 \text{ m/s}^2$ .

**3.** Să se calculeze presiunea  $p_4$  a gazului ideal în starea 4 care suferă următorul proces ciclic:

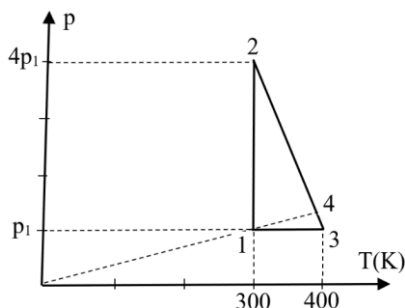


Figura 3

**Soluție:**

Observăm că între stările 2 și 3, presiunea variază în funcție de temperatură după o funcție de gradul I:

$$2 \rightarrow 3: p = aT + b; a, b \in \mathbf{R}, a \neq 0 \tag{8}$$

În starea 2 avem:

$$4p_1 = 300a + b \tag{9}$$

iar în starea 3:

$$p_1 = 400a + b \tag{10}$$

Scăzând ecuațiile (9) și (10) obținem:

$$a = -\frac{3p_1}{100} \tag{11}$$

Înlocuind a în una din ecuațiile (9) sau (10) deducem:

$$b = 13p_1 \tag{12}$$

astfel încât relația (8) devine:

$$p = -\frac{3p_1}{100}T + 13p_1 \tag{13}$$

Între stările 1 și 4, presiunea variază liniar cu temperatura:

$$1 \rightarrow 4: p = cT; c \in \mathbf{R}, c \neq 0 \tag{14}$$

În starea 1:

$$p_1 = 300c \tag{15}$$

iar în starea 4:

$$p_4 = cT_4 \tag{16}$$

Din ultimele două relații rezultă:

$$p_4 = \frac{p_1}{300}T_4 \tag{17}$$

Cum starea 4 se află pe graficul transformării  $2 \rightarrow 3$ , parametrii  $(p_4, T_4)$  verifică ecuația (13):

$$p_4 = -\frac{3p_1}{100}T_4 + 13p_1 \tag{18}$$

Astfel se obține

$$T_4 = 390 \text{ K și } p_4 = 1,3 p_1 \tag{19}$$

**4.** În figura alăturată este redat graficul dependenței rezistenței electrice a unui rezistor de temperatură. Să se calculeze coeficientul de temperatură al rezistivității.

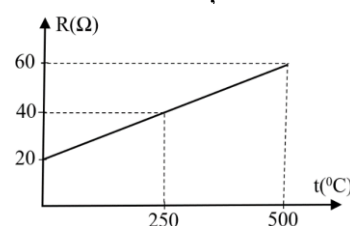


Figura 4



**Soluție:**

Formula de dependență a rezistivității electrice de temperatură:

$$R = R_0(1 + \alpha t) \tag{20}$$

scrisă sub forma

$$R(t) = R_0 \alpha t + R_0 \tag{21}$$

reprezintă o funcție de gradul I. Din reprezentarea grafică observăm că punctul de intersecție al graficului cu ordonata este (0°C, 20Ω) deci  $R_0 = 20\Omega$ .

Considerând  $t_1 = 250^\circ\text{C}$  și  $R_1 = 40\Omega$ , se poate calcula panta dreptei:

$$R_0 \alpha = \frac{R_1 - R_0}{t_1 - t_0} \tag{22}$$

de unde:

$$\alpha = \frac{R_1 - R_0}{R_0(t_1 - t_0)} \tag{23}$$

Calculând, obținem  $\alpha = 4 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$ .

5. La bornele unei surse de t.e.m. se conectează un consumator a cărui rezistență electrică poate fi modificată. În figura alăturată este reprezentată dependența tensiunii electrice măsurate la bornele sursei de intensitatea curentului prin sursă. Folosind datele din grafic, determinați numărul electronilor de conducție care trec în unitatea de timp printr-o secțiune transversală a conductorului, atunci când tensiunea la bornele sursei are valoarea de 20 V.

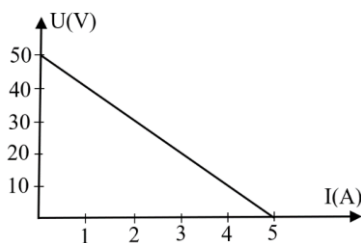


Figura 5

**Soluție:**

Din reprezentarea grafică observăm că tensiunea la bornele sursei depinde de intensitatea curentului electric din circuit după o funcție de gradul I:

$$U = aI + b \tag{24}$$

Punctele de intersecție ale graficului cu axele de coordonate oferă informații cu privire la regimurile de funcționare. Astfel, punctul (5 A, 0 V) corespunde funcționării în scurt

circuit deci  $I_{sc} = 5 \text{ A}$ . Punctul (0 A, 50 V) corespunde funcționării în gol, pentru care  $U_{gol} = E = 50 \text{ V}$ .

Înlocuind coordonatele celor două puncte în ecuația (24) deducem  $a = -10 \Omega$  și  $b = 50 \text{ V}$ , deci ecuația devine:

$$U = -10I + 50 \text{ (V)} \tag{25}$$

Pentru  $U = 20 \text{ V}$  se obține  $I = 3 \text{ A}$ .

În relația de definiție a intensității curentului electric:

$$I = \frac{Q}{\Delta t} \tag{26}$$

exprimăm sarcina electrică sub forma:

$$Q = Ne \tag{27}$$

unde  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  este sarcina electrică elementară. Astfel, se obține numărul de electroni din unitatea de timp:

$$\frac{N}{\Delta t} = \frac{I}{e} \tag{28}$$

Calculând, obținem  $\frac{N}{\Delta t} = 1,875 \cdot 10^{19} \text{ s}^{-1}$ .

Forma generală a funcției de gradul al doilea este:

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, \tag{29}$$

unde  $a, b, c \in \mathbf{R}, a \neq 0$ .

Reprezentarea acestei funcții este o parabolă. Aceasta admite un punct de extrem, numit vârful parabolei, având coordonatele  $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ . Pentru  $a > 0$ , funcția de gradul al doilea este strict descrescătoare pe intervalul  $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$  și strict crescătoare pe intervalul  $[-\frac{b}{2a}, +\infty)$ , iar dacă  $a$  este negativ, intervalele de monotonie se inversează.

În fizică, intervalele de monotonie pot oferi informații despre sensul deplasării unui corp aflat în mișcare rectilinie uniform variată, după cum coordonata crește sau scade în timp.

Ca și în cazul funcției de gradul întâi, un rol important îl joacă punctele de intersecție a graficului funcției de gradul al doilea cu axele de coordonate:

- Punctul de intersecție cu axa  $Oy$  are coordonatele  $(0, c)$ .
- Numărul de puncte de intersecție cu axa  $Ox$  depinde de semnul discriminantului ecuației atașate; astfel, avem cazurile:

✓ Pentru  $\Delta > 0$ , intersecția este formată din două puncte distincte, având coordonatele  $(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}, 0)$ , respectiv  $(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}, 0)$ .

✓ Pentru  $\Delta = 0$ , intersecția conține un singur punct,  $(-\frac{b}{2a}, 0)$ .

✓ Pentru  $\Delta < 0$ , graficul funcției de gradul al doilea nu intersectează axa Ox.

În funcție de semnul discriminantului ecuației atașate, se determină semnul funcției de gradul al doilea. Ilustrăm mai jos această proprietate:

$\Delta > 0$ :

- Semn contrar lui a (coeficientul dominant) între cele două soluții reale și distincte;
- Semnul lui a în afara rădăcinilor.

$\Delta = 0$ :

- Funcția se anulează în soluția reală a ecuației
- Semnul lui a la stânga și la dreapta soluției.

$\Delta < 0$ :

- Semnul lui a pe tot domeniul.

**Aplicații:**

1. Un mobil pornește uniform variat din originea axei ox cu viteza inițială  $v_0 = 15$  m/s. După un timp  $t_1$  mobilul trece prin punctul de coordonată  $x_1 = 10$  m cu viteza  $v_1 = -10$  m/s. Să se calculeze:

- Accelerația;
- Timpul  $t_1$ ;
- Distanța parcursă în acest timp;
- Să se reprezinte grafic, pe aceeași diagramă, viteza și coordonata.

**Soluție:**

a) Din formula lui Galilei:

$$v_1^2 = v_0^2 + 2ax_1 \tag{30}$$

deducem accelerația:

$$a = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2x_1} \tag{31}$$

de unde  $a = -6,25$  m/s<sup>2</sup>.

Obs: Deoarece  $a < 0$ , mișcarea corpului este încetinită.

b) Din legea vitezei:

$$v_1 = v_0 + at_1 \tag{32}$$

rezultă:

$$t_1 = \frac{v_1 - v_0}{a} \tag{33}$$

de unde  $t_1 = 4$  s.

c) Mișcarea fiind încetinită, calculăm timpul după care corpul se oprește:

$$t_{op} = -\frac{v_0}{a} = 2,4 \text{ s} \tag{34}$$

Deoarece  $t_1 > t_{op}$  rezultă că după oprire corpul își continuă mișcarea, inversându-și sensul vitezei, deci apropiindu-se de originea axei ox.

Astfel, distanța totală parcursă de corp va fi:

$$d = 2d_{op} - x_1 \tag{35}$$

unde  $d_{op}$  este distanța parcursă de corp în timpul  $t_{op}$ .

$$d_{op} = -\frac{v_0^2}{2a} = 18 \text{ m} \tag{36}$$

Înlocuind în relația (35) obținem  $d = 26$  m.

d) Pentru a reprezenta grafic legea vitezei  $v(t) = v_0 + at$  vom folosi punctele de intersecție ale graficului cu axele de coordonate:

$$v = 0 \Leftrightarrow t = t_{op} = -\frac{v_0}{a} \tag{37}$$

$$\text{unde } -\frac{v_0}{a} = 2,4 \text{ s}$$

$$t = 0 \Leftrightarrow v = v_0 \tag{38}$$

unde  $v_0 = 15$  m/s.

Pentru reprezentarea legii mișcării:

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \tag{39}$$

folosim faptul că mobilul pornește din originea axei Ox, deci pentru  $t = 0, x = 0$ . Mai mult, ținând cont de faptul că legea mișcării reprezintă o funcție de gradul al doilea, reprezentarea grafică este o parabolă deci avem nevoie de coordonatele vârfului parabolei  $V(t_{op}, d_{op})$  adică  $V(2,4 \text{ s}, 18 \text{ m})$

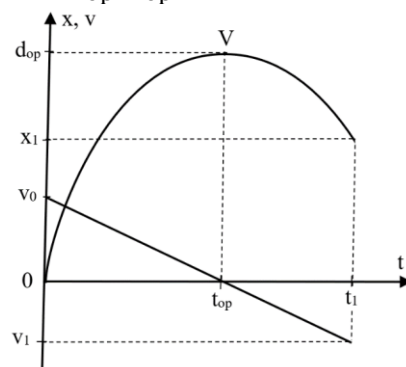


Figura 6

2. Să se calculeze temperatura maximă atinsă în cursul transformării 1 → 2 din figură. Se cunosc presiunea  $p_1$  și volumul  $V_1$  în starea 1, cantitatea de substanță  $\nu$  și constanta gazelor ideale  $R$ .

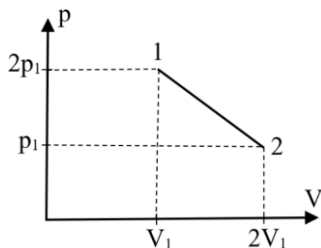


Figura 7

**Soluție:**

Observăm că reprezentarea grafică a presiunii în funcție de volum este un segment, rezultă că presiunea se poate exprima ca o funcție de gradul I:

$$p(V) = mV + n; m, n \in \mathbf{R}, m \neq 0 \tag{40}$$

Vom calcula constantele  $m$  și  $n$  în funcție de parametrii gazului din starea 1:

În starea 1:

$$2p_1 = mV_1 + n \tag{41}$$

În starea 2:

$$p_1 = m \cdot 2V_1 + n \tag{42}$$

Scăzând cele două ecuații obținem:

$$m = -\frac{p_1}{V_1} \tag{43}$$

Înlocuind relația (43) în (41) obținem:

$$n = 3p_1 \tag{44}$$

astfel că relația (40) devine:

$$p(V) = -\frac{p_1}{V_1}V + 3p_1 \tag{45}$$

Folosim ecuația termică de stare a gazului ideal pentru a obține variația temperaturii în funcție de volum:

$$pV = \nu RT \tag{46}$$

Deci

$$T = \frac{pV}{\nu R} \tag{47}$$

Înlocuind relația (45) în (47) se obține:

$$T(V) = -\frac{p_1}{\nu R V_1}V^2 + \frac{3p_1}{\nu R}V \tag{48}$$

Observăm că temperatura variază cu volumul după o funcție de gradul al II-lea:

$$T(V) = aV^2 + bV + c \tag{49}$$

unde  $a = -\frac{p_1}{\nu R V_1}$ ,  $b = \frac{3p_1}{\nu R}$ ,  $c = 0$ .

Valoarea maximă a temperaturii se obține calculând ordonata vârfului parabolei asociată funcției:

$$T_{\max} = y_V = -\frac{\Delta}{4a} \tag{50}$$

unde  $\Delta = \frac{9p_1^2}{\nu^2 R^2}$

Astfel se obține:

$$T_{\max} = \frac{9p_1 V_1}{4\nu R} \tag{51}$$

**Concluzie**

Rezolvarea problemelor grafice contribuie eficient la realizarea competențelor transdisciplinare, realizează atât integrarea diferitor achiziții matematice cu cele dobândite în cadrul studierii altor discipline școlare, cât și utilizarea acestora în diverse domenii. Importanța acestor probleme este deosebită din punctul de vedere al aplicațiilor practice în tehnică, tehnologie, economie. Această temă este destul de actuală, deoarece problemele ce conțin reprezentări grafice sunt prezente atât la examenul de bacalaureat, cât și la concursuri și olimpiade.

**Bibliografie:**

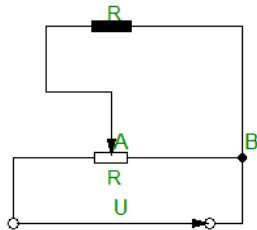
[1] M. Ganga, – *Matematică, manual pentru clasa a IX-a*, Ed. Mathpress, Ploiești, 2004.  
 [2] A. Hristev, V. Fălie, D. Manda – *Fizică, manual pentru clasa a IX-a*, Ed. Didactică și pedagogică, București, 1997.  
 [3] S. Talpalaru, R. Perjoiu – *TESTE - Optică, Termodinamică, Electricitate*, Ed. PIM, Iași, 2016.  
 [4] M. Baican, F. Crivoi ș.a., *Teste pentru admitere 2021*, Ed. ”Gr. T. Popa”, U.M.F. Iași, 2021.  
 [5] *FIZICĂ – 100 variante de bacalaureat*, 2009.  
 [6] *FIZICĂ – Teste de antrenament*, 2021.

**MODEL DE REZOLVARE A UNEI PROBLEME DE ELECTROCINETICĂ**

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

Pentru tinerii noștri cititori, prezentăm în cele ce urmează un model de rezolvare fizico-matematică a unei probleme de electrocinetică care are următorul enunț:

*Se consideră un receptor electric (sarcină) de rezistență electrică R, alimentat în curent continuu, la tensiune dată, prin intermediul unui potențiomtru (fig. 1) a cărui rezistență electrică este egală cu rezistența sarcinii. Sarcina este conectată la jumătatea înfășurării potențiometrului (un reostat cu cursor).*



**fig. 1**

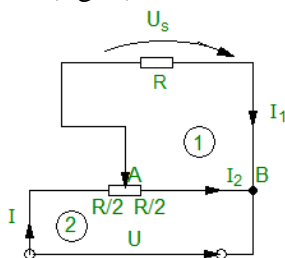
*Să se determine poziția cursorului potențiometrului A pentru care tensiunea electrică pe sarcină să rămână aceeași (constantă) dacă tensiunea de alimentare crește de n ori față de cea inițială, n>1.*

*Aplicație numerică: n=2.*

**Rezolvare:**

Înainte de a trece la rezolvarea problemei menționăm că aceasta este o variantă privind montajul potențiomtric – o problemă clasică în domeniul circuitelor electrice considerate liniare și filiforme. Ca urmare, autorul acestor rânduri nu poate pretinde că problema îi aparține ci doar metodele ei de rezolvare.

Așadar, prin ce se poate exprima poziția cursorului potențiometrului cerută în condițiile enunțului problemei? Este evident răspunsul: prin valoarea rezistenței electrice a porțiunii înfășurării A-B (fig. 2).



**fig. 2**

În situația în care A se află la jumătatea înfășurării potențiometrului, tensiunea electrică pe sarcină este:

$$U_s = RI_1 \tag{1}$$

în care  $I_1$  este intensitatea curentului electric ce parcurge sarcina și care se determină rezolvând circuitul în sensul stabilirii distribuției curenților în circuitul care are n noduri ( $n=2$ ) și l laturi ( $l=3$ ). Aplicând teoremele lui Kirchhoff circuitului dat, considerând ochiurile independente de rețea 1 și 2, avem:

$$\left. \begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ RI_1 - (R/2)I_2 &= 0 \\ (R/2)(I + I_2) &= U \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

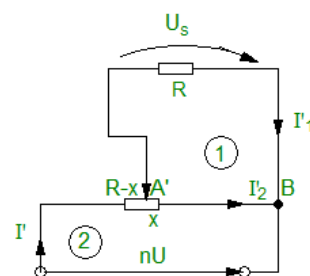
în care prin U s-a notat valoarea tensiunii de alimentare. Rezolvând sistemul de ecuații (liniar de gradul unu) exprimat prin (2) în raport cu  $I_1$ , se obține:

$$I_1 = 2U/5R \tag{3}$$

Substituind (3) în (1) se obține:

$$U_s = (2/5)U \tag{4}$$

Pentru a rămâne la aceeași valoare dată de (4), atunci când tensiunea de alimentare devine de  $n>1$  mai mare, intuiția ne arată că A trebuie să se apropie de B astfel încât  $R_{A'B} = x < (R/2)$  (fig. 3).



**fig. 3**

Să verificăm acest lucru determinând  $I'_1$  după procedeul folosit în cazul în care  $R_{AB} = (R/2)$  potrivit enunțului problemei. Se obține sistemul de ecuații:

$$\left. \begin{aligned} I' &= I'_1 + I'_2 \\ RI'_1 - xI'_2 &= 0 \\ I'(R - x) + xI'_2 &= nU \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

Din (5) se determină  $I'_1$ :

$$I'_1 = nU \frac{x}{R^2 + Rx - x^2} \tag{6}$$

Așadar, tensiunea electrică pe sarcină în noua situație este  $U'_s = RI'_1$ , adică:

$$U'_s = nRU \frac{x}{R^2 + Rx - x^2} \tag{7}$$

Punând condiția  $U_s = U'_s$ , prin egalarea (4) cu (7) se obține:

$$\frac{2}{5}U = nRU \frac{x}{R^2 + Rx - x^2}$$

adică ecuația de gradul doi:

$$2x^2 + (5x - 2)Rx - 2R^2 = 0 \tag{8}$$

pe care rezolvând-o în condiția  $x < R$ , se obține soluția problemei:

$$R_{A'B} = x = \frac{R}{4} \left[ 2 - 5n + \sqrt{5(5n^2 - 4n + 4)} \right] \tag{9}$$

În situația în care  $n=2$ , din (9) rezultă:

$$R_{A'B} = x = R(2\varphi - 3) \cong 0,236 R \tag{10}$$

în care  $\varphi = (1 + \sqrt{5})/2$  reprezintă „numărul de aur” ( $\varphi \approx 1,618...$ ).

Problema poate fi soluționată și pe o cale mai operativă („metodă expert”), dar am ținut să detaliez soluția pentru generalitatea acesteia.

### O PROBLEMĂ DE ECHILIBRU MECANIC. MODEL DE REZOLVARE

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

Problemele de STATICĂ în mecanică sunt, istoricește vorbind, cele mai vechi și totuși, dată fiind importanța lor în domeniul construcțiilor mai ales, continuă a fi de interes. În astfel de probleme, matematica are un rol esențial. Un exemplu de astfel de problemă este cel ce urmează:

O bară subțire AB, omogenă și de secțiune constantă, se sprijină cu capătul A pe o suprafață orizontală aspră (coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ ), iar capătul B este legat printr-un fir ideal (BC) într-un punct fix (C), aflat pe un perete vertical (vezi fig. 1).

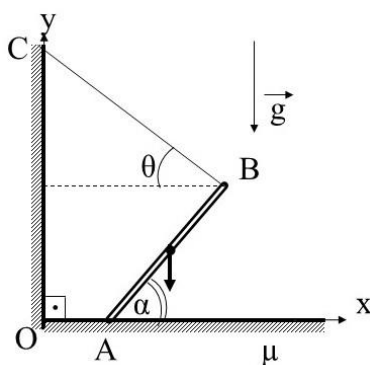


fig. 1

Cunoscând unghiul  $\theta$  pe care-l face firul cu orizontala și faptul că accelerația gravitațională este constantă ( $g = \text{const.}$ ), să se determine unghiul  $\alpha$  pe care-l face bara cu orizontala și care definește poziția de echilibru al acesteia (la limită).

Aplicație numerică:  $\mu = 0,27 \approx 2 - \sqrt{3}$ ;  $\theta = 30^\circ$ .

#### Rezolvare:

Reluăm figura din enunțul problemei și identificăm forțele care acționează asupra barei potrivit condițiilor din enunț:

- greutatea barei  $\vec{G}$  aplicată în punctul D (jumătatea lungimii barei);
- forța de tensiune mecanică în fir  $\vec{T}$  considerată ca fiind aplicată în B (este un vector alunecător);
- reacțiunea normală  $\vec{N}$  a suprafeței orizontale de sprijin aplicată în A;
- forța de frecare în A,  $\vec{F}_f$  ca forță tangențială cu sensul invers tendinței de alunecare de la A spre O.

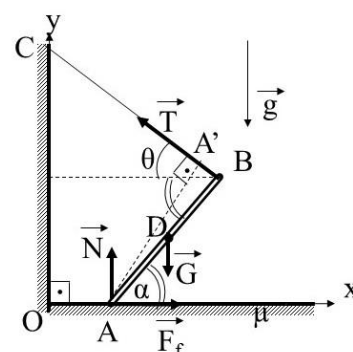


fig. 2

Toate aceste forțe sunt coplanare, iar echilibrul lor poate fi studiat în reperul cartezian xOy ales în mod convențional ca un sistem de referință fix, cu axe ortogonale.

Ecuația vectorială de echilibru (rezultanta  $\vec{R} = 0$ ) este:

$$\vec{G} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_f = 0 \quad (1)$$

la care se adaugă condiția de moment al rezultantei, considerat față de un anumit pol – convenabil ales – în cazul problemei, capătul A al barei, ce se sprijină pe suprafața aspră orizontală considerată :

$$\vec{M}_R(A) = 0 \quad (2)$$

Proiectând (1) pe axele de coordonate Ox și Oy și considerând (2), avem :

$$\left. \begin{aligned} -T \cos \theta + F_f &= 0 \\ T \sin \theta + N - G &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Echilibrul barei la limita alunecării capătului B pe suprafața orizontală aspră este exprimat prin ecuația

$$F_f = \mu N \quad (4)$$

Pe baza (2) putem scrie că:

$$G \cdot \frac{\overline{AB}}{2} \cdot \cos \alpha - T \cdot \overline{AA'} = 0$$

Dar  $\overline{AA'} = \overline{AB} \sin(\alpha + \theta)$ , astfel că ultima ecuație de echilibru devine:

$$G \cos \alpha - 2T \sin(\alpha + \theta) = 0 \quad (5)$$

Pentru a determina  $\alpha(\mu, \theta)$  care definește poziția de echilibru considerată, se elimină din sistemul format de ecuațiile (3), (4) și (5) necunoscutele ce figurează în aceste ecuații G, N, T și  $F_f$ , după cum urmează:

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{G \cos \alpha}{2 \sin(\alpha + \theta)}; \quad F_f = \frac{G \cos \alpha \cos \theta}{2 \sin(\alpha + \theta)}; \\ N &= \frac{G \cos \alpha \cos \theta}{2 \mu \sin(\alpha + \theta)} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Substituind (6) în (3<sub>2</sub>) – singura ecuație nefolosită – în urma unor calcule de rutină rezultă:

$$\alpha = \arctg \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\mu} - \operatorname{tg} \theta \right) \quad (7)$$

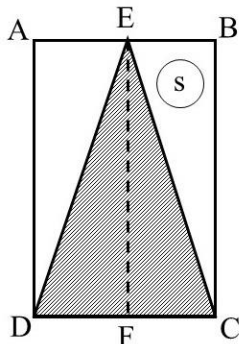
Substituind valorile numerice în (7) se obține:

$$\alpha = \arctg \left( 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \cong \arctg 1,58 \cong 57^\circ 40' 11''$$



**PROBLEME PROPUSE DE MATEMATICĂ APLICATĂ**

**MA1.** Pe o suprafață dreptunghiulară ABCD este înscris triunghiul EDC (vezi fig.) cu baza  $\overline{AB} = \overline{DC}$  și cu vârful E la jumătatea laturii AB.



Cunoscând suprafața s a dreptunghiului, să se determine laturile și unghiurile triunghiului EDC în situația în care înălțimea acestuia  $\overline{EF}^2 = \overline{EC} \cdot \overline{FC}$ .

**R:**  $\overline{EC} = \overline{ED} = \sqrt{\frac{1}{2} s \varphi \sqrt{\varphi}}$ ;

$\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{2s(\varphi - 1)\sqrt{\varphi}}$ ;

$\widehat{EDC} = \widehat{ECD} = \arctg\sqrt{\varphi} \cong \widehat{CED}$

în care  $\varphi = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1,618...$  este „numărul de aur”.

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA2.** Într-un vagonet de masă M se aruncă consecutiv longitudinal, orizontal, cu viteza relativă  $\vec{u}$  raportată la viteza de transport de dinaintea ciocnirii plastice, bile de mase: m; 2m; 3m;... nm. Se cere viteza după n aruncări – ciocniri plastice, a vagonetului, facultativ prin inducție matematică completă.

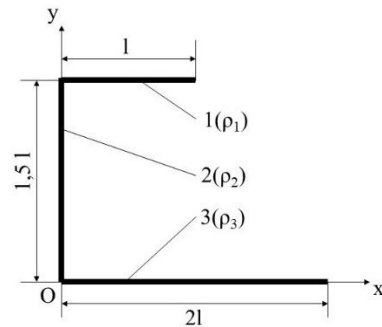
**R:**  $v_n = mu \sum_{i=1}^n \frac{i}{M + i(i + 1) \frac{m}{2}}$

**Prof. Gh. P. GROSU, Bacău**

**MA3.** Se dă sistemul neomogen de bare în plan din figura alăturată, cunoscându-se lungimea l și densitățile celor trei bare:

$\rho_1 = 2\rho, \rho_2 = \frac{4}{3}\rho$  și  $\rho_3 = \rho$ .

Să se determine poziția centrului de masă al sistemului considerând referențialul cartezian, convenabil ales, xOy.



**R:**  $x_c = 0,5 l; y_c = 0,75 l$

\*\*\*

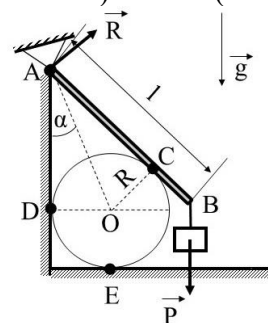
**MA4.** Se consideră un triunghi dreptunghic având una din catete b. Știind că cealaltă catetă (a) este media geometrică între b și ipotenuza triunghiului (c), să se determine a și c.

**R:**  $a = b\sqrt{\varphi}; c = b\varphi$

în care  $\varphi = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1,618...$  este „numărul de aur”.

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA5.** Un cilindru circular drept omogen, de rază R și de o anumită greutate, este așezat la baza unui perete vertical fix, cu care vine în contact în D, punctul de contact în planul orizontal (Pământul) fiind E (vezi fig.).

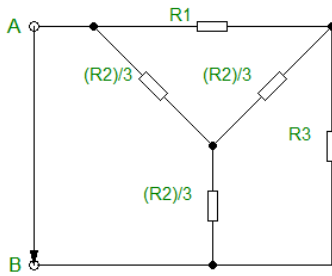


Pe cilindru se reazimă o bară AB de lungime l, de greutate neglijabilă, articulată în A și purtând la capătul B un corp de greutate  $\vec{P}$ . Sistemul, aflat în câmpul gravitațional terestru uniform ( $g = \text{const}$ ), se află în poziția de echilibru definit prin unghiul  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{4})$ . Știind că în această poziție  $|\vec{P}| = |\vec{R}|$ , în care  $\vec{R}$  este forța de reacțiune din articulația A, să se determine valoarea raportului l/R neglijând frecările de orice natură.

**R:**  $\frac{l}{R} = 2 \text{ctg } \alpha$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA6.** Se dă montajul de rezistoare ideale din figura alăturată, alimentat la o sursă de curent continuu.



Să se determine  $R_3$  în funcție de  $R_1$  și  $R_2$ , în situația în care rezistența electrică echivalentă  $R_{AB}=R_3/2$ . Să se particularizeze problema pentru cazul în care  $R_1=R_2$ .

R:  $R_3 =$

$$= \frac{R_2 \left[ (2R_1 + R_2) + \sqrt{(2R_1 + R_2)^2 + 8R_1(3R_1 + 2R_2)} \right]}{2(3R_1 + 2R_2)}$$

$R_3=R_2=R_1$  (particularizare)

\*\*\*

**MA7.** Un corp de mici dimensiuni, asimilat unui punct material, este aruncat pe orizontală în câmpul gravitațional terestru, considerat uniform (acceleerația gravitațională  $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ ), de la înălțimea  $H=20\text{m}$  față de sol, cu viteza inițială  $v_0=10 \text{ m/s}$ . Neglijând rezistența aerului, să se determine: 1) Viteza ( $v$ ) corpului la contactul cu solul precum și unghiul ( $\alpha$ ) făcut de direcția acestuia cu suprafața orizontală a solului; 2) Dependența  $H \in (0, 20 \text{ m})$  de valorile  $\alpha$  pe durata mișcării. Caz particular:  $\alpha=\pi/4 \text{ rad}$ .

R: 1)  $v = \sqrt{v_0^2 + 2gH} = 10\sqrt{5} = 22,36 \text{ m/s}$ ;

$$\alpha = \arctg \frac{\sqrt{2gH}}{v_0} = \arctg 2 \cong 63,43^\circ$$

2)  $\alpha \in \left( 0, \arctg \frac{\sqrt{2gH}}{v_0} \right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow y(\alpha) = \frac{v_0^2}{2g} \text{tg}^2 \alpha = \frac{v_0^2}{2g};$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow y(\alpha) = 5 \text{ m}$$

**Prof. Gh. P. GROSU, Bacău**

**MA8.** Să se demonstreze identitățile:

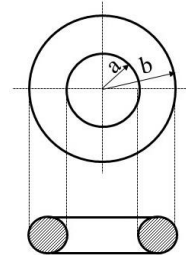
1)  $\sum_{k=0}^{2n} \text{ctg} \alpha \left( x + \frac{k\pi}{2n+1} \right) = (2n+1) \text{ctg} (2n+1)x$

2)  $\sum_{k=0}^{2n} \text{tg} \left( x + \frac{k\pi}{2n+1} \right) = (2n+1) \text{tg} (2n+1)x$

$x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$

\*\*\*

**MA9.** Se dă o spiră metalică coloidală, având secțiunea în formă circulară, rezistivitatea  $\rho$  și dimensiunile din figura alăturată.



Să se determine:

- 1) Valoarea aproximativă a rezistenței electrice pe care o are spira calculată prin luarea în considerare a lungimii medii a acesteia;
- 2) Valoarea exactă a rezistenței electrice a spirei;
- 3) Eroarea relativă care se face la determinarea valorii aproximative a rezistenței electrice pentru spira respectivă.

R: 1)  $R_a = \frac{4\rho(a+b)}{(b-a)^2}$ ;

2)  $R = \frac{2\rho(a+b+2\sqrt{ab})}{(b-a)^2}$ ;

3)  $\varepsilon = \frac{R_a - R}{R} = \left( \frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{\sqrt{b} + \sqrt{a}} \right)^2$

\*\*\*

**MA10.** O bobină cu rezistența electrică  $R=0,4 \Omega$  și inductanța  $L=10 \text{ mH}$  este parcursă de un curent electric continuu cu intensitatea  $I=2 \text{ A}$ . Să se determine:

- 1) Intensitatea curentului electric prin bobină după timpul  $t=25 \text{ ms}$  față de momentul scurtcircuitării;
- 2) Viteza de variație a curentului electric după acest timp.

R: 1)  $i(t) = I e^{-\frac{R}{L}t} \cong 0,74 \text{ A}, e \cong 2,718$

$e$  – baza logaritmilor naturali

2)  $v = -\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) \cong 29,6 \text{ A/s}$

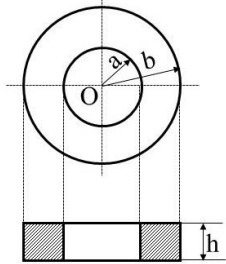
\*\*\*

**MA11.** O spiră metalică de rezistivitate  $\rho$ , având forma și dimensiunile  $a, b, h$  din figura alăturată, dispune de rezistența electrică care se cere a fi calculată în două moduri:

1) Un mod simplificat-aproximativ, luând în considerare lungimea medie a spirei ( $R_a$ );

2) Un mod de calculat exact ( $R$ ).

Să se determine rezistența electrică în cele două cazuri și apoi să se calculeze eroarea relativă care se face operând cu lungimea medie a spirei ( $R_a > R$ ).



**R:** 1)  $R_a = \frac{\pi\rho}{h} \cdot \frac{b+a}{b-a}$ ;

2)  $R = 2 \frac{\pi\rho}{h} \left( \ln \frac{b}{a} \right)^{-1}$

$\varepsilon = \frac{b+a}{2(b-a)} \ln \frac{b}{a} - 1$

\*\*\*

**MA12.** Să se determine rădăcinile de ordinul patru ale numărului complex  $Z = -625j$ ,  $j^2 = -1$ .

**R:**  $Z_k = 5 \left[ \cos \frac{1}{4} \left( \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \right) + j \sin \frac{1}{4} \left( \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \right) \right]$

$k = \overline{0,3}$

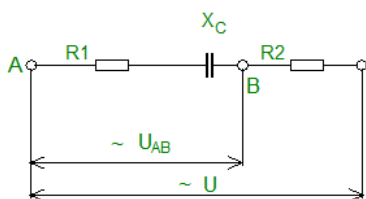
\*\*\*

**MA13.** Să se determine numărul complex  $Z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ , pentru care  $|Z| = |Z - \lambda| = |Z^{-1}|$ , în care  $|Z|$  este modulul numărului complex  $Z$ , iar  $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . *Aplicație:*  $\lambda = 1$ .

**R:**  $Z = \frac{\lambda}{2} \pm j \frac{\sqrt{4 - \lambda^2}}{2}$ ,  $j^2 = -1$ ;  $Z \approx \frac{1}{2} \pm j \frac{\sqrt{3}}{2}$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA14.** Se consideră circuitul electric din figura alăturată, alcătuit din elemente ideale  $R_1, R_2$  și  $X_C$ , alimentat la tensiune alternativă sinusoidală de valoare efectivă  $U$ .

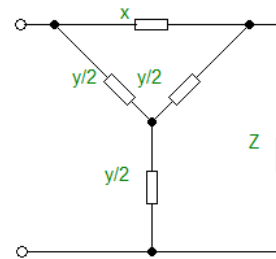


Cunoscând valorile  $R_2$  și  $X_C$ , să se determine  $R_1$  astfel încât tensiunea efectivă  $U_{AB}$  să fie defazată cu  $45^\circ$  în urmă față de tensiunea  $U$ . *Aplicație numerică:*  $R_2 = 20 \Omega$ ;  $X_C = 12 \Omega$ .

**R:**  $R_1 = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{R_2^2 + 4X_C(R_2 - X_C)} - R_2 \right] = 4 \Omega$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA15.** Se dă montajul de rezistoare ideale din figura alăturată, în care se cunosc rezistențele electrice  $x$  și  $y$ .



Să se determine valoarea rezistenței electrice  $Z$  pentru care rezistența electrică echivalentă a montajului este  $R_{AB} = Z/2$ .

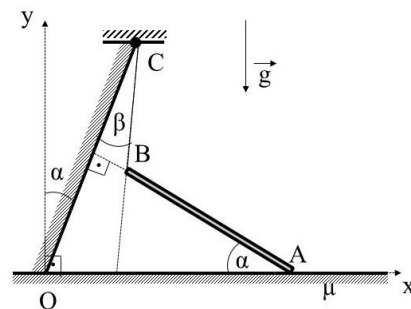
*Particularizare:*  $x = y$ .

**R:**  $Z = \frac{y}{2(3x+2y)} \left( 2x + y + \sqrt{28x^2 + 20xy + y^2} \right)$ ;

$Z = x = y$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA16.** Sistemul mecanic din figura alăturată este alcătuit dintr-o bară omogenă și de secțiune constantă  $AB$ , care se sprijină cu capătul  $A$ , cu frecare de alunecare, pe un plan orizontal. Celălalt capăt al barei,  $B$ , este legat printr-un fir ideal ( $BC$ ) pe un perete înclinat față de planul vertical, în punctul fix  $C$ .



Pentru ca bara să se afle în echilibru la limita alunecării spre dreapta (în sensul pozitiv al axei  $Ox$ ), unghiul format de direcția barei cu planul orizontal este  $\alpha \in \left( 0, \frac{\pi}{2} \right)$ , egal cu unghiul de înclinare al peretelui față de planul vertical, iar unghiul făcut de firul  $BC$  cu peretele este  $\beta < \alpha$ . Ce valoare trebuie să aibă

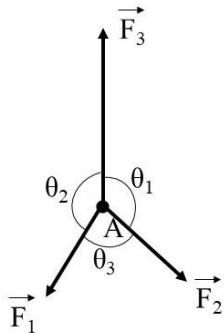
coeficientul de frecare ( $\mu$ ) în A? *Aplicație numerică:*  $\alpha=2\beta=\pi/3$  rad.

$$R: \mu = \frac{\text{tg}(\alpha - \beta)}{2 \cos \beta} \approx 0,192$$

$$\frac{\cos \alpha \cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos(\alpha - \beta)}$$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA17.** Asupra unui punct material A (caz limită al corpului solid rigid) acționează forțele coplanare  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  și  $\vec{F}_3$  (vezi fig.).

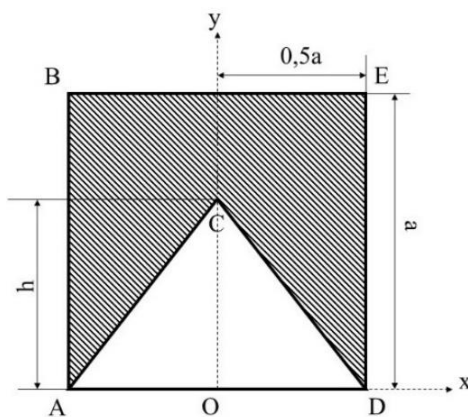


Direcțiile și sensurile de acțiune ale forțelor sunt definite de unghiurile  $\theta_1, \theta_2$  și  $\theta_3$ . Să se stabilească relația dintre aceste forțe și unghiurile respective astfel încât punctul material A să se afle în echilibru (relația lui Stevin).

$$R: \frac{\sin \theta_1}{F_1} = \frac{\sin \theta_2}{F_2} = \frac{\sin \theta_3}{F_3}$$

\*\*\*

**MA18.** Placa omogenă (hașurată) din figura alăturată este obținută prin decuparea triunghiului ACD din pătratul ABED de latură  $a$ .



Să se determine înălțimea  $h$  a triunghiului astfel încât centrul de greutate al plăcii să se afle în vârful C al triunghiului ACD. Se va considera sistemul de referință  $xOy$ ,  $Oy$  fiind după axa de simetrie a figurii.

$$R: h = \frac{a}{2}(3 - \sqrt{3}) \approx 0,635a$$

\*\*\*

**MA19.** O navă satelit al Pământului are depărtarea la apogeu  $h_1=325$  km și la perigeu  $h_2=180$  km. Considerând Pământul sferic de rază  $R=6400$  km, să se determine aria elipsei pe a cărui contur se deplasează nava.

$$R: A = \frac{\pi}{2} (2R + h_1 + h_2)\sqrt{(R + h_1)(R + h_2)} \approx$$

$$\approx 138\,745\,655,40 \text{ km}^2$$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA20.** Se consideră un circuit electric alcătuit dintr-un rezistor conectat în serie cu o bobină reală (circuit electric echivalent  $R_b, L_b$  serie) și alimentat la tensiune alternativă sinusoidală.

1) Cunoscând unghiul de defazaj curent-tensiune  $\varphi_b$  al bobinei, se cere determinarea raportului ( $\lambda$ ) dintre rezistența electrică a rezistorului și cea a bobinei pentru care unghiul de defazaj al întregului circuit este complementar celui al bobinei.

2) Presupunând rezistența electrică a rezistorului variabilă  $R \in (0, \infty)$ , se cere a fi determinat unghiul de defazaj curent-tensiune al circuitului în situația în care pe rezistor se dezvoltă puterea electrică maximă, în funcție de  $\lambda$ .

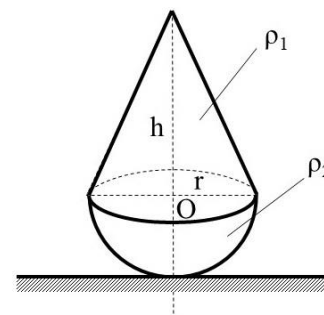
*Aplicație numerică:*  $\varphi_b=60^\circ$ .

$$R: 1) \lambda = \text{tg}^2 \varphi_b - 1 = 2, \varphi_b > 45^\circ;$$

$$2) \varphi = \text{arctg}(\sin \varphi_b) = \text{arctg} \sqrt{\frac{\lambda + 1}{\lambda + 2}} \approx 40^\circ$$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA21.** Un corp este alcătuit dintr-un con confecționat dintr-un material omogen de densitate  $\rho_1$  și o emisferă confecționată tot dintr-un material omogen, dar cu densitatea  $\rho_2 \neq \rho_1$ . Cele două părți componente au baza comună (vezi fig.).



Să se determine raportul dintre înălțimea conului ( $h$ ) și raza bazei comune ( $r$ ) astfel încât

centrul de greutate al corpului să se afle în centrul cercului comun de bază (O).

$$R: \frac{h}{r} = \left(3 \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^2$$

\*\*\*

**MA22.** Se consideră triunghiul ABC cu laturile a, b și c astfel că:

$$\lambda = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} > 0.$$

Să se arate că:

$$\sin A + \sin B + \sin C \leq \frac{\lambda}{R} \sin \frac{\pi}{3},$$

în care prin R s-a notat raza cercului circumscris triunghiului.

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA23.** Dintr-un conductor metallic filiform și omogen se confecționează un contur închis sub forma unui triunghi ABC. Măsurând rezistențele electrice între vârfurile acestuia, se constată că valorile acestora se află în raportul  $R_{AB}:R_{BC}:R_{AC}=70:64:54$ .

Să se arate că triunghiul este dreptunghic.

$$R: \overline{AB}:\overline{BC}:\overline{AC} = 5\sqrt{2}:4\sqrt{2}:3\sqrt{2},$$

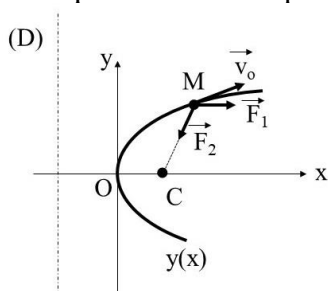
ceea ce înseamnă că  $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$  (teorema lui Pitagora) și, ca urmare, ABC este un triunghi dreptunghic.

\*\*\*

**MA24.** Să se arate că, dacă rezistența interioară a unei surse de curent continuu are valoarea egală cu media geometrică a rezistențelor electrice de valori diferite a două rezistoare, atunci puterile disipate pe acestea, conectate separat la bornele sursei, sunt egale.

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA25.** Un corp de mici dimensiuni, asimilat unui punct material **P** de masă **m**, se mișcă uniform cu viteza  $\vec{v}_0$  pe o traiectorie parabolică descrisă de ecuația  $y^2(x)=2px$  în reperul cartezian xOy, fiind sub acțiunea a două forțe (vezi fig.). Forța  $\vec{F}_1$  are direcția paralelă cu axa parabolei (Ox) și  $\vec{F}_2$  cu direcția PC, în care C reprezintă focarul parabolei.

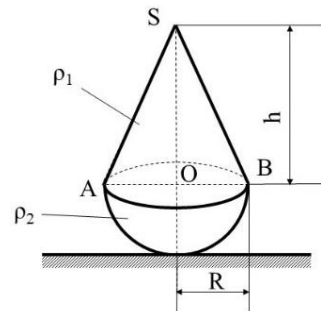


Să se determine mărimile (modulele) forțelor  $\vec{F}_1$   $\vec{F}_2$  astfel încât corpul să se miște uniform pe traiectoria parabolică.

$$R: F_1 = F_2 = \frac{mv_0^2}{4} \left( \frac{1}{x + \frac{p}{2}} \right)$$

\*\*\*

**MA26.** Un corp este alcătuit dintr-un con confecționat dintr-un material omogen de densitate  $\rho_1$  și o emisferă având baza comună cu cea a conului. Materialul din care este confecționată emisfera este omogen și are densitatea  $\rho_2$  (vezi fig.).

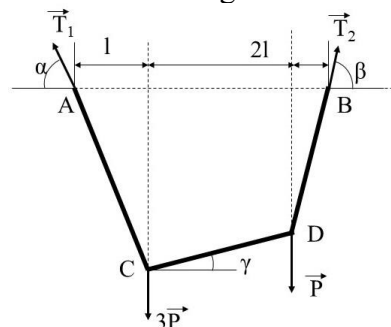


Să se determine raportul dintre volumul conului și al emisferei pentru care centrul de masă al corpului să se afle în centrul (O) al bazei circulare comună ansamblului celor două corpuri componente.

$$R: \frac{V_c}{V_s} = \frac{h}{2R} = 2 \sqrt{\frac{3\rho_2}{\rho_1}}$$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA27.** Se consideră un fir ideal solicitat de forțe concentrate ca în figura alăturată.



Folosind datele din figură, să se determine valorile tensiunilor în A și B, înclinarea față de orizontală  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  a fiecărei porțiuni și lungimea firului. Se cunosc  $\vec{P}$  și l.

$$R: T_1 = \frac{8\sqrt{5}}{7} P; T_2 = \frac{4\sqrt{13}}{7} P; \alpha = \arctg 2;$$

$$\gamma = \arctg 0,625; L \approx 5,5l$$

\*\*\*

**MA28.** Fără a fi folosită noțiunea de derivată, să se determine  $x > 0$  pentru care funcția  $f(x)$  are valoarea maximă și apoi să se determine această valoare, unde:

$$f(x) = \frac{x^2}{(x^2 - a^2)^2 + b^2 x^2}, \quad a, b > 0$$

**R:**  $x^* = a; \quad f_{\max} = f(x^*) = \frac{1}{b^2}$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

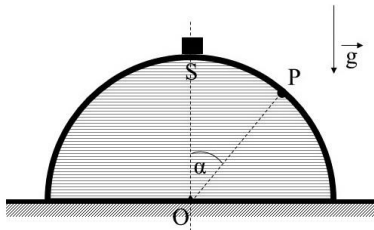
**MA29.** În triunghiul ABC se află un punct P ale cărui distanțe până la vârfurile A, B, C sunt  $x, y$  și  $z$ . Cunoscând distanțele  $a, b$  și  $c$  de la punctul respectiv la laturile BC, CA și AB, să se arate că  $xyz \geq (b+c)(a+c)(a+b)$ .

\*\*\*

**MA30.** Pe laturile unui paralelogram ABCD ( $\overline{AD} = \overline{BC}$  și  $\overline{AB} = \overline{DC}$ ) se construiesc 4 pătrate. Pe considerente de ordin cinematic, să se arate că centrele celor patru pătrate definesc un alt pătrat.

\*\*\*

**MA31.** O emisferă izolatoare are poziția fixă în atmosfera terestră (acelerația gravitațională constantă) în care se manifestă un câmp electrostatic omogen ale cărui linii de câmp sunt orientate orizontal și paralel cu diametrul acesteia (vezi fig.).



Din vârful sferei (punctul S) începe să alunece liber un corp electrizat de mici dimensiuni, asimilat unui punct material. Neglijând frecările de orice natură și cunoscând valoarea  $\lambda$  a raportului dintre greutatea corpului și forța care acționează asupra lui din partea câmpului electric, să se determine valoarea unghiului  $\alpha$  ce definește poziția punctului P în care corpul se desprinde de suprafața emisferei.

*Aplicație numerică:*  $\lambda = 2,5$ .

**R:**  $\alpha = \arcsin \left[ \frac{\lambda}{3} \left( \frac{\sqrt{5\lambda^2 - 9} - 2}{1 + \lambda^2} \right) \right] \approx 30^\circ$

\*\*\*

**MA32.** Un corp de mici dimensiuni, asimilat unui punct material, este lansat în

câmpul gravitațional terestru, în plan vertical de la suprafața orizontală a solului cu un unghi de înclinare a direcției vitezei inițiale  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$  față de orizontală. Traectoria corpului trece prin punctul P ( $d, h$ ) în sistemul de axe carteziene  $xOy$  atașat mișcării corpului lansat din O.

Neglijând rezistența aerului și cunoscând valoarea raportului  $n > 1$  dintre înălțimea maximă pe care o poate atinge corpul și  $h$ , să se determine:

1) Unghiul  $\alpha$  de lansare a corpului cunoscând  $n, h$  și  $d$ ;

2) Bătaia ( $L$ ) corpului (distanța orizontală la care ajunge corpul față de punctul de lansare) funcție de  $d$  și  $n$ .

**R:** 1)  $\alpha = \arctg 2n \frac{h}{d} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{n}} \right);$

2)  $L = 2nd \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{n}} \right)$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA33.** Un submarin cu masa  $M$  (deplasament), la un moment dat capătă o flotabilitate negativă  $\vec{P}$  și trece în imersiune (scufundare). Se consideră că forța de rezistență a apei este proporțională cu viteza de imersiune și cu aria proiecției orizontale a submarinului [ $\vec{R} = ks\vec{v}(t)$ ]. De asemenea se consideră că la momentul  $t=0$  viteza inițială de imersiune  $v(0) = v_0 = 0$ .

1) Să se determine variația în timp  $v(t)$  a vitezei de imersiune a submarinului;

2) Să se determine adâncimea de imersiune a submarinului după timpul  $t_1 = 120$  s față de momentul începerii imersiunii. Se cunosc:  $M = 5 \cdot 10^3$  tone;  $P = 10^5$  N;  $k = 15$  Ns/m<sup>3</sup>;  $s = 4 \cdot 10^2$  m<sup>2</sup>.

**R:** 1)  $v(t) = \frac{P}{ks} \left( 1 - e^{-\frac{ks}{M}t} \right);$

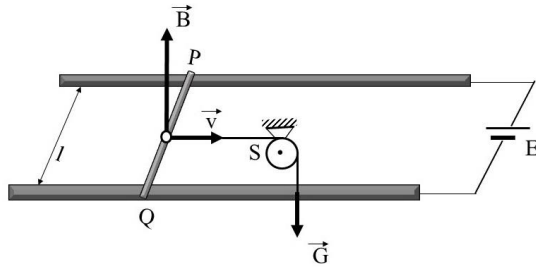
2)  $H = \frac{P}{ks} \left[ t_1 - \frac{M}{ks} \left( 1 - e^{-\frac{ks}{M}t_1} \right) \right] \approx 130$  m

\*\*\*

**MA34.** Un conductor rectiliniu PQ, cu lungimea  $l = 0,8$  m și rezistența electrică  $R = 2 \cdot 10^{-2} \Omega$ , se sprijină pe două șine metalice orizontale și paralele perfect conductoare și care sunt conectate la capete cu sursa de t.e.m.



$E=2\text{ V}$  și rezistență electrică interioară neglijabilă (vezi fig.).



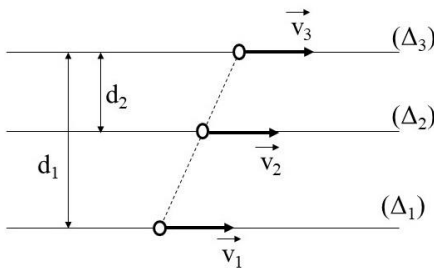
Conductorul se află într-un câmp magnetic omogen de inducție  $\vec{B}$  (T), cu direcția verticală, perpendicular pe planul format de conductor și cele două șine. De mijlocul conductorului este fixat un corp de greutate  $G=56\text{ N}$  prin intermediul unui scripete S ideal, astfel că forța  $\vec{G}$  este orizontală.

Știind că mișcarea conductorului este uniformă cu viteza  $v=2\text{ m/s}$ , să se determine inducția B a câmpului magnetic. Se neglijează frecările de orice natură.

$$R: B = \sqrt{\left(\frac{E}{2vl}\right)^2 + \frac{PR}{v^2l^2}} - \frac{E}{2vl} = 0,5T$$

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

**MA35.** Două corpuri de mici dimensiuni asimilate cu două puncte materiale se mișcă pe dreptele paralele  $\Delta_1$  și  $\Delta_2$  cu vitezele constante  $v_1$  și  $v_2$ , iar un al treilea corp se mișcă pe o a treia paralelă  $\Delta_3$ . Cele trei corpuri, în mișcarea lor, sunt mereu coliniare.



Cunoscându-se raportul distanțelor dintre dreptele  $k=d_2/d_1$ , să se determine viteza ( $v$ ) cu care se mișcă al treilea corp (vezi fig.).

$$R: v = \frac{v_2 - kv_1}{1 - k}$$

\*\*\*

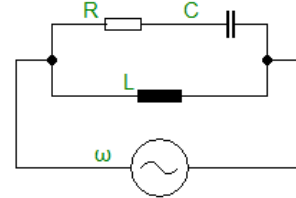
**MA36.** Să se determine ecuația traiectoriei unui punct material dacă mișcarea sa este dată, în reperul cartezian  $xOy$ , de ecuațiile: 1)  $x=25t^2+5$ ,  $y=20t^2+3$ ; 2)  $x=10+\cos t$ ,  $y=8\sin t$ , în care  $t>0$  reprezintă timpul.

**R:** 1) Dreapta de ecuație  $4x-5y-5=0$ ;

2) Elipsa  $\frac{(x-10)^2}{36} + \frac{y^2}{64} = 1$

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

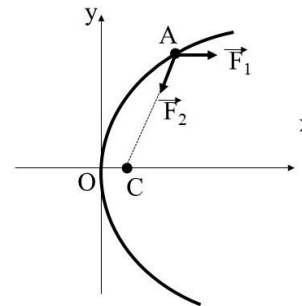
**MA37.** Se consideră circuitul electric din figura alăturată alcătuit din elemente ideale RLC, conectat la o sursă de tensiune alternativă sinusoidală de valoare efectivă constantă și pulsație variabilă  $\omega \in (0, \infty)$ .



Să se arate că pulsația ideală de rezonanță a circuitului RLC serie (alcătuit din aceleași elemente)  $\omega_0$  este media geometrică dintre pulsația pentru care unghiul de defazaj curent principal-tensiune a circuitului dat este minim și pulsația pentru care același unghi are valoarea maximă atunci când bobina își schimbă locul în schemă cu condensatorul. Tensiunea de alimentare rămâne aceeași în ambele cazuri.

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

**MA38.** Un corp de mici dimensiuni, asimilat unui punct material A, de masă m, acționat de două forțe, se mișcă uniform cu viteza  $v_0$  pe o parabolă de ecuație  $y^2=2px$  (vezi fig.).



Forța  $\vec{F}_1$  este paralelă cu axa parabolei, iar forța  $\vec{F}_2$  este dirijată spre focarul C al parabolei. Să se determine mărimile acestor forțe.

$$R: F_1 = F_2 = \frac{mv_0^2}{4} \cdot \frac{1}{x + \frac{p}{2}}$$

\*\*\*

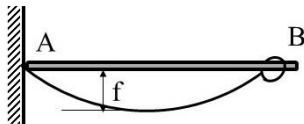
**MA39.** O ambarcațiune se deplasează pe o apă liniștită cu viteza  $v_0$ . La un anumit moment, i se oprește motorul și, ca urmare, după timpul  $t_1$  i se reduce viteza la  $v_1 < v_0$ .

Considerând că forța pe care o opune apa la deplasarea ambarcațiunii este proporțională cu viteza acesteia [ $F=-kv(t)$ ,  $k$ =coeficient de proporționalitate,  $t$  – timpul], să se determine viteza pe care o are ambarcațiunea după timpul  $t_2 > t_1$  de la oprirea motorului. *Aplicație numerică:*  $v_0=60$  km/h;  $t_1=40$  s;  $v_1=24$  km/h;  $t_2=120$  s.

**R:**  $v_2 = v_0 \left(\frac{v_1}{v_0}\right)^{\frac{t_2}{t_1}}$  3,84 km/h

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA40.** Un fir omogen și de secțiune constantă este legat cu capătul A într-un punct fix al unei bare fixe, la capătul fix al acesteia (vezi fig.).



Celălalt capăt al barei este legat de un inel, care poate aluneca pe bară. Cunoscând lungimea  $2l$  a firului și coeficientul de frecare  $\mu$  între inel și bară, să se determine săgeata ( $f$ ) și distanța AB, considerând echilibru la limită.

**R:**  $f = l(\sqrt{1 + \mu^2} - \mu)$ ;

$$AB = 2\mu l \ln\left(\frac{1}{\mu} + \sqrt{1 + \frac{1}{\mu^2}}\right)$$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA41.** Un nit omogen este alcătuit din semisfera de rază  $R$  și cilindrul circular drept de rază  $r$  și înălțime  $h$ . Să se determine poziția centrului de greutate al nitului ( $h_c$ ) cunoscând că în reperul cartezian  $xOyz$  poziția centrului de greutate al semisferei este definită prin distanța  $y_c=-3R/8$ .

**R:**  $h_c = \overline{OC} = \frac{3(2r^2h^2 - R^4)}{4(3r^2h + 2R^3)}$

\*\*\*

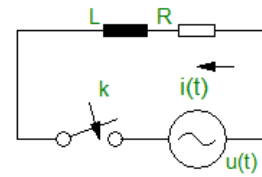
**MA42.** Se consideră circuitul electric alcătuit din bobina  $R, L$ , ce poate fi alimentat la tensiunea electrică variabilă în timp ( $t$ ) – alternativă sinusoidală  $u(t)=U_m \sin(\omega t + \psi)$  (vezi fig.).

După închiderea întrerupătorului  $k$ ,  $t > 0$ , valoarea instantanee a intensității curentului electric din circuit este:

$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) + Ke^{-\frac{t}{\tau}}$ ;

$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ ,

$\tau = L/R$  (constanta de timp a circuitului).



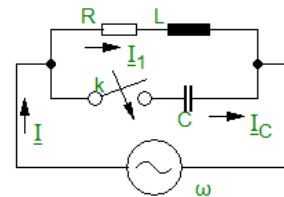
Să se verifice corectitudinea valorii  $i(t)$  ținând seama că, potrivit celei de a doua teoreme a lui Kirchhoff,

$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = u(t)$

și că în momentul inițial (al închiderii întrerupătorului  $k$ )  $t=0 \Rightarrow i(0)=0$  – condiție din care rezultă și valoarea constantei  $K$ .

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA43.** Se consideră circuitul electric din figura alăturată alcătuit din elemente ideale RLC și alimentat la tensiune alternativă sinusoidală de valoare efectivă constantă și pulsație variabilă  $\omega \in (0, \infty)$ .



Dacă întrerupătorul  $k$  este deschis, valoarea curentului electric principal din circuit are intensitatea efectivă  $I_1$ , iar dacă este închis, această intensitate este  $I$ .

1) Să se compare pulsația pentru care  $\lambda=I_1/I$  are valoarea maximă ( $\omega_1$ ) cu pulsația de rezonanță ( $\omega_r$ ) a circuitului făcând raportul lor;

2) Să se determine  $\lambda_{max}$ . Se cunoaște factorul de calitate  $q$  al circuitului RLC serie conectat la aceeași tensiune alternativă sinusoidală.

**R:** 1)  $\frac{\omega_1}{\omega_r} = \sqrt{\frac{q^2 - 0,5}{q^2 - 1}}$ ,  $q > 1$ ;

2)  $\lambda_{max} = \frac{1}{q} \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2q}\right)^2}$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

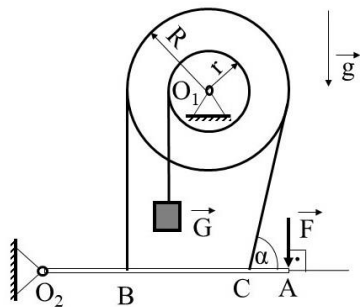
**MA44.** Un corp de mici dimensiuni, asimilat unui punct de masă  $m$  este aruncat în plan vertical în câmpul gravitațional terestru considerat uniform (acelerația gravitațională

$g=const.$ ), având viteza inițială  $\vec{v}$ , a cărei direcție face cu orizontala unghiul  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ . Mediul atmosferic se opune mișcării cu o forță de rezistență a cărei mărime este proporțională cu viteza corpului  $\vec{R} = -k\vec{v}$ , coeficientul  $[k]=kgs/m$  fiind o constantă fizică.

Să se determine ecuația traiectoriei corpului  $y(x)$  într-un sistem de axe de coordonate cartezian  $xOy$  cu originea  $O$  în punctul de aruncare a corpului.

**R:** 
$$y(x) = k \left( \frac{mg}{v_0 \cos \alpha} + k \operatorname{tg} \alpha \right) + \frac{m^2 g^2}{k^2} \ln \left( 1 - \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)$$
 \* \* \*

**MA45.** Se consideră trolitul din figura alăturată acționat la raza  $r$  de greutate  $\vec{G}$  și frânat cu ajutorul unui fir considerat ideal, apăsat cu frecare de alunecare (coeficient de frecare  $\mu$ ) pe periferia trolitului de rază  $R$ , prin intermediul barei  $\overline{O_2A}$  de greutate neglijabilă.

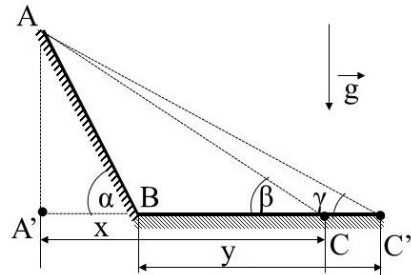


Știind că  $\overline{O_2B} = \overline{BC} = \overline{CA} = \frac{1}{3} \overline{O_2A}$  și cunoscând unghiul  $\alpha$ , se cere a se determina mărimea forței  $\vec{F}$  (cu direcția perpendiculară pe bară) astfel încât sistemul să se afle în echilibru.

**R:** 
$$F = \frac{Gr}{3R} \cdot \frac{1 + 2 \sin \alpha e^{\mu(\frac{3\pi}{2} - \alpha)}}{e^{\mu(\frac{3\pi}{2} - \alpha)} - 1}$$
 \* \* \*

**MA46.** Un corp de mici dimensiuni (asimilat unui punct material) este lansat, fără viteză inițială, din vârful  $A$  al unui plan înclinat de-a lungul liniei de cea mai mare pantă spre baza acestuia. După ce ajunge la baza planului, în  $B$ , corpul își continuă mișcarea pe un plan orizontal până la oprire în punctele  $C$  sau  $C'$  (vezi fig.). Corpul ajunge în  $C$  dacă pe întregul traseu  $\overline{AB} + \overline{AC}$  acesta se deplasează prin alunecare, unghiul de frecare  $\varphi = \operatorname{arctg} \mu$  ( $\mu$  – coeficientul de frecare la alunecare) este același. Același corp ajunge în  $C'$  dacă pe

traseul  $\overline{AB}$  alunecarea corpului este liberă (frecare neglijabilă), iar frecarea se manifestă doar pe porțiunea orizontală  $\overline{AC'}$  cu același unghi de frecare.



Neglijând pierderea de energie cinetică în  $B$  și considerând accelerația gravitațională constantă ( $g=const.$ ) se cer:

1) Să se compare distanțele  $\overline{A'C}=x$  și  $\overline{BC}=y$  determinându-se valorile lor dacă  $\overline{AA'} = h$ ,  $\overline{AA'} \perp \overline{AC'}$ .

2) Să se arate că  $\operatorname{tg} \gamma = (\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi)(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varphi)$

**R:** 1)  $x = y = h \cdot \operatorname{ctg} \varphi$ ,  $\varphi < \alpha$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA47.** Se consideră Pământul drept o sferă omogenă. Să se determine raza Pământului ( $R$ ) în condiția în care accelerațiile gravitaționale ale acestuia (ale câmpului gravitațional) la o altitudine, respectiv o adâncime egale ( $h$ ) sunt și ele egale.

**R:**  $R = \varphi h$ , în care  $\varphi = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1,618...$  este „numărul de aur”.

\* \* \*

**MA48.** Pentru a se putea determina rezistența electrică și inductanța  $L$  ale unei bobine (circuit electric echivalent RL serie) se fac două măsurători ale valorilor efective ale intensității curentului electric și tensiunii alternative sinusoidale, la bornele ei, pentru pulsațiile  $\omega_1 \neq \omega_2$ . Să se calculeze  $R$  și  $L$  pe baza celor două grupe de valori măsurate:  $I_1, U_1$  și  $I_2, U_2$ .

**R:** 
$$R = \sqrt{\frac{\omega_1^2 \left(\frac{U_2}{I_2}\right)^2 - \omega_2^2 \left(\frac{U_1}{I_1}\right)^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2}};$$

$$L = \sqrt{\frac{\left(\frac{U_1}{I_1}\right)^2 - \left(\frac{U_2}{I_2}\right)^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2}}$$

\* \* \*

**MA49.** Două forțe  $\vec{F}_1$  și  $\vec{F}_2$  fac între ele unghiul  $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2})$  având rezultanta  $\vec{F}$ . Să se

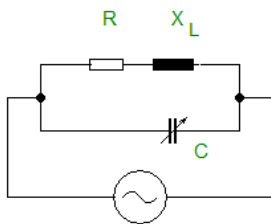
determine modulele celor două forțe dacă rezultanta lor în cazul  $\alpha=0$  este R. *Aplicație numerică:*  $F=5\sqrt{109}$  N,  $\alpha=\pi/3$  rad și  $R=60$  N.

$$R: F_{1,2} = \frac{R}{2} \left[ 1 \pm \frac{1}{\sin \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\left(\frac{F}{R}\right)^2 - \cos^2 \frac{\alpha}{2}} \right],$$

$$F_1 = 35 \text{ N}; F_2 = 25 \text{ N (sau invers)}.$$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA50.** Circuitul electric din figura alăturată este alcătuit din elemente ideale și este conectat la o tensiune alternativă sinusoidală de amplitudine și frecvență constante.

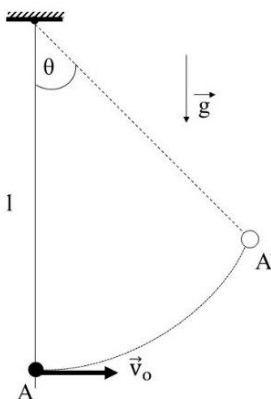


Pentru o anumite valoare a capacității electrice variabilă  $C \in (0, \infty)$  ce se poate determina funcție de R și  $X_L$ , impedanța electrică echivalentă a circuitului are valoarea maximă  $Z_{em}$ . Ce valoare are R în această situație?

$$R: R_e = \frac{Z_{em}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{Z_{em}}{2}\right)^2 - X_L^2}, \quad Z_{em} > 2X_L$$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA51.** Un corp de mici dimensiuni, asimilat unui punct material, suspendat de un fir ideal de lungime l, pleacă din poziția de echilibru cu o viteză inițială  $\vec{v}_0$  orizontală. mișcarea are loc în plan vertical, în câmpul gravitațional (acelerația gravitațională  $g=const.$ ).



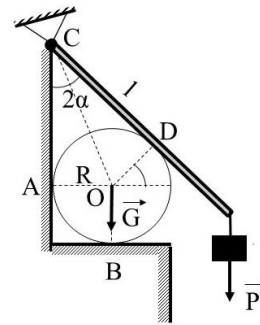
Să se determine valoarea maximă a amplitudinii unghiulare ( $\theta_{max}$ ) pentru care corpul rămâne pe traiectoria circulară (vezi

fig.) fără a cădea în interior. Se neglijează rezistența aerului.

$$R: \theta_{max} = \arccos \frac{1}{3} \left( 2 - \frac{v_0^2}{gl} \right)$$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA52.** Un cilindru de greutate  $\vec{G}$  și rază R este așezat la baza unui perete vertical cu care vine în contact în A, punctul de contact cu pământul fiind în B (vezi fig.).



Pe cilindru se reazemă o bară de greutate neglijabilă, articulată în C și având contact cu acesta în D. Considerând unghiul  $\alpha$  variabil,  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ , se cere a fi determinate  $\alpha=\alpha^*$  pentru care forța de legătură în B, la echilibrul sistemului, are valoarea maximă și respectiv această valoare ( $N_{Bmax}$ ).

(*Variantă la o problemă cunoscută*).

$$R: \alpha = \alpha^* = \pi/3 \text{ rad};$$

$$N_{Bmax} = G + \frac{3\sqrt{3}}{4} P \frac{l}{R}$$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA53.** Un punct fix O atrage punctul material P de masă m cu o forță  $\vec{F}=\vec{kx}^n$  unde  $x=OP$ , iar k este un coeficient constant cu  $n \neq 0$ . Punctul pornește în momentul inițial de la  $OP_0=x_0$ , cu viteză nulă. Să se determine viteza cu care punctul material ajunge în punctul O.

$$R: v_0 = -\sqrt{\frac{2k}{m} \cdot \frac{x_0^{n+1}}{n+1}}, \quad n > -1$$

\*\*\*

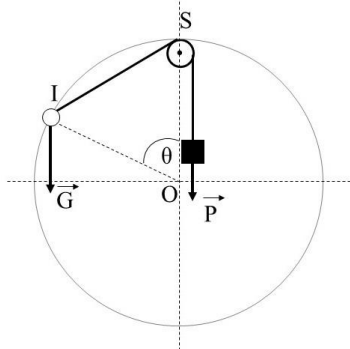
**MA54.** Utilizând teorema de medie din analiza matematică, să se demonstreze că forța medie la deplasarea unei sarcini electrice punctiforme q, în câmpul electrostatic creat de o sarcină electrică Q între două puncte definite prin distanțele  $r_2 > r_1$  față de sarcina sursă, este media geometrică a forțelor columbiene ce acționează asupra sarcinii q în cele două poziții (în aer).

$$R: F_m = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r_1 r_2} = \sqrt{F(r_1)F(r_2)},$$

$\epsilon_0$  – permitivitatea aerului (aproximativ egală cu a vidului)

\*\*\*

**MA55.** Un inel I poate aluneca cu frecare de coeficient  $\mu = \arctg \varphi$  ( $\varphi$  – unghi de frecare) pe un cerc situat într-un plan vertical. Inelul de greutate  $\vec{G}$  este legat cu un fir ideal trecut peste un scripete ideal S amplasat la capătul diametrului vertical al cercului. Firul poartă la capăt o greutate necunoscută  $\vec{P}$  (vezi fig.).

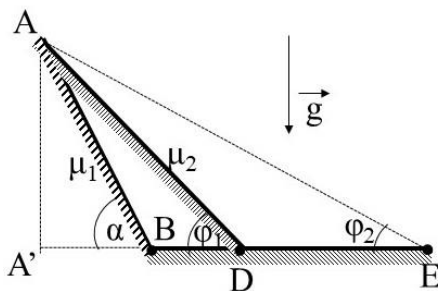


Să se determine P și unghiul  $\theta$  pentru care inelul nu poate aluneca în sus (spre S).

$$R: P \leq G \frac{\sin(\theta + \varphi)}{\cos\left(\frac{\theta}{2} + \varphi\right)}, \quad \theta > \pi - 2\varphi$$

\*\*\*

**MA56.** Un corp de mici dimensiuni, asimilat unui punct material, coboară liber prin alunecare pe un plan înclinat care are unghiul față de planul orizontal  $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ , începând din vârful A către baza acestuia în B. Din B, corpul își continuă mișcarea pe planul orizontal până în D, unde se oprește (vezi fig.).



Coeficientul de frecare la alunecarea corpului pe traseul  $\overline{AB} + \overline{BD}$  este  $\mu_1$ . Dacă AD se consideră un plan înclinat din vârful căruia coboară liber același corp astfel încât acesta parcurge distanța  $\overline{AD} + \overline{DE}$ , în mod analog cu cazul primului plan înclinat, coeficientul de frecare la alunecare fiind  $\mu_2$ , să se determine valoarea raportului distanțelor  $\overline{BD}/\overline{DE}$  precum și ordinea valorilor  $\mu_1, \mu_2$  și  $\tg \alpha$ , astfel încât

problema să fie posibilă (corpul să alunece liber pe cele două plane înclinate). Se neglijează pierderea de energie cinetică la trecerea corpului de pe planele înclinate pe planul orizontal, iar accelerația gravitației terestre se consideră constantă.

$$R: \frac{\overline{BD}}{\overline{DE}} = \frac{\mu_2(1 - \mu_1 \text{ctg } \alpha)}{\mu_1 - \mu_2};$$

$$\mu_2 < \mu_1 < \text{tg } \alpha \Rightarrow \varphi_2 < \varphi_1 < \alpha,$$

$$\mu_1 = \text{tg } \varphi_1; \quad \mu_2 = \text{tg } \varphi_2;$$

$\varphi_1$  și  $\varphi_2$  – unghiuri de frecare de alunecare

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA57.** Un avion de masă M are, la aterizarea pe sol și când ia contact cu pista perfect orizontală, viteza  $v_0$ . Coeficientul de frecare în timpul rulării pe pista de aterizare este  $\mu$ , iar forța de rezistență a aerului este proporțională cu pătratul vitezei avionului  $v(t)$ . Componenta orizontală a rezistenței este  $F_x = -k_x v^2(t)$ , iar cea verticală  $F_y = -k_y v^2(t)$ , în care  $k_x$  și  $k_y$  sunt coeficienți de proporționalitate.

Considerând accelerația gravitațională constantă ( $g = \text{const.}$ ), să se determine distanța (lungimea) de aterizare și timpul necesar până la oprirea avionului.

*Aplicație numerică:*  $M = 5$  tone;  $v_0 = 200$  km/h;  $k_x = 1,05 \text{ N s}^2/\text{m}^2$ ;  $k_y = 6 \text{ N s}^2/\text{m}^2$ ;  $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\mu = 0,08$ .

$$R: L = \frac{M}{2(k_x - \mu k_y)} \ln \left[ 1 + \frac{v_0^2}{Mg} \left( \frac{k_x}{\mu} - k_y \right) \right] \approx 1598,7331 \text{ m}$$

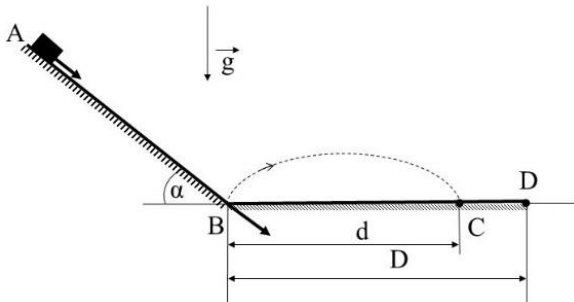
$$t = \sqrt{\frac{M}{\mu g(k_x - \mu k_y)}} \arctg \left[ v_0 \sqrt{\frac{1}{Mg} \left( \frac{k_x}{\mu} - k_y \right)} \right] \approx 74 \text{ s}$$

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA58.** Un corp de mici dimensiuni, asimilat unui punct material, alunecă liber pe un plan înclinat de unghi  $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  față de orizontală, din vârful planului către baza acestuia (vezi fig.).

Ajunghând la baza planului, corpul își continuă mișcarea prin alunecare pe un plan orizontal, coeficientul de frecare la alunecare fiind  $\mu$ . Pentru evaluarea distanței parcurse de

corp pe planul orizontal se au în vedere două posibilități: neglijând pierderea de energie cinetică a corpului la trecerea de pe planul înclinat pe cel orizontal (distanța D) și, a doua posibilitate, luând în considerare ciocnirea corpului cu planul orizontal fix la trecerea corpului de pe un plan pe celălalt, coeficientul de respingere la ciocnire fiind k (distanța d).



Sistemul mecanic se află în aer, a cărui rezistență se neglijează, iar accelerația gravitațională  $g = \text{const}$ .

1) Să se compare distanțele d și D făcând raportul lor și să se determine  $k(\mu, \alpha)$  pentru care acest raport are valoarea unitară ( $d=D$ );

2) Să se determine  $\alpha$  în condițiile 1), pentru care k are valoarea minimă și apoi să se calculeze această valoare. Ce concluzie trageți cu privire la cerințele problemei?

R: 1)  $\frac{d}{D} = \frac{\mu k \cdot \text{tg } \alpha}{1 + \text{tg}^2 \alpha}; k = \frac{1 + \text{tg}^2 \alpha}{\mu \cdot \text{tg } \alpha};$

2)  $k = \frac{1}{\mu \cdot \text{tg } \alpha} + \frac{\text{tg } \alpha}{\mu}, \alpha = \alpha^* = \frac{\pi}{4} \text{ rad};$

$k_{\text{min}} = \frac{2}{\mu}$

Cum  $\mu < 1 \Rightarrow k > 2$ , ceea ce nu e posibil dat fiind că  $k < 1$ . Deci egalitatea  $d=D$  nu este posibilă în condițiile enunțului problemei, ceea ce se putea observa și din 1), astfel că  $d < D$ .

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

**MA59.** Un corp de mici dimensiuni, asimilat unui punct material, cade în aer pe verticală, cu viteza v, potrivit legii:

$y(t) = \frac{g}{k} t + \frac{g}{k^2} (e^{-kt} - 1),$

în care g este accelerația gravitațională, iar k este o constantă. Știind că axa y este îndreptată în jos, să se determine expresia forței de rezistență a aerului  $\vec{R}$  dacă corpul are masa m.

R:  $R = mk \frac{dy}{dt} = mkv$

\*\*\*



## C. CYGNUS MAGAZIN

### • Literatură și matematică

Este suficient a privi în trecutul istoric, ca și în ziua de astăzi de altfel, ca să ne dăm seama că între slujitorii literaturii și ai matematicii nu prea există legături de niciun gen.

Dan Barbilian (Ion Barbu) este singurul matematician român celebru (mai ales geometru) care s-a manifestat și în poezia ermetică de înaltă calitate fiind remarcat atât în istoria matematicii din România cât și în istoria literaturii române.

În rest trebuie reținute doar mai multe încercări literare (mai ales în poezie) ale unor slujitori ai matematicii, dar care au rămas la nivel de amatorism. În plus, pentru unii talentați scriitori în proză sau în versuri, matematica a rămas cel mult la nivelul unor cunoștințe cu totul elementare asimilate pe parcursul învățământului preuniversitar. Este semnificativă în acest sens slaba pregătire în domeniul matematicii elevului Mihai Eminescu – Luceafărul poeziei românești de mai târziu. Eminescu motiva rezultatele slabe la matematică astfel: „*Deși aveam o memorie fenomenală, numere nu puteam învăța pe de rost întrucât îmi intrase în cap ideea că matematicile sunt științele cele mai grele de pe fața pământului*”.

Mai târziu, ilustrul poet a mărturisit că îndepărtarea sa de matematică se datora metodelor mai puțin reușite, ca să nu le spunem rele, de predare (*Viața lui Mihai Eminescu* – G. Călinescu). Încin să cred că, din acest punct de vedere, Eminescu avea foarte multă dreptate.

Dacă ar fi să privim lucrurile la nivel planetar (mondial) reține atenția că celebrul matematician (logician) și filozof englez Bertrand Russell (1872-1970) a primit (i s-a decernat) Premiul Nobel pentru literatură! Încin să cred că e un caz unic în cultura universală.

O notă aparte o constituie literatura de anticipație gen „*science fiction*” – domeniu în care s-au afirmat și unii profesioniști în științele exacte (cum ar fi fizicieni, chimiști ș.a.), în care matematica, prin aplicațiile sale poate avea un rol deosebit. Acest gen de literatură, deși în ascensiune, n-a reușit a se impune corespunzător în istoria literaturii de la noi și de aiurea... cel puțin deocamdată.

\*\*\*

### • Găurile negre și posibila lor explozie

Potrivit nivelului actual de dezvoltare a cunoștințelor umane în domeniul „*Astrofizicii*”, o gaură neagră reprezintă un obiect cosmic foarte dens, care conține atât de multă masă încât generează un câmp gravitațional extrem de intens, de care nu poate scăpa nici măcar lumina. Tot ce cade într-o gaură neagră este zdrobit de această forță gravitațională. Celebrul astrofizician englez Stephen Hawking sugera, la timpul său, cum că găurile negre se evaporă în cele din urmă și dispar, emițând particule ce ar putea fi detectate și măsurate. Dar, până în prezent, telescoapele noastre nu au detectat nimic atunci când au fost îndreptate către o gaură neagră – regiunile respective fiind lipsite de orice informație. Aceasta ar însemna că nici informația nu poate scăpa dintr-o gaură neagră. Dacă Hawking are dreptate, găurile negre ar trebui să dispară treptat. Pe măsură ce ar pierde masă, ele s-ar destrăma din ce în ce mai rapid, până când ar dispărea într-o eruație de raze gamma. Dar, deocamdată, se pare că nimeni nu a observat acest fenomen. Identificarea undelor gravitaționale, realizată în ultimii ani, ar putea, credem, să determine să ieșim din din spațiul acestor ipoteze și să știm ce se petrece în interiorul unei găuri negre și dacă acestea se deschid în altă parte a Universului.

\*\*\*

### • Coincidență stranie

Atunci când unul dintre asistenții săi l-a vizitat la spital pe celebrul fizician Pauli, acesta i-a adresat întrebarea: „*Spune-mi care este numărul camerei în care stai?*”. Numărul camerei în care a murit era 137. Toată viața Pauli a fost preocupat să găsească răspunsul la întrebarea „*de ce constanta de structură spectrală fină are valoarea apropiată de 1/137?*”.

\*\*\*

### • Challenger Deep – cel mai adânc punct din oceanele lumii

După ce la începutul lunii martie 2012 s-a scufundat până la o adâncime de 8 km în apele Pacificului din apropierea coastei statului insular Papua Noua Guinee, celebrul regizor canadian hollywood-ian James CAMERON (58 de ani pe atunci) a devenit, pe 26 martie a aceluiași an, al treilea om din istorie care a

vizitat, aflat la bordul submersibilului său de o persoană, cel mai adânc punct de pe Terra, *Groapa Marianelor* (punctul Challenger Deep), situată la aproape 11 km sub nivelul mării, în vestul oceanului Pacific. Mai mult decât atât, Cameron a devenit astfel primul om din lume care s-a angajat vreodată într-o scufundare individuală până într-un astfel de abis. James Cameron este cunoscut ca scenarist și regizor ale unora dintre proiecțiile cinematografice hollywood-iene cu cele mai răsunătoare succese din istoria filmului internațional, printre care: *The Terminator* (1984), *Aliens* (1986), *Abisul* (1989), *Titanic* (1997) și *Avatar* (2009). Devenit și explorator rezident National Geographic, alături de care a cofinanțat (împreună cu Rolex) și realizat expediția în cel mai adânc și probabil cel mai izolat punct al Pământului, numit Challenger Deep din Groapa Marianelor.

Sub motto-ul caracteristic al operatorilor de submarine – „*Fie ca ascensiunile să îți egaleze scufundările*” – James Cameron s-a avântat în circumstanțe extreme către un abis a cărui adâncime depășește înălțimea Everestului, către un abis întunecat și necunoscut, dintr-o poziție a corpului fixă într-un spațiu strâmt, a adunat mostre și a înregistrat observațiile făcute.

Submarinul personal cu un singur loc, în formă de „*torpilă verticală*”, pe care Cameron l-a folosit în aventura sa din Groapa Marianelor are denumirea de *Deepsea Challenge* și a fost construit de o echipă de ingineri australieni. Submarinul este ticsit cu camere video, inclusiv una stereoscopică, ce pot rezista la presiunea de o mie de atmosfere, tipică adâncimii de 11 km și are lungimea de 7,62 m, iar greutatea de 12 tone.

Durata scufundării a fost de două ore și 36 de minute, urmată de o ascensiune spre suprafață de 70 de minute. Cameron a petrecut trei ore la adâncimea respectivă folosind toate echipamentele pentru a realiza un documentar al expediției în cel mai adânc loc de pe Glob și a reușit. Expediția, ale cărei costuri s-au ridicat la mai multe milioane de dolari, a fost finanțată din fondurile proprii ale lui James Cameron, de Compania Rolex și de National Geographic.

În legătură cu această expediție, unică din mai multe puncte de vedere, James Cameron a declarat: „*Tot mai mulți bani sunt alocați explorării spațiului (cosmic), dar oceanul este cel care susține viața aici, pe nava Pământ. Și*

*il distrugem mai rapid decât îl explorăm. Cred că această expediție atrage atenția asupra oceanului și a lipsei de finanțare pentru explorarea oceanică*”.

Expediția, prin mostrele aduse și observațiile făcute, a avut caracter științific și a contribuit la adâncirea cercetării în biologia marină, microbiologiei, geologiei marine și GEOFIZICII.

\*\*\*

#### • **O idee ce continuă a provoca de știință**

După cum se știe, societatea noastră a beneficiat și continuă încă să beneficieze de aportul marelui inventator și om de știință Nicola Tesla (1856-1943). De-a lungul vieții el a patentat mai bine de 300 de invenții, multe dintre acestea fiind și astăzi folosite. Așa cum se pare a fi firesc, nu toate proiectele lui s-au bucurat de succes în decursul vieții sale, chiar dacă toate erau foarte interesante.

Unele dintre aceste proiecte păreau bizare pentru contemporanii săi, iar altele erau de-a dreptul ridiculate de către colegii de breaslă ce nu se puteau ridica la nivelul gândirii omului genial reprezentat de Tesla.

Astăzi, după atâția ani ce s-au scurs de la moartea sa, ideile sale au început a fi mai puțin bizare în lumea științei, odată cu găsirea unor aplicații în viața practică.

Printre alte proiecte, Tesla plănuia, se pare, să inventeze o mașină de citit sau chiar de „*fotocopiat*” gândurile. „*În 1893, în timp ce făceam o serie de investigații, am început să fiu convins că o imagine anume, formată în gând, produce o imagine corespondentă pe retină, care poate fi citită de aparatul potrivit*”, declara el în septembrie 1933. Până în zilele noastre planul său nu a devenit realitate, dar ideea continuă să provoace oamenii de știință. În același context se înscrie și „*contactul lui Tesla cu extraterestrii*”. Astfel, în 1899, în timpul petrecut în Colorado, Tesla a captat, cu ajutorul instrumentelor sale, mai multe semnale radio despre care a crezut că sunt de origine extraterestră. Comunitatea științifică nu a crezut, la acea dată, teoria lui Tesla, dar, mai târziu, s-a sugerat că a fost vorba de unde radio cosmice, un fenomen care nu era cunoscut la vremea respectivă. Astăzi există destul de multe argumente că lumea de pe Terra n-ar reprezenta unica civilizație din cosmosul pe care-l cunoaștem, dar, deocamdată, contactul cu alte civilizații extraterestre n-a avut loc. Există părerea că ne

apropiem de orizontul în care acest contact va avea loc.

\*\*\*

### • Bun la toate

Istoria științei, inclusiv a celei anecdotice, confirmă că fizicianul englez Thomas Young (1773-1829) a fost „un om bun la toate”. Alegându-și ca drept deviză maxima „Oricine poate face ceea ce fac alții”, el era, dincolo de fizician, un bun cunoscător, până la cele mai mici amănunte, a tainei măiestriei pictorilor, era muzicant și cânta aproape la toate instrumentele cunoscute pe vremea sa. Culmea e că Young era acrobat – vestit artist de circ – specialist la mersul pe sârmă. La vârsta de doi ani Thomas știa să citească, la cinci ani învăța literatura cu un profesor din Bristol, la șapte ani prinsese secretele trigonometriei și ale revelmentului geodezic, de la nouă la paisprezece ani studiasse clasicii antici, cunoștea cinci limbi străine, cunoștea meseria de strungar concomitent cu calculul diferențial. Ca student la medicină, la vârsta de optsprezece ani, el a pus în mișcare lumea savantă printr-o lucrare originală asupra fiziologiei ochiului.

Young s-a ocupat cu descifrarea heroglifelor egiptene, a redactat un calendar pentru navigatori, a publicat lucrări și probleme de mecanică, optică, teoria elasticității, acustică, căldură, construcții navale, astronomie, geofizică, medicină și geologie. Este impresionantă „banda” preocupărilor sale, la timpul respectiv, când nivelul dezvoltării tehnico-științifice a societății se afla însă la un nivel mult mai redus decât cel actual. În condițiile zilelor noastre deviza lui Young este practic imposibilă, dacă nu chiar „*aberantă*”.

\*\*\*

### • Prosperitatea științei

La Conferința Internațională „România și românii în știința contemporană” (Sinaia, 24-27 mai 1994), cu o participare de aproximativ o mie de cercetători din țară și din peste 30 de țări ale lumii, printre care SUA, Germania, Canada, Marea Britanie, Italia, Rusia, Austria ș.a., profesorului George Palade, care prezida întrunirea și care s-a adresat auditoriului în limbile română, franceză și engleză, i s-a pus printre altele întrebarea [...] legată de explicația succesului științei în SUA, cui s-ar datora prosperitatea acesteia (calității mai bune a oamenilor sau sistemului social-politic).

Marele savant, răspunzând întrebării puse, a spus: „*În SUA, cercetătorul științific nu este „senator de drept”. Lui i se cere să confirme în fiecare moment că merită atenția, prestigiul și mai ales banii care se investesc în el. În SUA, centrifuga competitivității e nemiloasă, iar în ultimii 10-15 ani descoperirile se succed într-un asemenea ritm încât amețește și un tânăr supradotat*”.

Răspunsul lui George Palade se referă, așadar, la motivația omului de valoare: atenție, prestigiu și mai ales banii care se investesc în el. Atenția și prestigiul sunt, desigur, cultivate în societate prin tot ce se poate: mass media, în primul rând, statutul social al omului de știință ș.a., dar esențialul constă în „*banii ce se investesc în el*”. Aici trebuie apăsată pedala pragmatismului privind faptul că atenția și prestigiul în societate sunt legate tot de material în sensul că decența (comportament, relații interumane etc.) se cer a fi susținute de o retribuție corespunzătoare. Nu poate fi vorba de huzur, opulență ori o viață ca în „*sânul lui Avram*”, dar nici de frica că nu avem cu ce achita facturile privind cheltuielile ce sunt implicate de nevoile primare ale vieții. Banii investiți în slujitorii științei de care vorbește marele savant Palade au în vedere nu numai calitatea vieții cercetătorului (în care putem include și învățământul), dar și acele cheltuieli pentru asigurarea condițiilor de muncă privind spații, dotare cu aparatură, laboratoare, stații pilot etc.

Nu se poate face cercetare și învățământ fără cheltuieli bugetare substanțiale dacă dorim eficiență, prosperitate, calitate, după care urmează prestigiul în context internațional pe care și-l dorește, cred, orice țară.

Dacă raportăm aceste cerințe la situația din țara noastră, concluzia o poate trage oricine dintre cei care au lucrat sau lucrează în sistem și nu numai.

Este interesant, credem, să răspundem la întrebarea: „*ar fi ajuns medicul George Palade la nivelul la care a ajuns dacă rămânea în România și nu emigra în SUA?*”. Cine se încumetă a da un răspuns obiectiv și pertinent?

#### Bibliografie:

[...] Holban, I. – *Conștiința științei*, în EVRIKA 12 (328)/2017, pag. 10-15.

\*\*\*

• **Un erou al culturii românești aproape uitat: George (Gogu) Constantinescu**

Uitarea este unul din atributele timpului, iar oamenii uită relativ repede pe cei care le-au făcut rău în viață. Astfel, despre unul dintre românii care acum un secol s-a numărat printre cei care au schimbat lumea, George (Gogu) Constantinescu, aproape că nimeni nu mai vorbește. Cred că trebuie precizat că în anul 1926 revista britanică „The Graphic” a publicat un tablou cu personalitățile științifice din perioada 1900-1925, unde Gogu Constantinescu este menționat printre cei „17 pioneri pe calea progresului”, alături de Einstein, Kelvin, Graham Bell, Edison, Marcom sau Marie Currie. Absolvent al liceului Carol I din Craiova, românul (oltean) Gogu Constantinescu (la 13 ani de la terminarea liceului) era deja autorul a 13 invenții, ocupându-se, între altele, de perfecționarea motorului termic clasic, de betonul din construcțiile de poduri, dar, mai ales, de aceea ce istoria va numi Teoria Sonicității. Sonicitatea reprezintă transmisia puterii prin vibrație. Motorul sonic va fi obiectul de cercetare de căpătâi al inginerului Constantinescu și, dacă la început se prezintă doar ca o invenție precoce și bizară, după setul de legi pe care cu încetul le va elabora și, mai ales, după experimentele ingenioase, Sonicitatea își găsește loc la masa festivă a lumii ca o știință originală și unică, de sine stătătoare.

Desprinzându-se de lucrările lui Raleigh și Helmholtz, românul Constantinescu afirmă că „undele dintr-un tub cu lichide sunt longitudinale și pot fi comparate cu curentul electric alternativ”. El hotărăște că „nu va fi niciun fel de bătălie între sonicitate și electricitate, dar motorul sonic poate concura cu cel electric”. Părăsind Bucureștiul și plecând în Anglia pentru a-și consolida teoria și realizările practice, îi face o vizită marelui inventator american Thomas Alva Edison, căruia îi propune colaborarea, dar acesta nu crede în compresibilitatea lichidelor și nici nu înțelege demonstrația matematică a inginerului român.

Edison era doar un practicician de mare talent. Dezamăgit, Gogu Constantinescu se întoarce în Anglia, găsește un loc în care să-și continue experimentele; primește un număr mare de vizite de la confrăți și industriași, dar se izbește mereu de prejudecata că „lichidele nu sunt compresibile”.

Norocul lui Constantinescu apare înainte de încheierea primului război mondial, când Royal Airforce are nevoie de o mitralieră specială. Inginerul român a avut norocul că militarii englezi nu știau că „lichidele nu sunt compresibile (!)”. Folosindu-se de un motor sonic creat de el, inginerul român realizează „mitraliera pas cu pas”, care poate trimite gloanțe printre palele elicei avionului.

Ca urmare, primește comenzi pentru 50 000 aparate, realizează peste 40 000 și-și obține recunoașterea, ceea ce-i dă posibilitatea să publice în limba engleză „Teoria Sonică”. Așadar, transmisiunea energiei prin unde sonice (unde longitudinale) care circulă într-un mediu lichid și care definește Sonicitatea a fost confirmată de realizările de ordin practic. Vibrațiile necesare se produc fie prin pistoane care se mișcă alternativ într-un cilindru, fie prin diafragme care oscilează, ori prin alte mijloace...

O undă care circulă printr-o țevă poate fi considerată drept un curent sonic monofazat. Analogia cu curentul electric este dată de patru parametri: capacitatea, inducția, impedanța (rezistența) și pierderile (electrice/sonice). Cu toate avantajele pe care motoarele sonice le au față de cele electrice, Sonicitatea își făcea drum prea încet. Se menționează în acest sens aplicarea cu succes a sonicității în forajul petrolier de către inginerul român Ion Basgan, care a brevetat tehnologia. Dar Sonicitatea nu a atins amploarea pe care creatorul ei și-o dorise, electricitatea răspândindu-se fără rivalități pe măsură. Spre sfârșitul vieții, Gogu Constantinescu devine membru de onoare al Academiei Române. În lumea științei și tehnicii se apreciază că veacul de singurătate al Sonicității nu s-a încheiat. Nimeni nu poate nega faptul că, în viitorul apropiat, motoarele sonice se vor impune în Astronautică, dat fiind că electricitatea poate fi periculoasă. Probabil că Gogu Constantinescu ar putea câștiga bătălia prin anii 2040-2050, iar Sonicitatea își va consolida poziția de idee capitală a Omenirii.

\*\*\*

### • Războiul Curentilor

Istoria recentă a Științei și Tehnicii atestă că, acum mai bine de un secol, celebrul inventator american T. A. Edison a declanșat propagandistic așa-numitul „Război al Curentilor”. Este vorba aici de susținerea curentului electric continuu în viața

economico-socială de către Edison în raport cu curentul electric alternativ, al cărui protagonist era nu mai puțin celebrul N. Tesla și al cărui cel mai apropiat partener era George Westinghouse – inventator și om de afaceri american – rival de temut al lui Thomas Edison. Westinghouse și-a dat seama de limitele sistemului generator de curent continuu inventat de Edison ș.a. și a căutat o altă cale mai bună și mai eficientă a producției de energie electrică. Astfel, la începutul anilor 1880, Westinghouse a obținut drepturile de autor asupra echipamentului de curent alternativ inventat de Tesla, deși acest experiment încă nu fusese testat la scară largă și, ca urmare, el își asuma totuși un anumit risc. Riscul asumat i-a fost însă răsplătit. Împreună cu Tesla, a câștigat, după cum se știe, „Războiul Curenților”, cu toate că acest câștig a fost păgubos atât pentru Tesla, cât și pentru Edison, dat fiind că ambii au pierdut „Premiul Nobel” pe care l-ar fi meritat.

Câștigul acestui război Tesla-Westinghouse versus T.A. Edison a fost marcat de succesul iluminării (1893) Expoziției Universale de la Chicago și, respectiv, punerea în funcțiune a Centralei Hidroelectrice de pe râul Niagara, care a alimentat, începând cu 1896, locuințele și fabricile din Buffalo.

Alături de Tesla, numele lui Westinghouse este unul de rezonanță și astăzi în SUA. Reflectând asupra succesului curentului alternativ, trebuie să reținem că tehnica producerii curentului continuu n-a dispărut, ba chiar dimpotrivă, astăzi dezvoltarea electronicii de putere, a telecomunicațiilor, rețelelor de calculatoare și toate tipurile de automatizări implică dezvoltarea tehnicilor de producere a curentului continuu. La toate acestea trebuie adăugat faptul că unele surse regenerabile de energie electrică, cum ar fi panourile foto-voltaice, produc direct curent continuu. Dispozitivele de tip redresor, respectiv invertor (transformarea curentului continuu în alternativ) au volumul în continuă creștere funcție de nevoile economico-sociale. Procesul trecerii de la motoarele termice la cele electrice în domeniul automobilisticii, tracțiunea feroviară, maritimă și fluvială implică necesitatea curentului continuu. De aici și necesitatea dezvoltării și perfecționării generatoarelor statice de producere pe cale chimică a energiei electrice (baterii,

acumulatoare), care aparțin domeniului curentului continuu.

Dacă avem în vedere inclusiv explorarea spațiului cosmic, cred că putem afirma că domeniul care privește curentul continuu este departe de a-și fi spus ultimul cuvânt. Curentul alternativ nu poate fi rupt în aplicații de curent continuu.

\*\*\*

#### • Schimbări climatice

Departate de a mai fi considerate doar probleme ale unui viitor îndepărtat, schimbările climatice de pe suprafața planetei pe care trăim sunt o realitate care îngrijorează deja și cele mai puțin sensibile guverne ale lumii. Au început a fi deja alarmante avertismentele legate de faptul că lumea se află în pragul unei catastrofe climatice dacă nu-și reduce dependența de combustibili fosili, împiedicând planeta să atingă pragul crucial de creștere a temperaturilor medii cu 1,5°C peste nivelul preindustrial – aceasta până în anul 2030.

Dincolo de acest prag există riscuri de secetă extremă, incendii și inundații, iar penuria produselor alimentare va cunoaște creșteri dramatice. Vedem zilnic ce se întâmplă în întreaga lume! În 2020 am înregistrat „*anul cel mai fierbinte*” din ultimul deceniu. Astăzi – în 2021 până relativ recent – au avut loc incendii catastrofale în Grecia, Turcia, Siberia și SUA, în timp ce inundațiile masive au făcut ravagii în anumite zone ale Europei și Asia. În acest an am avut o vară cu temperaturi record în sudul Europei, care au declanșat incendii devastatoare și care au ars păduri, case, distrugând infrastructura din Turcia până în Spania. Și în această vară, inundațiile devastatoare din Europa de Vest au înghițit case și străzi ucigând zeci ori chiar sute de vieți.

Este timpul ca guvernele țărilor lumii și, mai ales, ale acelor puternic industrializate, să acționeze ferm în vederea limitării emisiilor de carbon în atmosferă, acum cât încă nu este prea târziu pentru a nu ajunge în situația de „a nu mai avea timp”.

Până nu demult se considera că cel mai periculos dușman de pe planetă al omului ar fi eventualul conflict nuclear inițiat – evident – tot de om. Iată că siguranța continuității vieții pe Terra este cât se poate de serios amenințată de factorii de ordin climatic la care se adaugă epidemiile virale. Are omul de pe Terra o

contribuție la aceste urgii ce au început a se abate asupra sa? Se apropie sfârșitul apocaliptic al vieții pe planeta noastră? Răspunsul vă aparține!

\*\*\*

• **Casarea unei sentințe de condamnare la moarte după aproape 400 de ani**

Despre filozoful italian GIORDANO BRUNO se știe că s-a născut la NOLA, lângă Napoli, în 1548 și că a contribuit prin lucrările sale la fundamentarea științei moderne. Fiind un bun cunoscător al teoriei heliocentrice a lui Copernic, el a arătat că Universul este unic și infinit, fiind alcătuit dintr-o infinitate de lumi materiale aflate într-o mișcare permanentă.

Ideile sale au fost precedate de cele ale lui Democrit Abderitul (secolul V î.Hr.), socotit ca drept fondatorul școlii atomiste. Acesta considera că atomul stă la baza microcosmosului, iar pluritatea lucrurilor stă la baza macrocosmosului. Giordano Bruno a susținut că nu doar că Pământul se rotește în jurul Soarelui și nu invers, ci și că stelele sunt centre ale unor sisteme planetare. El a susținut, de asemenea, necesitatea cunoașterii științifice experimentale a lumii. Pentru ideile sale a fost urmărit de inchiziție, judecat și, nevrând să renunțe la convingerile sale, a fost condamnat la ardere pe rug în 1600.

Ca o ironie amară, sentința a fost casată după 400 de ani, respectiv în 1978, pentru „VICIU DE PROCEDURĂ”! Astfel de măsuri „reparatorii” ale bisericii catolice s-au aplicat și în cazul condamnării lui Galileo Galilei și, ceea ce este cu totul interesant, italienii, ca urmași ai antecilor romani, l-au reabilitat după mai bine de 2000 de ani pe poetul Ovidiu, surghiunit, la timpul respectiv, în municipiul Constanța din România de astăzi.

\*\*\*

• **O pastilă memorabilă**

Renumitul scriitor irlandez George Bernard Shaw a fost invitat, ca punct de atracție, la masa unor aristocrați. Amfitrioana, cunoscută pentru inteligența sa cam șubredă, făcu imprudența să-l întrebe:

– *Spuneți-mi, vă rog, am auzit că peștele regenerează materia cenușie. Ce pește mă sfătuiți să consum?*

– *Balena!* – răspunse prompt Shaw.

Nu avem de unde ști dacă anecdota se bazează pe o întâmplare reală, dar Shaw ar fi trebuit să știe că balena nu este un pește, ci un

mamifer (naște pui vii) ce trăiește în mediul acvatic.

\*\*\*

• **Forța care ne domină este IUBIREA!**

În una din multiplele sale scrisori, Einstein a afirmat: „*Iubirea este lumina care îi luminează pe cei ce o oferă și o primesc, iubirea este gravitație deoarece îi face pe oameni să se simtă atrași de alții. Iubirea e putere deoarece multiplică tot ce avem mai bun și oferă umanității șansa de a nu pieri în propriul egoism orb. Iubirea expune și relevează, iubirea e Dumnezeu și Dumnezeu e iubire*”.

\*\*\*

• **Ce lucruri mărețe a făcut Dumnezeu!**

Despre SAMUEL MORSE se știe că s-a născut în 1791 lângă Boston (SUA), fiind în copilărie și adolescență un elev mediocru, iar în timpul studiilor universitare de la Yale College s-a arătat a fi preocupat mai mult de pictură decât de învățătură. Nimic nu dădea de înțeles că el, nu peste multă vreme, va deveni unul dintre cei mai renumiți inventatori ai lumii. În 1832, pe când se întorcea din Europa, unde fusese să studieze istoria artei, Morse asistă, pe vaporul Sully, la un dialog despre nou descoperitul electromagnetism și atunci se zice că i-a venit ideea realizării unui telegraf electric mai performant decât cele existente. În 1837 el va obține un patent pentru noul său sistem telegrafic ce includea un cod de puncte și linii și un dicționar ce traducea acest cod în litere. Ulterior Morse va aduce multe îmbunătățiri aparatului său, dar încercările de a aduna fonduri pentru efectuarea unui test de anvergură cu telegraful și Codul inventat de el s-au lovit de scepticismul autorităților. Abia în 1843 reușește să convingă Congresul SUA să construiască prima linie de telegraf între Baltimore și Washington DC pentru ca, pe data de 24 mai 1844, să transmită primul mesaj telegrafic folosind codul ce-i poartă numele, prin cuvintele „*What Hath Got Wrought*” (Ce lucruri mărețe a făcut Dumnezeu). Instantaneu, Morse devine omul zilei, fiind considerat un adevărat erou al Americii.

Invenția sa îi va aduce o avere considerabilă din care, credincios idealurilor sale umaniste, a donat o importantă parte instituțiilor de învățământ precum Yale și Vassar, precum și artiștilor talentați, dar fără posibilități materiale. Venerat și apreciat de o lume întreagă, care acum îi folosea invenția pe o



scară largă, Samuel Morse a încetat din viață la 2 aprilie 1872 răpus de pneumonie, la vârsta de 80 de ani. A rămas însă nemuritor în istoria civilizației umane!

\*\*\*

#### • Fântâna lui Haret

Celebrul Constantin Brâncuși l-a cunoscut personal pe nu mai puțin celebrul Spiru Haret, considerat fondatorul învățământului modern din România. Se spune că, cerându-i-se de către autorități să facă o machetă pentru statuia lui Spiru Haret, C. Brâncuși a prezentat o simplă fântână. Proiectul a fost însă respins de guvernul condus de V.G. Morțun și... Fântâna lui Haret nu a fost realizată niciodată. Brâncuși o va păstra în atelierul său până la sfârșitul vieții.

La ce s-o fi gândit Brâncuși atunci când l-a asemuit pe Haret cu o fântână? Credem că este lesne de înțeles...

\*\*\*

#### • A rămas o enigmă

Așa cum se relatează în nr. 1(33)/2021 al revistei CYGNUS în cadrul articolului „Începutul egiptologiei moderne. Efectul de piramidă” (pag. 4-7), la întoarcerea în Franța din campania militară nereușită din Egipt, Napoleon Bonaparte (general pe atunci) a petrecut o noapte în camera faraonului din Piramida lui Keops (din complexul „Gizeh”). Potrivit celor relatate în diverse izvoare documentare, generalul a părăsit piramida palid și absent, astfel încât, la întrebarea îndurerată a unui adjutant dacă a trăit ceva misterios, n-a dat niciun răspuns și, pe un ton prietenos, ar fi rugat ca pe viitor să nu i se mai aducă aminte de această întâmplare. Mulți ani mai târziu, pe când era împărat, Napoleon a refuzat din nou să vorbească despre trăirile lui din piramidă, explicând doar că a primit o prevestire a destinului său tragic. Cu puțin timp înainte de moartea sa pe insula Sf. Elena, se pare că ar fi dorit să i se destăinuiească lui Gas Cases – apropiatul său însoțitor, dar, în ultimul moment, ar fi scuturat din cap spunând: „Nu. Nu are sens. Nu m-ați crede”. Napoleon a plecat în eternitate fără a mai putea ști cineva ceva despre trăirile sale în Piramidă.

Fără îndoială că cel ce este gata să construiască un model de piramidă, suficient de mare pentru a putea sta în el, trebuie să fie pregătit pentru asemenea trăiri (?).

\*\*\*

#### • O altă ipoteză în legătură cu „efectul de piramidă” relativă la piramida lui Keops

Printre enigmatice încă neelucidate ale omenirii de pe Terra se numără și energia VRIL..., una dintre cele mai misterioase forțe din Univers („forța divină a Universului”). Nu se poate determina, deocamdată, originea ei sau modul în care a dobândit această titulatură. Singurul indiciu în acest sens ni-l oferă amerindienii, mai precis tribul Sioux, care folosea denumirea „VRIL” pentru energia vieții, considerând că locurile în care aceasta se manifestă sunt așa-zise „*medicine wheels*” (cu puteri miraculoase de vindecare). Această energie are, în anumite locuri de pe planeta pe care trăim, o concentrație mai puternică. În prezent, unii cercetători ai fenomenului denumesc „*vortex de energie*” o astfel de concentrație singulară de energie VRIL.

Dincolo de incapacitatea umană de a le zări, aceste concentrații de energie VRIL se găsesc sub forma unor spirale Fibonacci rotitoare și de aici apariția „*numărului de aur*”:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \cong 1,618 \dots$$

Cel mai puternic vortex de energie VRIL de pe Terra se presupune că ar fi centrat chiar sub Marea Piramidă (a lui Keops) de la Gizeh (Egipt). Mai mult decât atât, se vehiculează ideea că piramida ar fi fost ridicată acolo tocmai datorită prezenței acestui vortex gigantic în zona respectivă. Potrivit acestei ipoteze, vechii egipteni urmăreau ca, prin intermediul geometriei sacre a piramidei, să poată concentra mai rapid puternica energie a marelui vortex VRIL în scopuri ce scapă încă oamenilor de știință din zilele noastre deși... descoperirea practică a undelor gravitaționale ar putea conduce spre elucidarea antigravitației, inclusiv a naturii energiei VRIL. Deocamdată totul este ținut într-un desăvârșit și suspect secret al celor puternici de pe planetă. Până când?

*Prof. Romulus SFICHI, Suceava*

#### • O informație mai puțin cunoscută

În august 1942 (deși România se afla în plin război), mareșalul Ion Antonescu – președinte al Consiliului de Miniștri de pe atunci, a aprobat, în calitatea sa, construirea centralei hidroelectrice de la Bicăz. Această informație (știre) aproape nimeni n-o cunoaște, astfel că investiția ca atare a fost trecută, și moral, și

fizic, în contul noii orânduiri instalate în România după 1944.

\*\*\*

- **Țiparul electric de Amazon**

Una dintre cele mai enigmatice alifii care se vinde prin târgurile ocazionale de pe cursul râului Amazon, în mod deosebit în Brazilia, este cea denumită „*grăsimea electrică*”. Se afirmă că aceasta este eficientă pentru orice fel de durere de oase și de mușchi, unsoarea reprezentând o rețetă secretă a băștinașilor care știu să prindă un țipar (chișcar) electric de apă dulce fără a se curenta. Formidabilul pește cu alură de șarpe (7/8 din lungimea corpului reprezintă coada) poate produce șocuri electrice de până la 800 de volți (la maturitate, când atinge 2 metri lungime), iar un pui cu lungimea de 20-30 cm descarcă 50-60 V.

Cercetările, încă necomplete, au stabilit că în grăsimea din jurul coloanei vertebrale există 3 tipuri de „*baterii electrice*”, dintre care numai două au fost deslușite în ceea ce privește mecanismul de funcționare.

Țiparul se apără și își imobilizează prada degajând electricitate. Unele studii arată că în zona capului se află sarcinile electrice negative, iar la finele cozii cele pozitive. În

stare relaxată, țiparul nu generează impulsuri electrice.

\*\*\*

- **Pământul – un mare magnet**

Cunoașterea magnetismului terestru este deosebit de folositoare pentru descoperirea zăcămintelor de minereuri, care se realizează atât de la sol, cât și din aer, cu avioane sau cu sateliți artificiali.

Pământul, ca uriaș magnet, ajută oamenilor în orientarea acestora la efectuarea marilor călătorii, evitându-se rătăcirea.

Magnetismul terestru produce, în zonele polare, imaginile miraculoase cunoscute sub denumirea de aurore. Acestea sunt fenomene luminoase, strălucind pe cer ca niște arcuri gigantice sau ca draperii de smarald cu franjuri roșii. Marginea lor nu este imobilă, acestea pâlând ca o flacără gigantică în bătaia vântului și fremătând de parcă ar fi mișcate de mâna unui uriaș din basme.

Aurorele sunt produse de particule electrizate care vin dinspre Soare și sunt împinse de magnetismul terestru spre polii planetei. La impactul cu atmosfera Pământului, dau naștere unor fascinante pânze de lumină, colorate după felul gazelor întâlnite.

\*\*\*

### *Știați că... sau vă reamintim că...*

- Stephen William Hawking, cel mai cunoscut fizician (englez) din toată lumea de la Einstein încoace, plecat nu cu prea mult timp în urmă dintre cei vii, s-a născut la 8 ianuarie 1942 la Oxford, la exact 300 de ani de la moartea lui Galilei, care, la rândul său, s-a născut cu doar câteva zile înaintea morții lui Michelangelo.

Newton s-a născut în anul morții lui Galilei. Simple coincidențe sau care pot avea vreo semnificație?

- România este o țară seismică, anual producându-se cca 500 de cutremure, dintre care, în ultimele două secole, 50 au avut magnitudinea de peste 5 grade pe scara Richter. Teritoriul României este afectat în proporție de peste 50% de seisme puternice sau moderate. Însă, în raport cu Japonia, cantitatea de energie seismică eliberată anual este de 400 de ori mai mică. Studiul seismicității a dus la conturarea mai multor regiuni epicentrale: vrânceană, făgărășeană, bănațeană etc. Dintre

acestea, cutremurile vrâncene sunt singurele de tip intermediar (cu adâncimi sub 170 km). Ele eliberează periodic cea mai mare cantitate de energie, provoacă cele mai mari distrugerii și se resimt pe areale ce se extind până la Moscova și Marea Egee.

- Pădurea este o resursă regeneratoare a vieții și, în același timp, ea însăși este regenerabilă, aceasta deoarece ecosistemul forestier, acționând ca sistem biologic deschis, rămâne drept regulatorul cel mai important și sigur al raportului carbon/oxigen din atmosferă ce condiționează hotărâtor starea de sănătate a omului și a tuturor celorlalte viețuitoare de pe Pământ. Aerul din pădure este incomparabil mai curat decât cel din așezările urbane, iar pădurea îl îmbogățește permanent cu ioni negativi, influențând pozitiv nu numai starea de sănătate fizică ci și starea sufletească (psihică) a omului. Este de reținut, în acest context, că unele specii de arbori și arbuști elimină fitoncide, care contribuie la

distrugerea unor microbi generatori de boli grave. Aceste atribute ale pădurii prezintă o importanță mult mai mare pentru continuitatea și creșterea calității vieții în comparație cu beneficiile economice scontate a se obține prin tăierile (în scopul industrializării) masive și haotice ale arborilor (copacilor) ei.

- Cele mai recente studii dovedesc că munca în echipă reprezintă trendul definitiv în cercetarea științifică modernă. De-a lungul ultimilor 50-60 de ani, peste 99% din subdomeniile științifice, de la știința computerelor la biochimie, s-au înregistrat niveluri în creștere ale lucrului în echipă, dimensiunea echipei medii crescând cu 20% la fiecare zece ani. Geniile solitare (singulare) de altădată au dispărut sau, oricum, sunt pe cale de dispariție.

- În dorința de a-și prelungi viața, mai ales după moartea liderului comuniștilor ruși, Vladimir I. Lenin, cei care reprezentau elita comuniștilor sovietici s-au repezit în cabinetele medicilor sperând ca, grație noilor descoperiri în domeniul medicinei despre care se vorbea în mod curent, să-și atingă scopul încetării îmbătrânirii. Pentru soluționarea problemei au fost recrutați mai mulți oameni de știință din diferite domenii. Printre aceștia se număra și un vechi tovarăș al lui Lenin, Alexander Bogdanov, medic, filozof și autor de science-fiction (SF). În cartea sa „*RED STAR*” se vorbește despre viața locuitorilor planetei Marte, care au găsit o metodă pentru a-și întineri corpul: Cel mai tânăr și cel mai vârstnic marțian făceau, regulat, schimbări de sânge, devenind astfel „*frați de sânge*”. În 1924, Bogdanov a început să realizeze experimente cu transfuzii de sânge în viața reală pe oameni, întocmai ca în cartea sa. În dese cazuri, subiectul experimentelor era chiar el, Bogdanov ținând un jurnal cu schimbările privind starea de sănătate, abilitățile sau aspectul său. După 11 experimente reușite, savantul a făcut schimb de sânge cu un student care suferea de o formă de tuberculoză. Bogdanov spera să-i transfere tânărului imunitatea sa, dar inevitabilul s-a produs: omul de știință – în vârstă de numai 54 de ani – a murit! Presupusul motiv al decesului a fost incompatibilitatea Rh, despre care nu se știa încă la acea vreme, factorul Rh fiind descoperit abia în 1940.

- Cea mai mare zonă vulcanică, cunoscută sub denumirea de „*inelul de foc al*

*Pacificului*”, este o regiune în formă de potcoavă, de aprox. 40 000 km lungime, zguduită de cutremure și activități vulcanice. Cei 452 de vulcani din zonă reprezintă peste 75% din vulcanii activi și pasivi din întreaga lume terestră.

- Dacă celebrul fizician englez Stephen Hawking ar avea dreptate, găurile negre ar trebui să dispară treptat. Pe măsură ce ar pierde masă, ele s-ar destrăma din ce în ce mai repede, până când ar dispărea într-o erupție de raze gamma. Dar, deocamdată, nimeni nu a observat încă acest fenomen.

- Cu ochiul liber se poate vedea la o distanță de 2,2 milioane de ani-lumină până la Constelația Andromeda. Această distanță poate părea nu prea mare în comparație cu galaxiile situate la peste 12 miliarde de ani-lumină pe care le observăm cu ajutorul telescoapelor. Nu trebuie uitat, însă, că fiecare rază de lumină care ajunge la noi de la Andromeda și-a început călătoria înainte de apariția omului pe Pământ, dacă e să acordăm credit cercetării omenești și să ignorăm revelația.

- Faptul că viteza de expansiune a Universului este în creștere sugerează că o forță de genul antigravitației face ca spațiul să se extindă, dar, deocamdată, nu se știe ce ar putea fi această forță. Dacă s-ar descoperi, s-ar putea stăpâni antigravitația, ideile din literatura science-fiction, așa precum motoarele warp, câmpuri de forță și, poate, chiar călătoria în timp ar deveni posibile.

- Fridtjof NANSEN este renumit pentru expedițiile sale la Polul Nord. Puțini sunt însă cei care știu de marile sale descoperiri în oceanografie și biologie. El a arătat cum se formează gheața în mare, a descoperit prezența Curentului Golfului în adâncurile Oceanului Arctic și a făcut studiile de pionerat asupra sistemului nervos al animalelor marine.

- În 1933, ziarul New York Times scria despre un fizician din New Jersey care ar fi descoperit „*semnale radio*” venite din spațiu. Cu ajutorul unui dispozitiv simplu, Karl JANSKY descoperise un zgomot ciudat care venea dinspre constelația Săgetătorului. Se știe astăzi că sursa este de fapt o uriașă gaură neagră care se află în centrul galaxiei noastre. Karl Jansky este considerat astăzi drept un pionier al radioastronomiei și care, desigur, ar fi fost mai bine cunoscut dacă nu ar fi murit la doar 44 de ani.

- Printre obiectivele fundamentale ale cercetării actuale din Fizică se află și rezolvarea enigmei cu privire la asimetria pe Terra dintre materie și antimaterie. Din punct de vedere energetic, un gram de antimaterie ar fi echivalentul unei bombe atomice de tip Hiroshima. Un singur gram de antimaterie ar putea să emane mai multă energie decât o mie de rezervoare de combustibil ale rachetelor de astăzi.

- Omul nu se poate separa de corpul său prin meditație, dar poate să dobândească abilități extraordinare, cum ar fi calmul în fața unei devieri severe, înfruntarea unei suferințe sau frici teribile și concentrarea prelungită fără a fi distras de sunete, imagini sau gânduri. Pot avea loc modificări corporale profunde în timpul meditației, printre care încetinirea ritmului respirației sau al celui cardiac. Probabil că cea mai dramatică e meditația „TUMMO”, în timpul căreia practicanții experimentați pot sta, aproape dezbrăcați, în zăpadă sau pe gheață, ridicându-și temperatura corpului suficient de mult pentru a rămâne sănătoși. Aceasta însă nu poate fi considerată drept o magie, cu atât mai mult cu cât practicanții Tummo consumă multă carne. Mai pot fi semnalate, în acest context, și alte experiențe extracorporale care dau impresia de transcendere a corpului, dar mecanismele neuronale implicate sunt bine-cunoscute. Cea mai semnificativă iluzie rămâne aceea de a fi separat de propriul corp. Este doar o iluzie!

- Încă nu există o explicație unanim acceptată de specialiști în legătură cu faptul că apa fierbinte îngheață mai repede decât apa rece.

- Potrivit cercetărilor făcute în peste 120 de țări ale lumii de astăzi, s-a dovedit că cca un miliard de oameni nu au deloc acces la apă pură (fără aditivi). Cea mai pură apă, potrivit UNESCO, se pare că ar fi în Finlanda.

- La 26 aprilie a.c. (2021) s-au împlinit 35 de ani de la producerea celui mai grav accident nuclear din istoria oamenilor de pe planeta noastră. Este vorba de catastrofa nucleară de la centrala atomică de producere a energiei electrice de la CERNOBÎL (URSS – astăzi Ucraina). Astfel, problemele din incinta reactorului nr. 4 al centralei de la Cernobîl au început să apară în dimineața zilei de 26 aprilie 1986. Operatorii au activat procesul de închidere, programat să dureze doar 20 de secunde, dar, în secunda a 7-a, o fluctuație de

curent electric a antrenat o serie de reacții chimice care au provocat o explozie atât de puternică încât acoperișul reactorului – care cântărea 1000 de tone – s-a desprins, bucăți din acesta fiind aruncate în toate direcțiile, provocând moartea instantanee a 31 de lucrători.

Aerul a fost poluat cu peste 7 tone de materie reactivă, care s-a ridicat la o înălțime de 1500 m și s-a răspândit în toate țările din Estul Europei, o parte a Scandinaviei și în toată Europa de Vest, în afară de Portugalia și Spania. Informații despre accident au ajuns în mass-media abia după două zile, pe 28 aprilie 1986. A fost a 40-a știre (!?) din jurnalul de seară de la Radio Moscova. Uniunea sovietică nu mai putea ascunde faptul că atare și a trebuit să recunoască că la CNE de la Cernobîl avusese loc un accident care se soldase cu victime. Se mai preciza că erau luate măsuri pentru eliminarea consecințelor catastrofei și că se constituise o comisie guvernamentală care să se ocupe de această problemă.

A urmat apoi un raport „liniștitor” din partea organismelor internaționale abilitate (probabil pentru a nu dezlănțui reacții dure, mai ales din partea organizațiilor ecologiste), dar reacțiile vehemente nu s-au lăsat prea mult așteptate.

Astfel, GREENPEACE INT. consideră că raportul privind bilanțul final al accidentului nuclear de la Cernobîl nu reflectă realitatea, în timp ce organizația ecologistă norvegiană Bellona, specializată în denuclearizarea Rusiei, crede că numărul victimelor nu arată decât o mică parte din realitate. Oricât de liniștitor ar fi fost raportul, acesta subliniază că degradarea sarcofagului din beton construit în jurul reactorului afectat este amplă, iar manșonul protector riscă să se prăbușească eliminând praf radioactiv.

În zonele afectate de radiații numărul bolnavilor de cancer de tiroidă a crescut de zece ori, însă nici astăzi nu se știe câte persoane au avut de suferit de pe urma acestui accident. CNE de la Cernobîl a continuat a produce energie electrică încă 14 ani după tragicul accident, până în anul 2000 când a fost închisă în urma presiunilor internaționale.

Cel mai amplu raport asupra catastrofei de la Cernobîl a fost dat publicității în septembrie 2005; acesta reunește concluziile la care a ajuns o echipă de peste 100 de specialiști din toată lumea.

Studiul intitulat „**Cernobîl: adevăratele proporții ale accidentului**” însumează 600 de pagini care au fost structurate pe trei volume.

Fără îndoială că, până acum, accidentul nuclear de la Cernobîl rămâne cel mai grav din istoria omenirii, dar cine poate ști ce ne mai rezervă viitorul, fie și numai în acest domeniu?!

- Multă vreme am întâlnit în presa scrisă celebra replică „*Și tu, fiul meu, Brutus!?*”, mai ales după evenimentele aferente sfârșitului de an 1989 din România. Replica, rostită de un cezar înjunghiat de complotiștii care se temeau că acesta va transforma Roma dintr-o republică într-un regat, nu relevă nicio legătură de sânge între Cezar și Brutus. Este adevărat că Brutus – fiul uneia dintre amantele lui Cezar – fusese protejat și ajutat de Cezar pe linia formării sale ca om de vază al Romei, dar nicio legătură de familie nu-i unea. Nu există nicio dovadă istorică că Cezar ar fi fost tatăl biologic al lui Brutus. Ca urmare, expresia „*mi fili*” (fiul meu) trebuie considerată în sens simbolic și nu strict biologic, așa cum se crede (sau s-ar crede)! Este interesant de observat însă că în orice ierarhie socială s-a dovedit o practică curentă; pentru noi, românii, cel mai elocvent exemplu îl constituie politica noastră post-decembriștă, în care „*paricidul*”, la fel ca „*infanticidul*” (uciderea propriilor copii politici, după alt model mitologic, cel al lui Cronos). Este inoportun, cred, să venim cu exemple concrete. La cele mai sus spuse, am mai adăuga ciocoismul, slugărnicia falsă, lingușirea ș.a. asemenea practici ce au în spatele lor cinismul, ipocrizia, ingratitudea și alte viclenii cărora le cad victime cei „*slabi de inger*”.

- La 1 aprilie 2021 s-au împlinit 80 de ani de la momentul în care cca 3000 de români din Nordul Bucovinei, ocupat de URSS, au fost împușcați, atunci când au vrut să treacă în România (Fântâna Albă), de către grănicerii sovietici. Masacrul de la Fântâna Albă se înscrie în categoria jertfelor neamului românesc.

- Hackerii români, încă din primul deceniu al primului secol din actualul mileniu, sunt considerați printre cei mai buni (și mai periculoși) din lume. „Distracția” celor „5 magnifici de la Răsărit” a obligat CIA să trimită o delegație la București. Printre site-urile „sparte” de ei, US Army, US Air Force, US Navy, NASA, Coast Guard, departamente

federale etc. Potrivit declarației lor, hackerii români nu fură informații ci doar doresc să-și dovedească... valoarea.

- În Grecia antică cucuta a fost denumită „*otravă de stat*”, folosită de mai marii cetății pentru sinuciderea celor incomozi. Printre cele mai faimoase execuții de acest fel a fost cea a filozofului SOCRATE (470-399 î.Hr.). Adunarea populară ateniană l-a acuzat de trei lucruri grave: necinstirea zeilor cetății, născocirea altor zei și coruperea tineretului cu învățăturile sale. Ca urmare, a fost condamnat la moarte, fiind obligat să bea *cucută*.

- Inginerul ceh Karel Drbal (autorul invenției „*Dispozitivul de ras al faraonului*” privind reascuțirea lamelor de ras pe seama „*efectului de piramidă*”), care a determinat apariția noului val de preocupări în domeniul efectelor piramidale, și-a pus problema, la timpul său, a *pălăriilor lunguiețe* ale vrăjitorilor medievali și a făcut cercetări cu astfel de pălării. Diferitele persoane testate au declarat că au simțit un flux spiralat de energie ce intra prin vârful pălăriei (piramidei): „*Aparent, piramida acționează ca un fel de antenă care este îndreptată spre sursele intense de energie și care concentrează forțele lor în propriul focar*”, ar fi spus Drbal.

- În același context este de reamintit că atunci când vechii preoți egipteni slujeau pe zeul Soare, **RA**, ei *purtau pălării piramidale*. Mulți cercetători ai domeniului consideră că aceste pălării ar putea concentra într-un singur punct energia emisă de un spațiu metafizic superior sau de către Soare. Probabil că obiceiul vechi de a așeza pe capul elevilor slabi la învățătură „*căciula nebunilor*” nu se făcea doar pentru luarea în derâdere a acestora, ci pentru a se ridica energia spirituală a lor. Aparent, acesta ar fi un mijloc de a-l ajuta pe copil să-și regăsească centrul, echilibrul, pentru orientarea și îndreptarea sa spre sursele forței sale.

- Principiul de funcționare a RADARULUI a fost stabilit de către Watson și Watt în 1937. Primul radar a fost construit în perioada celui de-al doilea război mondial și a fost folosit la detectarea și urmărirea avioanelor și vapoarelor.

Inițial au fost folosite lungimi de undă electromagnetice mari, care, în cea mai mare parte, nu erau afectate de condiții meteorologice. Când aceste lungimi de undă au fost micșorate la 10 cm sau mai puțin, au

apărut, ocazional, ecouri la ținte meteorologice. Astfel, după încetarea ostilităților, noul instrument, radarul, a căpătat o largă aplicabilitate în studiile meteorologice.

- După cum se știe, descoperirea razelor X (astăzi denumite Roentgen), de către fizicianul german Wilhelm Conrad Roentgen (1845-1923), în 1895, căruia i-a fost decernat Premiul Nobel pentru Fizică în 1901, a avut ca urmare realizarea unor alte mari descoperiri în fizică, biologie, chimie etc. Pentru a ne da seama de

importanța aplicării acestor raze în știință, este suficient să amintim că, în afară de Roentgen, alți 15 oameni de știință au primit Premiul Nobel pentru diverse cercetări efectuate cu ajutorul acestor raze.

- Există argumente ce se pot verifica că România se situează pe primele locuri în lume la... exportul de inteligență. De exemplu, la „Microsoft”, a doua limbă vorbită este româna, iar la NASA mulți specialiști de prim rang sunt tot români.

### *Maxime și cugetări celebre*

- „O mie de experimente pozitive nu pot demonstra că teoria mea este adevărată. Un singur experiment negativ e de ajuns pentru a demonstra că m-am înșelat”.

Albert Einstein

- „Știu că nu știu nimic”.

Socrate

- „Cred că baza a orice pe lume este una matematică, chiar și atunci când aparent aceasta nu se potrivește”.

Réne Thom

Fondatorul teoriei catastrofelor

- „Bineînțeles, pierderea stabilității este o condiție esențială a stabilirii unei noi stări”.

Herman Haken

Fondatorul Sinergeticii

- „Triumful ideii e prea adesea plătit cu martirajul celui ce o întrupează”.

M. Florian

- *Gazele de șist au încetat a mai fi un subiect la ordinea zilei?*

N-au trecut decât câțiva ani de când „gazele de șist” constituiau un subiect fierbinte în mass-media românească, iar protestele proprietarilor de teren, în legătură cu perspectiva exploatării acestui zăcământ care-i afecta, se țineau lanț. Astăzi s-ar părea că subiectul nu mai prezintă interes...

Este deja de domeniul amintirilor când, în România, s-a încercat utilizarea șisturilor bituminoase din zona Anina (Banat) drept combustibil pentru o termocentrală, dar, după cum se știe, rezultatul a fost un fiasco total.

Voci autorizate prin profesionalismul lor în domeniul geologiei au dovedit că povestea cu gazele de șist nu era decât o aventură la periferia științei, cu o tehnică devastatoare pentru mediu..., dar cu o rafinată tehnică de manipulare.

La acel timp, vocile respective au atras atenția că amatorismul și superficialitatea vor amplifica efectele dezastruoase ale exploatării „gazelor de șist” în România, anulând prezumtivele mult trâmbițate avantaje.

Se pare că astăzi o astfel de poziție a avut câștig pentru binele țării..., iar ofertanților (din afara țării) nu le-a ieșit pasența.

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

- *Niciodată nu se poate afirma că într-un domeniu sau altul al științei s-a spus ultimul cuvânt*

Spre finele secolului al XIX-lea, știința Fizicii părea perfectă, iar după unele voci de marcă, încheiată. Dar imposibilitatea de a explica fenomene, la scară macro sau micro, doar prin prisma legilor Fizicii clasice, a dus la apariția mecanicii cunatice. Max Planck, Niels Bohr și Albert Einstein s-au numărat printre pionierii acestei științe. Ca ramură a fizicii, s-a născut acum aproape un secol din mintea și penița genialului Albert Einstein – paradoxal, acesta nu a vrut cu niciun chip s-o recunoască.

Celebră și savuroasă, rămâne încă de actualitate disputa lui Einstein cu fizicienii „școlii daneze” condusă de celebrul Niels Bohr (Einstein: „*Dumnezeu nu joacă zaruri*”; Bohr: „*Albert, nu-l învăța tu pe Dumnezeu ce trebuie să facă*”). Dar lumea mecanicii cuantice este una stranie și greu de înțeles în raport cu intuiția noastră (quantum entanglement și alte



propozițiuni ce par scandaloase). Pe un fizician și profesor de talia lui Richard Feynman, mecanica cuantică l-a pus în situația de a declara că studenții săi nu înțeleg nimic din Fizica cuantică, dar și faptul că nici el, dascălul lor, nu înțelege nimic din această stranie știință dominând profunzimea microcosmosului.

Dar că, probabil, toate la timpul lor, privind înțelegerea acestei părți a Fizicii moderne. Fără îndoială că lumea Fizicii încă îl așteaptă pe Einstein-ul veacului al XXI-lea pentru a ne face să înțelegem adevărurile fundamentale ale Universului în care trăim.

\*\*\*

- „Nu se poate ști dacă sfârșitul lumii printr-o catastrofă universală, anunțat de Scriptură, nu va fi opera științei omenesti. Ea declanșează atât de imprudent forțe pe care omul, scoțându-le din armonia în care au fost închise de Creator, nu le mai poate stăpâni și poate declanșa catastrofa anunțată. Credința nu se opune acestei ipoteze”.

Monseniorul Vladimir Ghika

- „Eu cred în dovadă. Eu cred în observație, măsurare și raționament, confirmate de observatori independenți. Eu cred orice, oricât mi-ar părea de ridicol și absurd, dacă există dovezi pentru asta. Dar, cu cât ceva este mai ridicol și mai absurd, cu atât este nevoie de dovezi mai solide”.

Isaac Asimov

- „Proștii se plâng că nu sunt cunoscuți de suficient de mulți oameni. Înțelepții se plâng că nu cunosc suficient de mult oamenii”.

Confucius

- „Vrei să trăiești cum se cuvine? Învață mai întâi să mori”.

Confucius

- „Dacă vrei să fii fericit, roagă-te să nu îți se îndeplinească tot ce dorești”.

Seneca

- „O viață fără dragoste este asemenea unui om fără primăvară”.

Octavian Paler

- „La timpul său, Leonardo Da Vinci spunea că natura își caută permanent calea cea mai simplă în desfășurarea ei.” Altfel spus, calea minimului efort pentru a exista.

- „Omul este măsura tuturor lucrurilor”.

Protagoras – filozof pre-Socratec

- „Poți afla mai multe despre un om într-o oră de joacă decât într-un an de conversații”.

Platon

- „Există două moduri de a-ți trăi viața: primul este cel în care nu vedem niciun miracol; al doilea este cel în care vedem totul ca pe un miracol”.

Albert Einstein

- „Dacă îți pui mâna într-un cuptor pentru un minut, îți se va părea o veșnicie. Dacă ai întâlnire cu o fată frumoasă timp de o oră, îți se va părea o clipă. Aceasta este relativitatea”.

Albert Einstein

- „Asemenea unui compus chimic, cunoașterea științei se purifică prin recristalizare”.

Ziman Jr.

- „O memorie bună trebuie să țină minte, în primul rând, ce să uite”.

Picasso

- După cum se știe, omul de stat și de știință american Benjamin FRANKLIN a murit la Philadelphia, Pennsylvania, la 17 aprilie 1790. A rămas memorabilă ședința Academiei de Științe a Franței din 1778, când TURGOT, în cuvântarea sa, i-a dedicat lui Franklin versul latin „*Eripuit coelo fulmen sceptrumque tyrannis*” (El a smuls cerului fulgerul, iar tiranilor sceptrul).

## Din gândurile și reflecțiile mele

**Prof. Romulus SFICHI, Suceava**

- Este dincolo de orice îndoială că o societate devine mai puternică atunci când fiecare individ al ei beneficiază de o educație

corespunzătoare și de serviciu public de calitate.

- O prietenie adevărată pe întreaga durată a unei vieți este, într-adevăr, un miracol care

depășește și transcende umanul, supraviețuind exclusiv pe tărâmul spiritualului.

- Chiar dacă în urma ei rămân victime, drame, tragedii și atâtea orori, viața merge mereu înainte. Până când?

- Umorul poate fi socotit drept un bun factor predictiv al fericirii.

- Decât să faci ceva rău, e mai bine să nu faci nimic.

- Se pare că, în lumea cunoscută, există totuși un COD al vieții... Dovezile încep cu numerele naturale celebre,  $\pi$ ,  $e$ ,  $\phi$ ,  $C$ , inclusiv cele biblice, după care urmează fractalii și alte realizări ale naturii ce vizează „designul”, ce se înscriu în PRINCIPIUL MINIMEI ACȚIUNI... Însuși echilibrul și armonia cosmică, care exprimă o stare de optim, vin în sprijinul acestei idei... Dar misterele încă persistă...

- Noile teorii cu privire la Designul din natură se înscriu ca aplicații sau aspecte ale Principiului minimeia acțiunii, care include, până la urmă, și conservarea energiei.

- A ieși în întâmpinarea dorinței de celebritate, care se ascunde în mentalul majorității oamenilor, înseamnă a vinde pe prețuri considerabile iluzii..., în majoritatea cazurilor, deșarte...

- Viața fără opțiuni este una fără ideal și speranță. De aceea este searbădă.

- Nu încerca să educi și, mai ales, să reeduci oameni care ar putea să-ți fie părinți sau bunici. În cel mai bun caz, exprimă-ți o părere despre un lucru sau altul și, dacă aceasta este acceptată, vei fi admirat și prețuit.

- În orice gen de situație conflictuală, în cadrul relațiilor interumane, individul nu trebuie să-și impună punctul de vedere prin forță, ci recurgând la soluția pașnică a celui mai bun argument. Această capacitate de persuasiune se poate dobândi cu sprijinul logicii formale și a controlului metodic, ceea ce nu presupune decât să existe un consens cu privire la regulile democratice de comportament.

- Istoria lumii atestă că fără SUVERANITATE orice popor poate fi împins către marginea prăpastiei și respectiv spre dispariția lui.

- Inima omului este un cimitir cu multe morminte, spunea într-unul din romanele sale un scriitor român mai puțin băgat în seamă

(Alex. Drumeș). Da, aș adăuga eu, dar e vorba de un cimitir fără paznic...

- Conformismul poate asigura omului nota de disciplină, dar mai rar pe cea de ingeniozitate.

- A nu face nimic, spune o vorbă înțeleaptă, este foarte greu, dat fiind că nu știi niciodată când ai terminat...

- Ion îl vede pe Vasile stând pe un scaun în fața curții sale și-i spune: *stai și te gândești? Nu*, a fost răspunsul, pentru că *numai stau!*

- Prețuim tinerețea și sănătatea noastră mai ales atunci când nu le mai avem.

- Mulți dintre cei care ar fi putut lăsa ceva în urma lor, în domeniul spiritual, spun că n-au făcut-o deoarece nu le-a cerut-o nimeni. Cine i-o fi cerut lui Eminescu să-și scrie poeziile? A încuraja pe cineva, care se dovedește că are un grăund de talent, e una... și a cere, în domeniul creației spirituale... e alta. *De unde nu-i*, spune o veche vorbă de duh, *nici Dumnezeu nu cere...* Și apoi, nu cred că trebuie să uităm nici cântecul „*să nu-ți spui dorul nimănui/ că dacă-l spui/ degeaba-l spui*”.

- Cultivarea și sprijinirea învățământului nou, orientat spre creativitatea umană a tinerilor generații, cred că este cea mai de preț latură a activității didactice.

- Cel mai fericit om cred că este, printre alții, acela care, după o perioadă relativ lungă când era considerat un proscris sau pericol social, devine, urmare a sușurilor politice, un erou. Cazul invers este unul nefericit.

- Nu trebuie să te însoțești cu dracul ca să poți trece peste o punte, așa cum spune o vorbă de duh românească. Mai bine, dacă poți, fă-ți singur o altă punte, ori caută o altă cale care nu te obligă să te însoțești cu diavolul pentru a o trece.

- A sta inert în fața unor adevăruri dovedite sau evidente, fără a lua nicio atitudine, dă dovadă fie de lașitate, fie, mai ales, de frica consecințelor ce ar putea urma. Nu este exclusă nici nepăsarea și respectiv responsabilitatea de natură omenească.

- Fiecare profesie este frumoasă dacă este făcută cu pasiune și dăruire, astfel încât timpul pare că trece mai repede, mai ușor și cu folos. Fiecare își alege profesia pe care și-o dorește, dar cred că una din cele mai de seamă suferințe omenești este aceea în care ești obligat să practici o profesie pe care n-o iubești.

- Fiind dascăl (profesor) la o anume disciplină, în școala de orice nivel, dispui de o anumită suveranitate și independență în legătură cu modul în care transmiți sau procedezi, din punct de vedere metodic, pentru transmiterea noilor cunoștințe celor care te urmăresc și ascultă. Este o mare înlesnire în raport cu munca unor autentici specialiști forțați să dea curs unor măsuri venite, mai totdeauna, din partea unor șefi nepregătiți, dar care se consideră atotștiutori. Este, într-adevăr, îngrozitor ca tot nepregătitul (să nu-i zicem ignorant) să-ți spună ce să faci și apoi să te

beștelească pentru că n-ai ascultat, în virtutea unei funcții temporare, obținută prin vot „*democratic*”.

- Este o mare satisfacție și chiar fericire pentru cel ce lucrează într-un domeniu sau altul, încorsetat de dispoziții administrative, în mare parte absurde, să-și poată desfășura nestingherit talentul și imaginația.

- Surprizele plăcute fac parte din categoria celor mai fericite momente din viața trecătoare a fiecărui muritor. În numeroase cazuri, acestea constituie un adevărat delir emoțional (al bucuriei).

SFICHI, Romulus: <i>Editorial</i> .....	1	<i>Academicianul Boris Lazarenko (1910–1979), unul din fondatorii Academiei de Științe a RSS moldovenești</i> .....	27
SFICHI, Romulus: <i>IN MEMORIAM, Adio, drag coleg și prieten, Prof. Constantin RUSU</i> .....	3	HOLBAN, Adrian: <i>O altă abordare a primului principiu al termodinamicii</i> .....	34
<b>A.FIZICĂ</b> .....	<b>5</b>	ANTONIE, Dumitru: <i>O punte electrică interesantă!</i> .....	38
SFICHI, Romulus: <i>Conectarea unei bobine (circuit electric echivalent RL serie) la tensiune alternativă sinusoidală.</i> .....	5	Probleme propuse de fizică .....	42
SFICHI, Romulus: <i>O problemă de mecanică rezolvată</i> .....	8	SFICHI, Romulus: <i>Una pe număr</i> .....	56
ȘUȘU, Oana: <i>Personalități ieșene. Profesorul D. I. Mangeron</i> .....	9	<b>B.MATEMATICĂ APLICATĂ</b> .....	<b>57</b>
CÂRLIG, Sergiu; CÂRLIG, Cornelia; BARDEȚCHI, Profirie: <i>Rezolvarea unor probleme de fizică prin metode numerice</i> .....	14	SFICHI, Romulus: <i>Elemente de analiză matematică privind câmpul de vectori</i> .....	57
ALEXANDRU, Constantin: <i>Diferența de potențial electric (tensiunea electrică) dintre două puncte ale unui circuit electric ramificat – Legea lui Ohm pe o porțiune neomogenă de circuit electric; Legile lui Kirchhoff</i> .....	16	SFICHI, Romulus: <i>În legătură cu procedeele de rezolvare, din punct de vedere matematic, a unor probleme de fizică</i> .....	61
Redacția revistei CYGNUS: <i>Convorbire cu dl. Conf. Univ. Dr. Fizician Vitalie CHISTOL de la Universitatea Tehnică a Moldovei</i> .....	18	ANTICI, Adina-Ionela; ROBU, Cristina-Maria: <i>Rezolvarea unor probleme de fizică utilizând reprezentarea grafică a funcțiilor de gr. I și de gr. II</i> .....	63
MACHIU, Ana; STRATULAT, Radu: <i>Primul manual de fizică pentru liceu în limba română din Transilvania</i> .....	21	SFICHI, Romulus: <i>Model de rezolvare a unei probl. de electrocinetică</i> ....	69
COLȚ, Marilena: <i>Diseminarea proiectului Erasmus în CYGNUS</i> .....	25	SFICHI, Romulus: <i>O problemă de echilibru mecanic. Model de rezolvare</i> .....	70
MALCOCI, Iulia; XENOFONTOV, Ion Valer:		Probleme propuse de matematică aplicată .....	72
		<b>C.CYGNUS MAGAZIN</b> .....	<b>84</b>
		<i>Știați că... sau vă reamintim că...</i> .....	91
		<i>Maxime și cugetări celebre</i> .....	95
		SFICHI, Romulus: <i>Din gândurile și reflecțiile mele</i> .....	96

**COLEGIUL DE REDACȚIE**

Prof. Ioan ADAM – Bîrlad	Prof. Magdalena COSOVANU – Solca, Jud. Suceava	Prof. Gheorghe IRIMIA – Roman
Prof. Dumitru ANTONIE – Tg. Jiu	Prof. Nastasia COVACI – Craiova	Prof. Lucian LUNGU – Suceava
Prof. Florica Felicia BUCUR – Pitești	Prof. Nicolae DEBREN – Câmpulung Moldovenesc	Dr. Iulia MALCOCI – Chișinău, Republica Moldova
Prof. Univ. Dr. Ovidiu CĂLȚUN – Iași	Prof. Niculae DOBRESCU – Tulcea	Prof. Tinu MAȘTAN – Brașov
Prof. Aurel CHICHIFOI – Gura Humorului	Prof. Letiția GĂGENEL – Comarnic, Jud. Prahova	Prof. Ing. Florinela MICU – Brăila
Prof. Dr. Viorica CHIOREAN – Baia Mare	Prof. Mariana Liliana GHEORGHIAN – Gura Humorului	Prof. Emilian MICU – Brăila
Prof. Dr. Dan CHIRILĂ – Brașov	Prof. Adrian HOLBAN – Fălticeni	Dr. Ing. Florin MUNTEANU – București
Conf. Univ. Dr. Vitalie CHISTOL – Chișinău, Republica Moldova	Dr. Ion HOLBAN – Chișinău, Republica Moldova	Prof. Nicoleta PÎRVU – Ploiești
Prof. Marilena COLȚ – Ploiești	Prof. Violeta IACENTIUC – Suceava	Conf. Univ. Dr. Mihail POPA – Bălți, Republica Moldova
Prof. Ilie COSOVANU – Solca, Jud. Suceava	Prof. Ana IRIMIA – Roman	Prof. Emilia Dana SILEȚCHI – București
Prof. Costică COSTAN – Suceava		

**REDACȚIA REVISTEI**

<b>Director:</b>	Prof. Victor ȘUTAC
<b>Redactor șef:</b>	Prof. Romulus SFICHI
<b>Redactor șef adjunct:</b>	Prof. Ilie COSOVANU Prof. Magdalena COSOVANU Prof. Lucian LUNGU
<b>Secretar general de redacție:</b>	Prof. Florica Felicia BUCUR
<b>Referenți științifici:</b>	Prof. Dr. Petru CRĂCIUN Prof. Univ. Dr. Ing. Dan L. MILICI Lect. Univ. Dr. Cristian PÎRGHIE
<b>Tehnoredactare:</b>	Dr. Ing. Elena-Eugenia CIOBANU
<b>Coperta:</b>	Ing. Ionuț ȘANDRU



## Societatea Științifică CYGNUS Suceava

**Societatea Științifică CYGNUS este o organizație non-guvernamentală ce are drept scop promovarea valorilor științifice și culturale românești.**

**Obiectivele organizației sunt:**

- popularizarea științei în rândul maselor prin metode de educație nonformală;
- pregătirea și sprijinirea tinerilor pentru cercetarea științifică;
- promovarea valorilor locale;
- promovarea turistică a zonei.

Pentru atingerea acestor obiective, organizația desfășoară următoarele activități:

- organizarea de întruniri științifice, colocvii, simpozioane, seminarii pe teme științifice de actualitate;
- realizarea unor produse multimedia (CD-ROM, pagini WEB etc.), pliante, broșuri care să ajute atât la popularizarea științei, cât și la punerea în valoare a potențialului turistic românesc;
- sprijinirea cercetătorilor autohtoni în a-și face cunoscute rezultatele muncii lor, prin editarea de cărți în țară și în străinătate;
- stimularea invențiilor și inovațiilor prin organizarea de concursuri de inventică urmate de promovarea rezultatelor deosebite la nivelul companiilor interesate;
- înființarea unui cerc al copiilor supradotați, sprijinirea, stimularea și promovarea lor;
- tipărirea de cărți, reviste, broșuri, pliante în concordanță cu legislația drepturilor de autor;
- editură de cărți și produse multimedia;
- promovarea valorilor UNESCO și organizarea de activități complexe prin realizarea de proiecte în cadrul programelor UNESCO, de

solidaritate și întraajutorare, de organizare a unor biblioteci, de sprijinire a integrării tinerilor în societate;

- integrarea în procese de educație permanentă din domenii științifice și tehnice.

### SCURT ISTORIC

- 5 mai 1999 – prima Adunare Generală a Fundației Științifice Cygnus; s-a votat statutul organizației și s-a ales primul Consiliu de administrație
- 16 aug. 1999 – a fost ales Președinte de Onoare al organizației domnul cercet. dr. Florin Munteanu, membru al Academiei Oamenilor de Știință din România
- 30 noiembrie 1999 – Cygnus obține avizul de funcționare din partea Agenției Naționale pentru Știință, Tehnologie și Inovare
- 18 ianuarie 2000 – se obține sentința de înființare a Fundației Științifice Cygnus la Tribunalul Suceava
- 31 ianuarie 2000 – Fundația Științifică este înregistrată în registrul special al instanței privind persoanele juridice
- 10 mai 2001 – organizația obține dreptul de **editură**
- 2 octombrie 2001 – CYGNUS primește avizul din partea Federației Române a Asociațiilor, Cluburilor și Centrelor UNESCO de a deveni **centru UNESCO**
- 7 februarie 2002 – organizația își schimbă denumirea în “**Societatea Științifică CYGNUS – centru UNESCO**”
- începând cu anul 2009 CYGNUS deține un loc în Consiliul de Administrație al Federației Române a Asociațiilor, Cluburilor și Centrelor pentru UNESCO.

### ADRESA REDACȚIEI

**str. Oituz, nr. 21, bl. O2, sc. A, ap. 20, Suceava – prof. Victor ȘUTAC  
tel. 0230215975, 0230211120, 0745624761, e-mail: visutac@yahoo.com**

1. Articolele, notele, recenziile, problemele propuse și/sau rezolvate, corespondența în legătură cu materialele publicate precum și orice material informativ care ar putea interesa revista noastră se vor trimite pe adresa redacției.
2. Opțiunile și ideile exprimate de autori în paginile revistei aparțin în exclusivitate acestora.
3. Corectitudinea soluțiilor propuse și/sau selectate cade exclusiv în responsabilitatea autorilor.

**I.S.S.N. 1584 – 403X**