

# *Evrika!*



*Sub egida Academiei Oamenilor de Știință din*

*Recomandată de Comisia Națională de Fizică a Ministerului Educației Naționale*

*Recomandată de Asociația Profesorilor de Fizică din Învățământul Preuniversitar din România*

*Recunoscută de Societatea Română de Fizică*



*Redacția Revistei  
*Evrika!**

**Fondator profesor Emilian MICU**

81057 Brăila, OP3; CP 309

Tel. 0722273851

Facebook: *Evrika Evrika*

revistaevrikabraila@gmail.com



359-360-361

## Destine

*Dacă sunteți de părere că alții sunt mai norocoși sau mai favorizați de soarta decât voi atunci poate nu știți tot adevărul. Poate între dvs. și acei oameni este alta diferența și nu neapărat norocul. Din afară îi vedem pe cei care ajung la performanțe incredibile sau care devin modele pentru generația din care fac parte. Ne spunem că au avut noroc, că li s-a ivit o șansă, că le-a fost ușor. De cele mai multe ori acest lucru este fals. Dacă vrei să obții ceva ai nevoie de mai mult decât de talent și muncă. **Ai nevoie de perseverență și dedicație.***

\* **Winston Churchill** a rămas repetent în clasa a șasea și a pierdut toate competițiile electorale pentru funcții publice până când, la vârsta de 62 de ani, a devenit prim-ministru. Mai târziu, avea să scrie: „Nu renunța niciodată. Niciodată, niciodată, niciodată, niciodată – în nimic, mare sau mic, măreț sau neînsemnat. Nu renunța niciodată cu excepția cazurilor în care o faci pe considerente de onoare sau de bun simț. Niciodată, niciodată, niciodată – nu renunța niciodată.”

\* **Thomas Edison** era considerat de către profesorii săi “prea prost pentru a învăța ceva”. A fost concediat de la primele două locuri de muncă pentru ca era “neproductiv”. Ca inventator, a avut 1.000 de încercări nereușite până să inventeze becul. Când un reporter l-a întrebat: „Cum v-ați simțit eșuând de 1.000 de ori?”, Edison a răspuns: „Nu am eșuat de 1000 de ori, ci becul a fost o invenție cu 1000 de pași”.

\* **Albert Einstein** nu a vorbit până la vârsta 4 ani și nu a citit până la 7 ani. Părinții au crezut era debil mintal, iar unul dintre profesori l-a descris ca fiind „lent la minte, pierdut pentru totdeauna în vise prostești”. A fost exmatriculat din școală și i-a fost refuzată admiterea la Scoala Politehnică din Zurich.

\* **Louis Pasteur** a fost un elev mediocru, iar la lucrarea de licență s-a clasat pe locul al cincisprezecelea din 22 de studenți la chimie.

\* **Walt Disney** a fost concediat de către un editor de ziar deoarece era „lipsit de imaginație și de idei bune”. A dat faliment de mai multe ori înainte de a construi Disneyland.

\* **Charlie Chaplin** a fost inițial respins de către șefii de la Hollywood pentru că pantomima sa a fost considerată “un nonsens”.

\* **Beethoven** mânua penibil vioara, iar profesorul său a spus despre el că „nu există nicio speranță să devină compozitor”.

\* **Jack London** a primit șase sute de respingeri din partea editorilor înainte de a vinde prima sa poveste.

**Redactor-șef:** prof. Emilian Micu

**Redactor-șef adjunct:** prof. Romulus

**noredactare:** prof. Florinela Micu

## Colegiul de redacție

Prof. Dumitru Antonie, Tg. Jiu; Prof. Onuț Valeriu Atanasiu, Galați; Prof. Ion Băraru, Constanța; Prof. Dr. Viorica Chioran, Baia Mare, Conf. Univ. Dr. Vitalie Chistol, Chișinău; Prof. Vasile Ciuchină, Galați; Prof. George Enescu, Canada; Fiz. Dr. Sandu Golcea, Timișoara; Prof. Ion Holban, Chișinău; Prof. Univ. Dr. Dan Iordache, București; Conf. Univ. Dr. Iulia Malcoci, Chișinău; Prof. Gheorghe Norozescu, Caransebeș, Prof. Ovidiu Tripșa, Brașov, Prof. Viorel Mihăilă, Brăila; Prof. Ovidiu Nițescu, Telești-Dâmbovița; Conf. Univ. Dr. Mihail Popa, Bălți; Prof. Octavian Polexa, Brașov; Prof. Mirela Sabău, Brașov, Prof. Romulus Sfichi, Suceava; Prof. Sorin Trocaru, București; Conf. Univ. Dr. Gheorghe Țurcan, Chișinău; Prof. Univ. Dr. Florea Uliu, Craiova.

## Adresa redacției:

OP 3, C.P. 309, cod 810570, Brăila  
 revistaevrikabraila@gmail.com  
 Facebook: Evrika Evrika  
 tel: 0339809874;  
 0722273851, 0744475498

ISSN 1220-4935

Toate drepturile de tipărire și multiplicare sunt rezervate Editurii „EVRIKA!”, Brăila

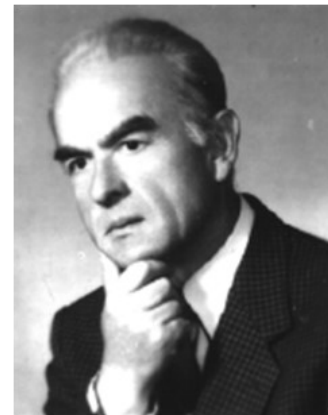
Opiniile exprimate de autori, în materialele publicate în paginile revistei, ca și răspunderea pentru corectitudinea enunțurilor și a soluțiilor problemelor propuse, aparțin în exclusivitate

Tipar: S.C. OFFSET GRAFIC SERV. S.R.L., Brăila  
 Tel/Fax: 0239.618.206

**CONSIDERAȚII PE MARGINEA  
DISCUȚIILOR ȘI CONCLUZIILOR UNEI  
MESE ROTUNDE PRIVIND ROLUL ȘI  
LOCUL REVISTELOR NAȚIONALE  
PERIODICE ÎN DOMENIUL ȘTIINȚEI ȘI  
TEHNICII AL ÎNVĂȚĂMÂNTULUI  
PREUNIVERSITAR ROMÂNESC**

Vatra Dornei, jud. Suceava, 30 august – 1 septembrie 2019

Prof. Romulus SFICHI, Suceava



Tema editorialului cu titlul de mai sus a figurat câțiva ani la rând în programul Colocviului Internațional de Fizică ce se desfășoară anual în România și care se află (s-a aflat) la a 25-a sa ediție de la Vatra Dornei din județul Suceava, dar din criză de timp, masa rotundă programată nu a mai putut avea loc. În plus, s-a contat (cel puțin așa se pare) că participanții la întrunirea în cauză n-au manifestat un interes prea evident în legătură cu dezbaterile unui atare subiect. Este, așadar, vorba de revistele periodice EVRIKA! și CYGNUS. Prima, cu apariție (în ultimii ani) trimestrială (cu profil de Fizică, Chimie, Astronomie și Biologie) fondată în anul 1990 la Brăila de către reputatul profesor EMILIAN MICU, iar a doua, cu apariție bianuală, fondată de Societatea Științifică CYGNUS – centru UNESCO Suceava, la propunerea semnatarului acestor rânduri, în 2004, și având, la început, profilul de Fizică, după care, ulterior, i s-a adăugat și cel de „*matematică aplicată*”.

Prima revistă (EVRIKA!) a apărut, așadar, dintr-o inițiativă privată, iar a doua la inițiativa unei societăți civile, ministerul de resort neavând niciun rol sau contribuție, din păcate, la apariția și funcționarea acestor periodice, deși acestea sunt unicele publicații în domeniu din România. Este adevărat că unele dintre Inspectoratele Școlare județene s-au implicat substanțial în pregătirea și organizarea acestei manifestări, dacă ar fi să ne gândim la Colocviul în cauză, și implicit la asigurarea apariției revistelor respective, cărora le-au acordat (prin intermediul ministerului de resort) recomandarea solicitată.

La Vatra Dornei s-a reușit a se organiza o masă rotundă pe seama rolului și locului acestor periodice în învățământul preuniversitar românesc (ca și a celui din Republica Moldova) în condițiile marilor transformări economico-sociale la care asistăm

astăzi în întreaga lume. Dată fiind convingerea de faptul că învățământul și, în special, cel de profil tehnico-științific, trebuie orientat și corelat cu cerințele imperative ale vieții economico-sociale, în pas cu avântul fără precedent al procesului de cunoaștere în toate domeniile de activitate umană, prima întrebare care a apărut, în mod firesc, la începutul discuțiilor moderate de semnatarul acestor rânduri, a fost: „*mai este necesară apariția acestor periodice purtătoare de informații (cu supăort clasic – hârtia) în domeniile specificate?*”

Luând, primul cuvântul în cadrul dezbaterii ca atare, domnul prof. Emilian Micu a făcut o succintă prezentare a situației actuale a revistei „EVRIKA!”, în calitate de redactor-șef: revista și-a redus destul de drastic tirajul în ultimii ani (de la ordinul miilor și chiar mai mult, la ordinul sutelor), ca urmare a scăderii interesului școlii preuniversitare din România pentru studii de profil științific; revista și-a redus perioada apariției de la 12 exemplare (lunar/an) la 4 exemplare (trimestrial); numărul colaboratorilor, al cititorilor și rezolvitorilor de probleme propuse a scăzut simțitor și chiar dramatic; nu se întrevede o revigorare a publicației prin contribuția noilor generații de profesori în specialitate; conținut insuficient și chiar nul al disciplinelor de Astronomie (Astrofizică), Biologie și chiar Chimie (mai ales la capitolul problemelor propuse). Revista face eforturi considerabile pe linie financiară pentru a se menține pe „*linia de plutire*”. În cadrul aceluiași discuții au apărut întrebările suplimentare: *ce este de făcut în cadrul a ceea ce ne conferă viitorul și care ar fi stragia de evoluție a acestor publicații în anii ce vin?*

Pornind de la necesitatea acestei literaturi suplimentare față de manuale, intervenția domnului

prof. Petrică Crăciun – inspector de specialitate la I.S.J. Suceava, s-a axat pe sugestia dată domnului prof. Emilian Micu de a-și fonda o societate în Brăila de tipul Societății Științifice CYGNUS – centru UNESCO de la Suceava care ar putea contribui financiar la menținerea apariției revistei, dat fiind că editarea acesteia implică costuri mai mari decât veniturile ce rezultă din vânzarea ei. Dar de la idee la faptă drumul este destul de sinuos. Domnul prof. Emilian Micu - sceptic cu privire la sugestia primită (dată fiind și vârsta domniei sale) – a rămas la concluzia că publicația trebuie susținută de cei ce o folosesc pe toate căile cunoscute și care nu le mai repetăm aici.

În continuare, semnatarul acestor rânduri s-a referit la revista CYGNUS confruntată de necazuri și mai mari în raport cu EVRIKA!: lipsa colaboratorilor (mai ales pe partea de matematică aplicată), lipsa rezolvitorilor de probleme propuse (pe durata apariției a 30 numere de revistă încă nu s-a putut realiza o rubrică a rezolvitorilor), lipsa activității concrete a unor membri ai Colegiului de redacție și chiar ai redacției, o slabă activitate de valorificare (distribuție) a revistei în rândul celor pentru care ar prezenta interes, indiferentism, blazare și chiar aprecieri deloc favorabile relativ la conținutul revistei. O atitudine de non angajare bazată pe inexistența motivației unei activități editoriale pe fondul căderii continue a calității învățământului românesc și, mai ales, a celui de nivel preuniversitar. Se creează impresia că deviza ar fi: „*nu fac nimic dar nici pe alții nu vreau să-i las să facă*”.

În continuare au participat la discuții în cadrul aceluiași teme domnii profesori Octavian Georgescu – Craiova, Ilie Cosovanu – Salca (jud. Suceava), precum și Dumitru Sanda – Roșiorii de Vede (jud. Teleorman), dr. Fizician Ion Holban – Chișinău (Republica Moldova), Liliana Afrodita Boldea – Craiova, Felicia Bucur – Pitești, dr. Fizician Cristian Dan Opreșan – Dorohoi (jud. Botoșani), dr. Fizician Iulia Malcoci - Chișinău (Republica Moldova), Ana Gabriela Machiu – Iași și Viorica Vlăisan – scriitor științific și redactor științific Putna (jud. Suceava). Cei citați (în afară de domnii prof. Octavian Georgescu și Ilie Casovanu, care au luat și cuvântul) au răspuns la „*Chestionarul cu caracter de sondaj de opinie*” întocmit și difuzat participanților la masa

rotundă, de către Societatea Științifică CYGNUS – centru UNESCO Suceava. Dintr-un număr de peste 40 de participanți au răspuns la chestionar, o spunem cu respect, doar 10 participanți (25%).

Chestionarul cuprinde 9 întrebări relative la situația actuală și cea de perspectivă a revistelor în cauză. Redăm, pe scurt, în cele ce urmează, sinteza răspunsurilor. Toți participanții au răspuns pozitiv la necesitatea apariției în continuare a revistelor cu implicarea tuturor profesorilor din învățământul preuniversitar românesc, motivați material și moral, mai substanțial față de situația din prezent, concomitent cu mai buna difuzare a revistelor în rândul populației școlare și a măririi gradului de interes al alevilor (mai ales a celor din licee și colegii) pentru publicațiile ca atare.

Pentru procurarea revistelor este recomandabil *abonamentul anual*. Diversificarea stimulentele pentru cei cu preocupări remarcabile în domeniile de referință și creșterea numărului de colaboratori (mai ales la capitolul „*probleme propuse*”). Imprimarea unei gândiri și a unui spirit modern și pragmatic în abordarea tematicilor ce formează conținutul publicațiilor.

Publicarea enunțurilor și rezolvitorilor (sau măcar al soluțiilor) problemelor date la concursurile județene, naționale și internaționale din domeniile de referință (și nu numai) pe cale electronică.

Publicarea soluțiilor rezolvitorilor (inclusiv a autorilor) pentru problemele cu grad de dificultate sporit din ultimele două numere de revistă (așa cum a procedat și procedează GAZETA MATEMATICĂ din România); apelarea la sponsorizări pentru acoperirea costurilor de editare a revistelor și a creșterii fondurilor de premiere pentru cei mai activi rezolvitori și colaboratori. Creșterea gradului de preocupare pentru contactarea și colaborarea cu redacțiile revistelor similare din lume, dar mai ales din Comunitatea Țărilor Europene – domeniu în care pînă în prezent nu s-a făcut nimic sau aproape nimic.

Punerea de acord a conținutului revistelor cu profilul pretins (ne referim la Astronomie, Astrofizică, Biologie) în proporții rezonabile.

Solicitarea ministrului de resort ca prin Inspectoratele școlare județene să se asigure câte un abonament pentru fiecare bibliotecă școlară din rețeaua de învățământ din România (gimnaziile și



și colegii.

Popularizarea prin paginile revistelor a tuturor celor ce se remarcă (elevi și profesori) prin rezultatele muncii în domeniile ca atare.

Ar mai fi încă multe căi, mijloace și procedee pentru creșterea interesului tinerelor generații pentru munca de cercetare, inovare și dezvoltare tehnologică ca structură de rezistență a unei societăți pe care o dorim cât mai prosperă și stabilă – pe o scară tot mai ascendentă, în România.

Departate de a fi exhaustive, considerațiile făcute pe seama rolului și locului publicațiilor școlare – în

speță revistele „EVRIKA!” și, respectiv, „CYGNUS” -, rămân deschise pentru orice cititor interesat în domeniul științelor ce intră în aria preocupărilor acestora.

Am fi, evident, încântați și, de ce nu, fericiți, ca un număr din ce în ce mai mare de tineri (tinere) să abordeze cariere care să împingă țara pe linia dorinței dintotdeauna: o mai bună calitate a vieții și o afirmare așa cum credem că o merităm pe planeta care încă ne mai suportă cu atâta generozitate. Așteptăm și alte puncte de vedere...

## ASEMĂNAREA GEOMETRICĂ ÎN REZOLVAREA PROBLEMELOR DE FIZICĂ

Prof. Marian CIUPERCEANU, Colegiul Național „Frații Buzești”, Craiova

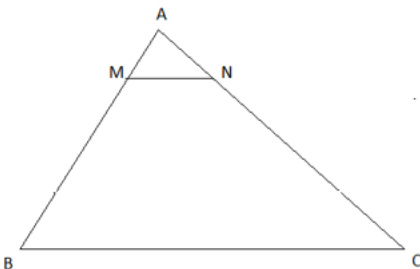
Soluționarea problemelor de fizică face apel, de multe ori, la instrumente matematice care pot să pară specifice acestei ultime discipline. În cele ce urmează, vom prezenta câteva probleme din diferite ramuri ale fizicii ce sunt rezolvate cu ajutorul asemănării de triunghiuri și nu numai.

În geometria euclidiană, două figuri sunt asemenea dacă ambele au aceeași formă și pot fi obținute una din cealaltă prin mărire/micșorare uniformă, eventual cu translații, rotații, reflexii suplimentare. De exemplu, toate cercurile sunt asemenea între ele, toate pătratele sau toate triunghiurile echilaterale sunt asemenea.

**Definiția 1:** Două *poligoane* sunt *asemenea* dacă laturile corespondente ale poligoanelor asemenea sunt proporționale, iar unghiurile corespondente ale poligoanelor asemenea au aceeași măsură.

**Definiția 2 :** Două *triunghiuri* ABC și MNP se numesc *asemenea* ( $\Delta ABC \sim \Delta MNP$ ) dacă:

$$\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} \quad \text{și} \quad \hat{A} \equiv \hat{M}, \hat{B} \equiv \hat{N}, \hat{C} \equiv \hat{P}.$$



**Proprietate:** Raportul dintre *ariile* a două figuri asemenea este egal cu pătratul raportului de asemănare (prin *raport de asemănare* înțelegem raportul dintre lungimile corespondente acestor figuri), iar raportul dintre *volumele* a două corpuri asemenea este egal cu cubul raportului de asemănare.

**Problema 1:** Dimensiunea umbrei unui om în poziție verticală, formată pe trotuar, are lungimea de 120 cm. Care este înălțimea omului, știind că un băț cu lungimea de 30 cm are o umbră de 20 cm?

*Soluție:*

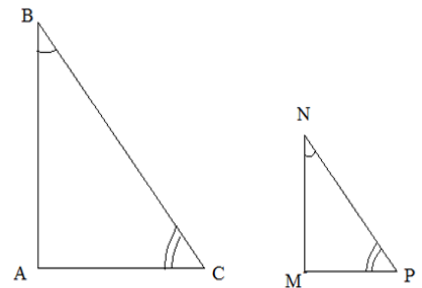
Notând cu AB dimensiunea verticală a omului și cu MN pe cea a bățului, deoarece razele Soarelui cad sub același unghi pe cele două corpuri

$\hat{B} \equiv \hat{N}, \hat{C} \equiv \hat{P}$  avem  $\Delta ABC \sim \Delta MNP$ , deci

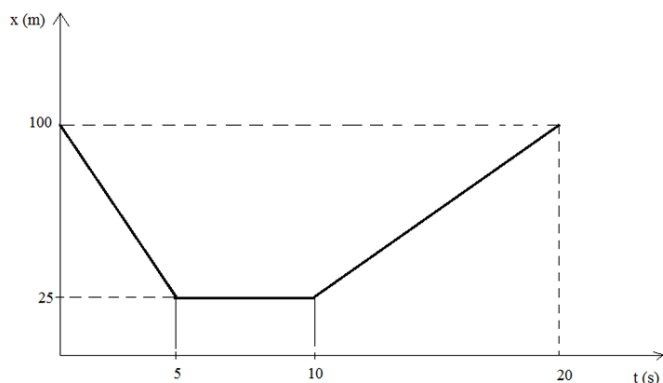
$$\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP}$$

Înlocuind  $AC = 120 \text{ cm}$ ,  $MP = 29 \text{ cm}$ ,  $MN = 30 \text{ cm}$ , în relația de mai sus, deducem înălțimea omului:

$$AB = \frac{MN \cdot AC}{MP} = \frac{30 \text{ cm} \cdot 120 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = 180 \text{ cm} = 1,80 \text{ m}$$



**Problema 2:** Graficul mișcării unui mobil este reprezentat în figura alăturată.



a) În ce intervale de timp mobilul:

- se află în repaus;
- se îndepărtează de S.R.;
- se apropie de S.R.

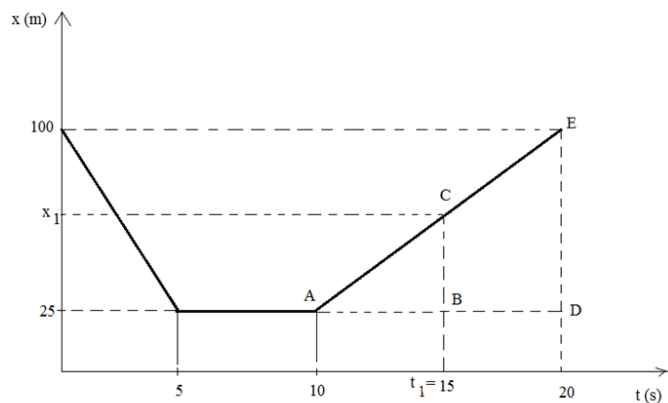
b) În câte etape de desfășoară mișcarea mobilului și care sunt vitezele corespunzătoare acestora.

c) Care este poziția mobilului la momentul  $t = 15$  s față de S.R.?

*Soluție:*

Mobilul este în repaus în intervalul  $[5s; 10s]$ . Mobilul se îndepărtează de S.R. în intervalul  $[10s; 20s]$  și se apropie de reper în intervalul  $[0s; 5s]$ .

Mișcarea mobilului se realizează în trei etape:



$$v_1 = \frac{100m - 25m}{5s - 0s} = 15 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \frac{25m - 25m}{10s - 5s} = 0 \frac{m}{s}$$

(repaus)

$$v_3 = \frac{100m - 25m}{20s - 10s} = 7,5 \text{ m/s}$$

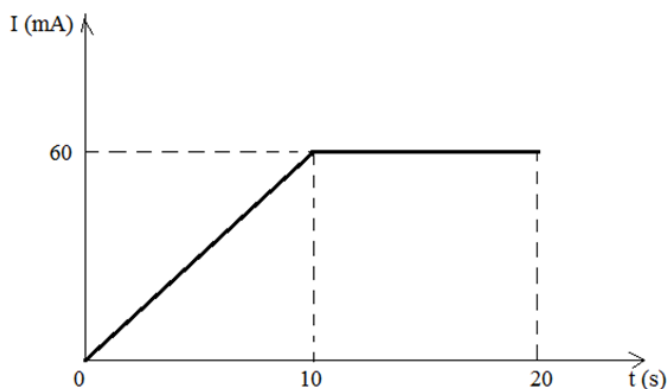
c) Din asemănarea triunghiurilor  $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ,

deducem:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} \rightarrow BC = \frac{AB \cdot DE}{AD} = \frac{5s \cdot 75m}{10s} = 37,5m$$

Poziția mobilului la momentul  $t_1 = 15s$  este:  $x_1 = 25m + 37,5m = 62,5m$ .

**Problema 3:** Intensitatea curentului electric printr-un circuit variază în timp conform graficului de mai jos.



Să se determine:

- a) sarcina electrică transportată printr-o secțiune transversală a circuitului în primele 5 s;
- b) intensitatea curentului ce străbate circuitul în secunda a 8-a;
- c) sarcina electrică totală transportată prin circuit.

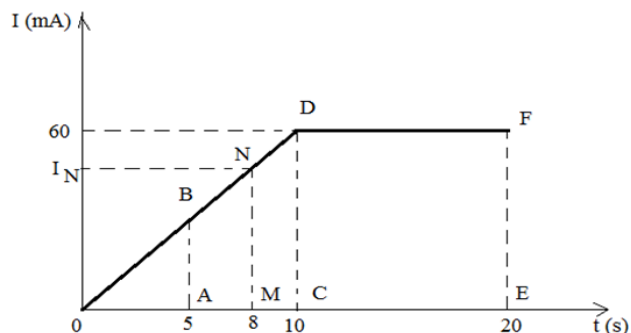
*Soluție:*

a) Din asemănarea triunghiurilor  $\triangle OAB \sim \triangle OCD$  rezultă:

$$\frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD}, \text{ de unde obținem } AB = \frac{OA \cdot CD}{OC} = \frac{5 \cdot 60}{10} = 30 \text{ mA.}$$

Sarcina electrică transportată printr-o secțiune transversală a circuitului în primele 5 s este aria triunghiului OAB, ce poate fi aflată ca semiprodusul catetelor:

$$q_1 = \frac{OA \cdot AB}{2} = \frac{5s \cdot 30 \text{ mA}}{2} = 75 \text{ mC}$$



sau știind că raportul ariilor triunghiurilor asemenea este pătratul raportului de asemănare:

$$\frac{A_{OAB}}{A_{OBC}} = \left(\frac{OA}{OC}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}, \text{ de unde rezultă că}$$

$$q_1 = A_{OAB} = \frac{A_{OBC}}{4} = \frac{300}{4} = 75 \text{ mC}.$$

b) Studiind asemănarea triunghiurilor  $\triangle OMN \sim$

$$\triangle OCD, \text{ avem: } \frac{OM}{OC} = \frac{MN}{CD}$$

și obținem intensitatea curentului la secunda a 8-a:

$$I_N = MN = \frac{OM \cdot CD}{OC} = \frac{8 \cdot 60}{10} = 48 \text{ mA}.$$

c) Sarcina electrică totală transportată în circuit este egală cu:

$$q_{tot} = A_{OCD} + A_{CDEF} = \left(\frac{10 \cdot 60}{2} + 10 \cdot 60\right) \text{ mC} = 900 \text{ mC}$$

**Problema 4:** Pentru un mamifer ce se deplasează greoi și cu viteză redusă, putem presupune că singura modalitate de a pierde energie este disiparea de căldură în mediu. Considerăm două astfel de mamifere cu masele în raportul  $M_2/M_1 = 2$ , temperaturile egale. Dacă pierderea de energie este proporțională cu suprafața corpului

fiecăruia, estimați de câte ori este mai mare cantitatea de mâncare de care are nevoie mamiferul cu masă mai mare, comparativ cu cea necesară celui cu masă mai mică, pentru compensarea pierderilor de căldură din mediu.

*Soluție:*

Raportul maselor celor două mamifere este, considerând densitățile lor egale:

$$2 = \frac{M_2}{M_1} = \frac{\rho \cdot V_2}{\rho \cdot V_1} = \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3$$

de unde obținem că raportul razelor corpurilor considerate sferice ale celor două mamifere este:

$$\frac{R_2}{R_1} = \sqrt[3]{2}$$

Raportul dintre cantitățile de hrană pentru cele două animale este egal cu raportul suprafețelor corpurilor celor două:

$$\frac{m_2(\text{hrană})}{m_1(\text{hrană})} = \frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = (\sqrt[3]{2})^2 = \sqrt[3]{4} = 1,5874$$

**Bibliografie:**

1. Măceșanu, F., *Fizică-Probleme și teste pentru gimnaziu*, Editura Corint, Bucuresti, 2008
2. Colecția revistei de fizică *Evrika!*

## CÂND STRĂNUȚI, STAI DEPARTE DE MINE !

Prof. Ioana IONIȚĂ, Colegiul Național „Frații Buzești”, Craiova  
Prof.univ.dr. Florea ULIU, Universitatea din Craiova

De câteva luni, vedem zilnic la televizor, la diverse ore, imaginea unui virus amenințător, care a îngrozit planeta și care continuă să o mai facă. El ne amărăște viața și ne ridică multe semne de întrebare existențiale. Se numește coronavirus (simbol C-19) și a ucis deja, la nivel planetar, indiferent de continent, câteva sute de mii de oameni. De câteva luni, mapamondul se află în plină pandemie !

Forma virusului este rotundă, aproape sferică, posedând la suprafață niște excrescențe, asemănătoare unor cornițe. Această formă seamănă mult cu cea a minelor marine, plutitoare, dar, spre

deosebire de acestea, coronavirusul nu poate fi observat decât cu unele microscopie speciale, care au o foarte mare putere de rezoluție.

Pentru a nu ne infecta, suntem îndemnați în mod obsesiv, dar pe bună dreptate, să nu ne apropiem unii de alții la o distanță mai mică de 1,5-2 metri, să purtăm o mască specială cu care să ne acoperim nasul și gura și să ne spălăm cât mai des pe mâini, cu apă și săpun. Virusul se poate transmite de la om la om prin contact direct, prin tuse sau strănut, purtat de picăturile lichide foarte mici, împrăștiate prin gură și prin nas, în acest fel, de către cel deja infectat, sau poate fi preluat când atingem cu mâna

suprafețe deja infectate după care, într-un mod reflex, de cele mai multe ori involuntar, ducem mâna la la nas și/sau la gură, facilitând astfel penetrarea virusului în organismul nostru pe căile respiratorii.

Recomandarea de a ne spăla corect pe mâni este cât se poate de ușor de înțeles și nu ne propunem să o comentăm ci, mai degrabă, să o repetăm, subliniind expresia „cât mai des” !

Stimulați de un recent articol (vezi [1]), în cele ce urmează dorim să prezentăm câteva estimări numerice referitoare la “viața” acestui virus, de care ar fi bine să ținem cont pentru a ne proteja. Din aceste evaluări numerice rezultă clar necesitatea de a păstra mereu, între noi, o distanță de cel puțin 1,5 - 2 metri.

De peste 150 de ani este cunoscută formula unei forțe care se opune deplasării corpurilor sferice prin medii vâscoase, așa-numita formulă a forței Stokes:  $F = 6\pi\eta r v$ . Aici  $r$  și  $v$  sunt raza corpului (ca o mică biluță), respectiv viteza sa la un moment dat, iar  $\eta$  este coeficientul de vâscozitate al mediului în care se deplasează corpul. Dacă biluța are masa  $m$  și, din inerție, la un moment dat, are viteza  $v$ , legea a doua a dinamicii newtoniene ne permite să scriem relația  $ma = -F = -6\pi\eta r v$ . Știind că accelerația este  $a = dv/dt$ , obținem imediat o ecuație diferențială cu variabile separabile:  $dv/v = -(6\pi\eta r/m)dt = -(1/\tau)dt$ , (♦). Aici, am notat cu  $\tau$  un timp caracteristic al trecerii biluței prin respectivul mediu vâscos, anume  $\tau = \mu/6\pi\eta r$ . Dacă masa  $m$  a biluței o scriem sub forma  $m = \rho V = \rho(4\pi r^3/3)$ , rezultă că acest timp se poate determina cu formula  $\tau = (2/9)(\rho/\eta)r^2$ , (♦♦). Poate fi remarcat următorul fapt: timpul caracteristic  $\tau$  este cu atât mai mic cu cât raza  $r$  a biluței este mai mică și cu cât vâscozitatea  $\eta$  a mediului este mai mare.

Integrând nedefinit ambele părți ale relației (♦) obținem  $\ln v = -t/\tau + K$ . Dacă la momentul inițial ( $t=0$ ) viteza biluței era  $v_0$  rezultă  $K = \ln v_0$ , și putem scrie rezultatul integrării sub forma generală  $v(t) = v_0 \exp(-t/\tau)$ , (♦♦♦). Această formulă ne arată cum scade în timp viteza biluței și ne permite să afirmăm că timpul caracteristic  $\tau$  este cel în care

viteza sa scade de  $e \approx 2,72$  ori (adică practic, cam de trei ori). Nu este greu de realizat următorul tabel:

t	t	2τ	3τ	4τ	5τ
$v_0/v(t)$	$\approx 2,72$	$\approx 7,4$	$\approx 20$	$\approx 55$	$\approx 148$

Se poate remarca faptul că, în timp, scăderea vitezei este foarte rapidă.

Să trecem acum la o evaluare numerică a timpului caracteristic  $\tau$  (pe care, am putea să-l denumim la fel de bine, ca „timp de relaxare”). Să luăm  $\rho \approx 10^3 \text{ kg/m}^3$  (densitatea apei, adică a stropilor strănutului, ce sunt purtători ai virusului C-19) și  $\eta \approx 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  (vâscozitatea aerului la temperatură normală). Găsim  $\tau \approx (2/9)(1/1,7)r^2 \cdot 10^8 \approx 0,13 \cdot 10^8 \cdot r^2$ . Admițând că stropii sunt destul de mici, putem considera estimativ o rază  $r \approx 0,1 \text{ mm} = 10^{-4} \text{ m}$  și astfel găsim un timp de relaxare  $\tau = 0,13 \text{ sec}$ . La o valoare și mai mică a razei stropilor, acest timp caracteristic ar fi și mai mic. Putem spune că frânarea datorată vâscozității mediului face ca, în lipsa altor forțe perturbatoare, aceste mici particule să rămână și să staționeze în atmosferă. Ele nu dispar ușor, ci continuă să staționeze, ca si cum ar fi fost absorbite de aerul atmosferic. Ce efect poate avea gravitația asupra lor? Desigur, sub acțiunea câmpului gravitațional terestru, picăturile coboară. La început, coborârea este accelerată însă, apoi, viteza crescând, crește și modulul forței Stokes care se opune coborârii și se ajunge la un echilibru. În continuare, viteza coborârii este constantă. Ea se poate determina din relația  $mg = 6\pi\eta r v_{\downarrow}$ . Obținem  $v_{\downarrow} = mg/6\pi\eta r$ , în care  $m = \rho(4\pi r^3/3)$ . Ținând cont și de definiția (♦♦) a timpului de relaxare  $\tau$ , găsim că  $v_{\downarrow} = g \cdot \tau$ . Timpul  $\tau$  fiind foarte mic, viteza  $v_{\downarrow}$  a coborârii uniforme se atinge foarte repede. Când  $\tau = 0,13 \text{ sec}$ , această viteză de coborâre până la sol are valoarea  $v_{\downarrow} = 10 \cdot 0,13 = 1,3 \text{ m/s}$ .

Dacă omul care a strănutat și a împrăștiat în atmosferă picăturile virusate are o înălțime  $h$ , timpul atingerii pământului de către aceste picături este  $t_{\downarrow} \approx \eta/v_{\downarrow} = h/g \cdot \tau$ . Când  $h = 1,7 \text{ m}$ , obținem  $t_{\downarrow} \approx \eta/v_{\downarrow} = 1,7/1,3 = 1,3 \text{ sec}$ .



Însă, prin strănut, stropii virusați capătă și o viteză inițială orizontală ( $v_{\rightarrow}$ ). Dacă o estimăm a avea valori cuprinse între 1 și 2 m/s, spațiul parcurs pe orizontală de picături, înainte de a ajunge la sol, este  $S_{\rightarrow} \approx v_{\rightarrow} \cdot t_{\downarrow} \approx 1,5 \cdot 1,3 = 1,95\text{m}$ . Aici, pentru viteza orizontală am considerat o valoare medie de 1,5 m/s. Așadar, pentru a nu fi atins de picăturile infectate cu C-19, este bine să păstrăm distanța de 1,5 - 2 metri față de alți oamenii din jur (neștiind cine e și cine nu e infectat cu periculosul virus, acesta nu poate fi decât un eficient comportament preventiv).

**Observație:** La începutul declansării pandemiei, s-a crezut că, în lunile de vară, mult mai călduroase, impactul corona-virusului asupra omenirii va scădea. Faptele au dovedit că realitatea nu corespunde intuiției primare. Unul din motive este legat de hotărârea guvernului de a relaxa mai multe din restricțiile inițiale și de atitudinea inconștientă a unor cetățeni, prea încrezători în imunitatea lor. Există însă și un motiv legat de considerentele noastre anterioare. Din punctul de vedere al dependenței de temperatură, coeficientul

de vâscozitate al gazelor se deosebește net de cel al lichidelor. Dacă la lichide funcția  $\eta(T)$  este descrescătoare când temperatura crește, la gaze ea este o funcție crescătoare când temperatura crește. De aceea, vara (când temperatura la câțiva metri deasupra solului este mult mai mare decât iarna), mai ales în aglomerările urbane, coeficientul de vâscozitate al aerului este mai mare decât iarna. Acesta face ca timpul de relaxare  $\tau$  să scadă vara și picăturile să staționeze “cu mai multă nepăsare” în aerul atmosferic.

Chiar dacă evaluările numerice din acest scurt articol sunt doar niște estimări, ele ne arată convingător (sperăm) că nerespectând sfatul medicilor și al organismelor internaționale de specialitate, riscăm să ne infectăm ușor și să devenim, la rândul nostru, propagatori/transmițători (uneori inconștienți) ai virusului.

#### Bibliografie

- 1.A. Stasenکو, *Ne cihati: pandemia !*, Revista Kvant, nr. 4, 2020, pag. 42;
2. F. Uliu, *Fundamentele Fizicii Clasice*, Editura Universitaria, Craiova, 2006;
- 3..M. Mansfield, C. O' Sullivan, *Understanding Physics*, Wiley&Sons, New York, 1998.

## APLICAREA PLANULUI FOCAL LA REZOLVAREA PROBLEMELOR DE DETERMINARE A POZIȚIILOR LENTILEI ȘI A FOCARELOR PRINCIPALE

Conf. univ., dr. Mihail POPA,

Universitatea de Stat „Alecu Russo” Bălți, Republica Moldova

La orele de construcții ale imaginilor în lentile, de obicei, se folosesc cele trei *raze tradiționale* pentru diferite construcții:

1. raza incidentă paralelă cu axa optică principală care după refracție trece prin focar;
2. raza care trece prin centrul optic nu-și modifică direcția de propagare și
3. raza care trece prin focar, după refracție devine paralelă cu axa optică principală.

Minim două din aceste raze ne permit să construim imaginea unui punct sau obiect în orice tip de lentilă sau sisteme de lentile, iar majoritatea problemelor din culegeri se rezumă la determinarea grafică și/sau analitică a poziției și mărimii imaginii și compararea acesteia cu obiectul.

Pe parcursul anilor, în diferite publicații metodice, am prezentat metode de rezolvări

nestandarde ale diferitor probleme de fizică [1-22]. De obicei, aceste metode sunt niște suplimente la materia predată în clasă și necesită mai puține eforturi de a înțelege rezolvarea acestora. Totodată, trebuie menționat că, astfel de probleme trebuie rezolvate și analizate preferențial cu copii dotați, care urmează să participe la diferite concursuri și olimpiade de fizică sau de alte științe.

În lucrarea de față voi prezenta unele **probleme inverse**, de determinare grafică a pozițiilor lentilelor și ale focarelor acestora folosind atât *razele tradiționale*, cât și alte *raze suplimentare*.

Voi prezenta unele problemele cu un anumit grad de dificultate. Mai precis, gradul de dificultate crește de la prima spre ultima problemă.

**Problema 1 [23, 24].** Se dă obiectul  $AB$  și imaginea răsturnată a lui  $A_1B_1$ . Determinați tipul

lentilei, locul lentilei și focarele principale ale lentilei (Fig. 1.1).

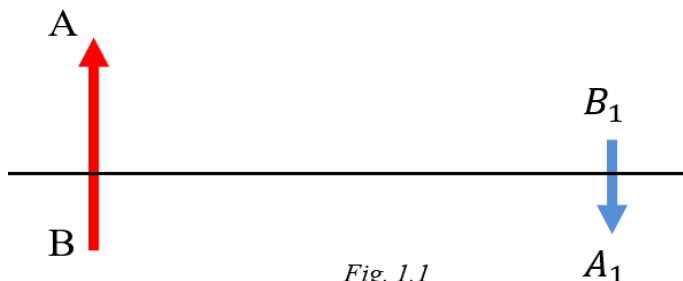


Fig. 1.1

**Rezolvare:** Obiectul și imaginea sunt date în funcție de axa optică principală. Vom folosi proprietatea razei de lumină care trece prin centrul optic al lentilei de a nu-și modifica direcția de propagare (adică de a nu se reflecta). De aceea, vom uni printr-o rază punctul  $A$  cu imaginea sa  $A_1$  (Fig. 1.2). Raza de până la intersecția cu axa optică principală reprezintă raza incidentă, iar după aceasta – raza refractată.

Punctul de intersecție al razei cu axa optică principală ne dă centrul optic al lentilei și prin

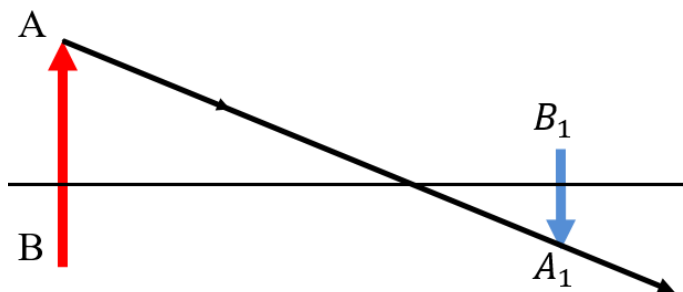


Fig. 1.2

acesta putem trasa lentila (Fig. 1.3). Apare întrebarea: ce fel de lentilă este aceasta, dacă obiectul și imaginea sunt de ambele părți ale axei optice principale? O astfel de imagine o poate da doar o lentilă convergentă. La lentila divergentă

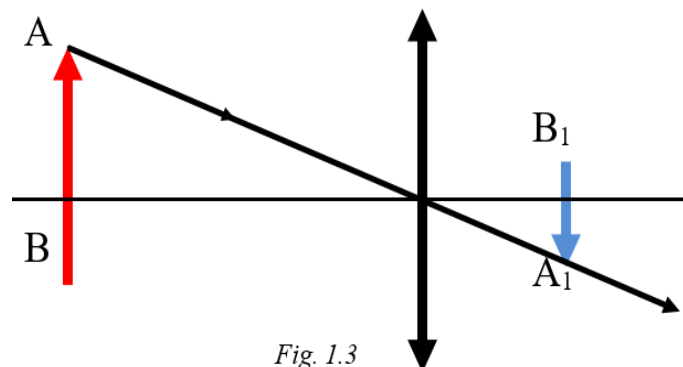


Fig. 1.3

obiectul și imaginea se află se aceeași parte a axei optice principale.

Următoarea etapă este determinarea pozițiilor focarelor lentilei. Pentru aceasta vom duce o altă raza care, fiind paralelă cu axa optică principală, după refracție va intersecta axa optică principală printr-un punct  $F$ , numit *focarul-imagine* al lentilei (Fig. 1.4). Al doilea focar, numit *focarul-obiect* al lentilei, se află de cealaltă parte a lentilei la aceeași distanță  $f = OF$ .

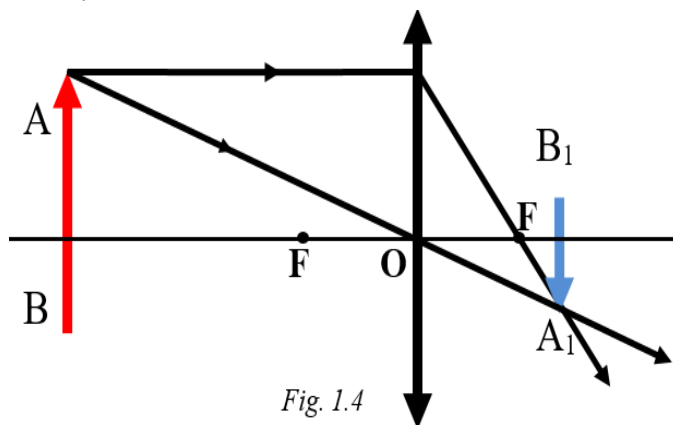


Fig. 1.4

**Problema 2 [23-25].** În Figura alăturată 2.1 se dă obiectul  $AB$  și imaginea virtuală a ei  $A_1B_1$ . Determinați tipul lentilei, locul de distribuție și focarele principale ale lentilei.



Fig. 2.1

**Rezolvare:** Pentru a construi imaginea vom folosi din nou raza *convenabilă* care nu își modifică direcția la trecerea prin lentilă, dar care trece prin punctele  $A$  și  $A_1$ . Punctul de intersecție al acestei raze cu axa optică principală ne dă centrul optic al

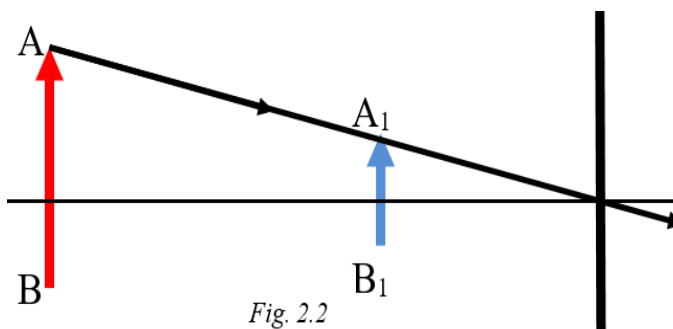
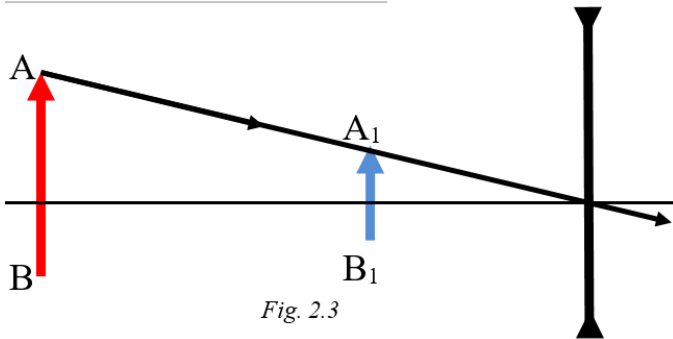


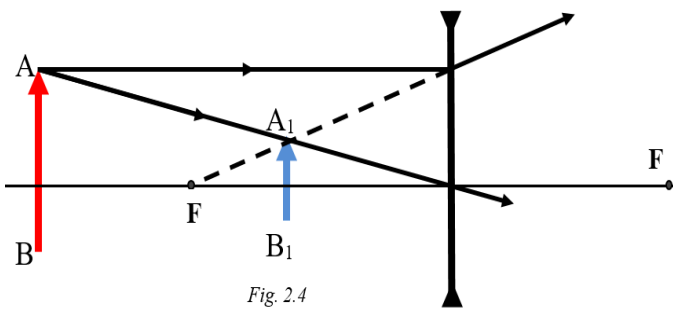
Fig. 2.2

lentilei și respectiv prin acest punct trece și lentila (Fig. 2.2).

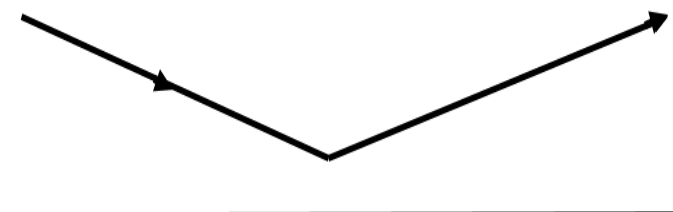
Deoarece, conform condiției problemei, imaginea este virtuală și mai mică ca obiectul rezultă că o astfel de lentilă este divergentă (Fig. 2.3).



Pentru a găsi focarele lentilei vom duce raza care este paralelă cu axa optică principală și care reflectându-se ar trebui să treacă prin punctul  $A_1$ . Deoarece lentila este divergentă prin punctul  $A_1$  va trece doar prelungirea razei refractate și la intersecția cu axa optică principală obținem focarul principal al lentilei  $F$ . De cealaltă parte a lentilei, la distanță egală se află al doilea focar al lentilei (Fig. 2.4).

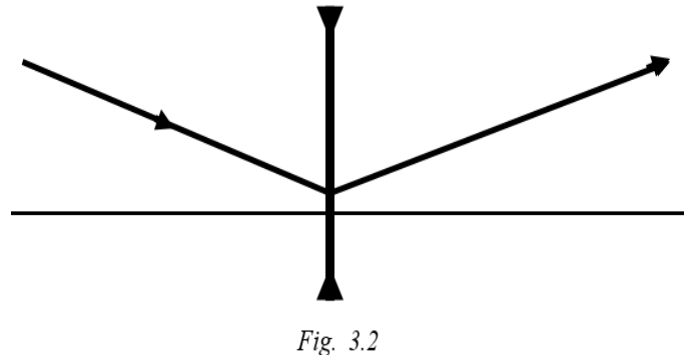


**Problema 3 [23, 24].** În Fig. 3.1 se prezintă mersul unei raze arbitrare față de axa optică principală a lentilei. Determinați tipul lentilei, poziția lentilei și ale focarelor principale.

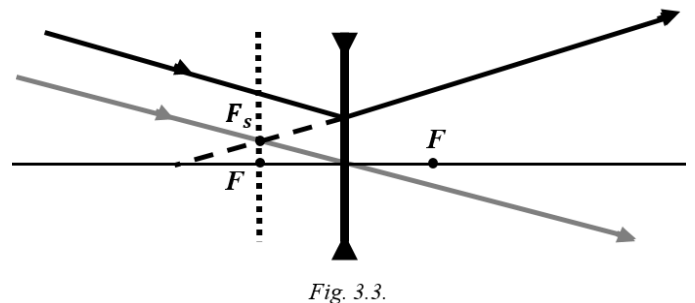


**Rezolvare:** Analizând mersul razelor ne dăm seama că lentila se află în punctul unde se schimbă

direcția razelor. Ce fel de lentilă avem aici? Este evident că avem o lentilă divergentă. De obicei, o lentilă convergentă după refracție adună razele în focar, iar lentila divergentă - le dispersează (Fig. 3.2).

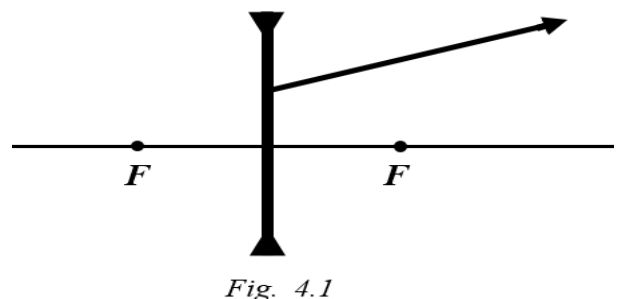


Vom duce o rază paralelă cu raza incidentă, dar care prece prin centrul optic al lentilei fără a-și schimba direcția la refracție. Dacă ducem prelungirea razei reflectate ea se intersectează cu raza paralelă în focarul secundar al lentilei. Prin acesta trasăm planul focal și la intersecția cu axa optică principală obținem focarul principal al lentilei. Al doilea focar principal se găsește la aceeași distanță, dar în partea opusă a lentilei (Fig. 3.3).



Problema respectivă poate fi formulată și rezolvată în mod invers. Mai jos vom formula o problemă analogă.

**Problema 4 [23, 24].** În Fig. 4.1 este reprezentat mersul unei raze refractate într-o lentilă



divergentă. Construiți raza incidentă, dacă se cunosc pozițiile focarelor acestei lentile.

**Rezolvare:** Trasăm prelungirea razei refractate în partea opusă, iar prin focarul  $F$  – planul focal. La intersecția acestora obținem focarul secundar  $F_s$ . Trasăm prin focarul secundar și centrul optic o rază ajutătoare care are direcția axei optice secundare. Construim raza incidentă.

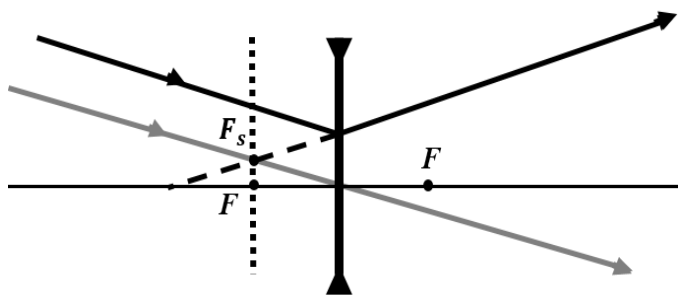


Fig. 4.2.

**Problema 5 [23, 24].** În Fig. 5.1 este reprezentat mersul razelor prin lentila divergentă. Determinați prin construcție grafică poziția focarelor principale ale lentilei.

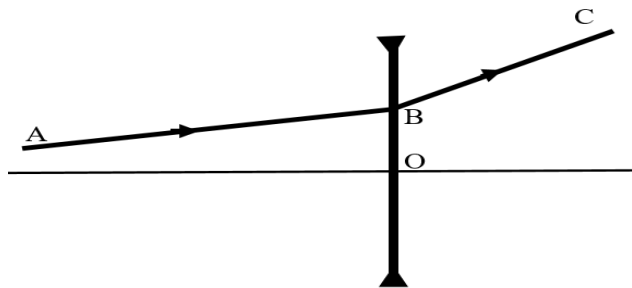


Fig. 5.1

**Rezolvare:** Prin punctul C construim prelungirea razei refractate BC. Prin centrul optic al lentilei trasăm a doua rază de lumină paralelă cu raza incidentă  $BB_1$ , dar care nu își modifică direcția după refracție. Ambele raze se intersectează într-un punct care se numește *focarul secundar*  $F_s$ . Trasăm prin focarul secundar planul focal și obținem *focarul principal*  $F$  al lentilei. La distanță egală depunem al doilea focar principal  $F$  al lentilei (Fig. 5.2).

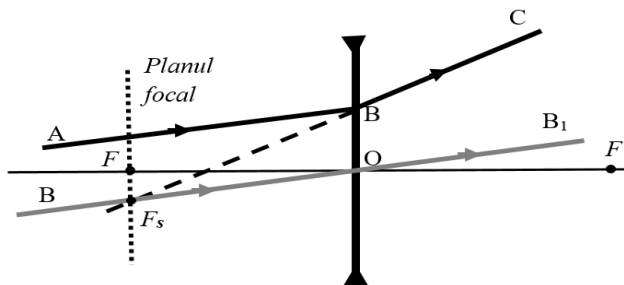


Fig. 5.2

**Problema 6 [25].** În Fig. 6.1 este reprezentat mersul printr-o lentilă convergentă a razei 1 (raza incidentă 1 și raza refractată 1') și raza refractată 2'. Să se construiască raza incidentă 2.

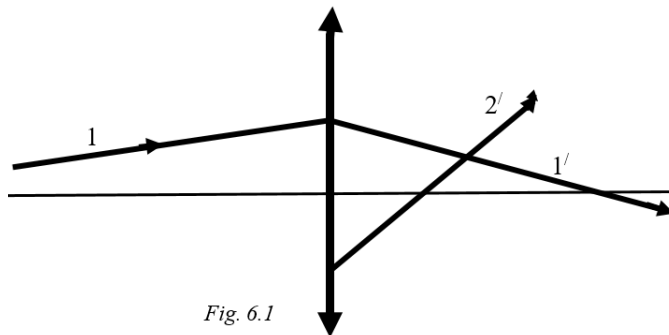


Fig. 6.1

**Rezolvare:** Pentru a construi raza incidentă 2 trebuie să aflăm poziția planului focal, iar pentru aceasta aplicăm principiul reversibilității razelor de lumină pentru raza 1. Dacă înversăm sensul razei 1', atunci după refracție în lentilă ea va avea sensul opus razei 1. Trasăm raza suplimentară 1'' paralelă cu raza 1' și care trece prin centrul optic  $O$  al lentilei (Fig. 6.2). Aceasta nu-și modifică direcția de propagare și intersecțiază raza 1 în focarul secundar  $F_s$ . Prin acesta ducem planul focal perpendicular la axa optică principală și găsim focarul principal  $F$  (Fig. 6.2).

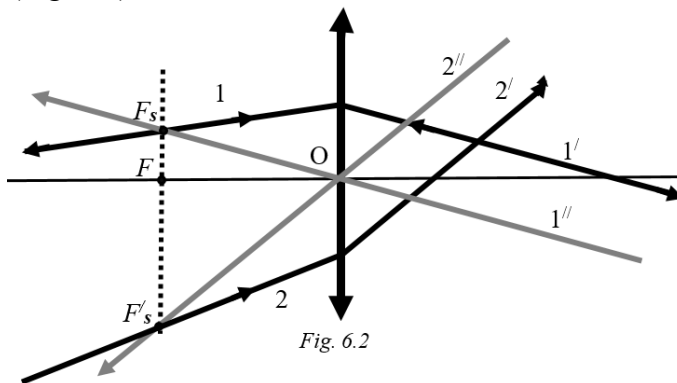


Fig. 6.2

Mai departe trasăm raza 2'' paralelă cu raza 2' și care trece prin centrul optic  $O$  al lentilei. Aceasta nu-și modifică direcția de propagare și intersecțiază planul focal în focarul secundar  $F'_s$ . Trasăm raza incidentă 2 (Fig. 6.2).

Exemple de astfel de probleme poate continua. În manualele și culegere de probleme aceste probleme și sarcini sunt mai puțin răspândite, în schimb destul de aplicate la concursurile și olimpiadele de fizică. Cred că scopul propus în acest articol a fost atins.

Materialul prezentat poate fi de real folos elevilor, studenților, cadrelor didactice, precum și



tuturor celor care doresc să-și aprofundeze cunoștințele din domeniu. Acesta contribuie eficient la realizarea competențelor transdisciplinare, formulate în Curriculumul național, realizează atât integrarea diferitor achiziții matematice cu cele dobândite în cadrul studierii altor discipline școlare, cât și utilizarea acestora în diverse domenii.

### Concluzii

În lucrarea respectivă se prezintă rezolvarea unor probleme inverse cu lentile, în care se cunosc poziția și mărimea obiectului și imaginii și trebuie de determinat tipul lentilei, poziția lentilei și pozițiile focarelor principale. Probleme de construcție geometrică de alt tip presupun cunoașterea razelor incidente și reflectate și determinarea tipului lentilei, poziției lentilei și a pozițiilor focarelor principale. Aceste probleme presupun aplicarea planului focal, a razelor tradiționale și suplimentare.

Studierea unor teme avansate, din afara curriculumului, trezește motivația, interesul și face ca orice temă de fizică să fie însoțită cu un efort mai mic sau egal decât prin alte procedee, metode sau strategii.

### Bibliografie

1. M. Popa, *Utilizarea inegalității Coși și a consecințelor acesteia la rezolvarea problemelor la electrodinamică*, Brăila, Revista de Fizică Evrika!, 2012, Nr. 7-8 (263-264), p. 23-26.
2. M. Popa, *Aplicarea legii conservării energiei la rezolvarea problemelor din Electrostatică (I)*, Fizica și tehnologiile moderne, Chișinău, 2012, vol.10, Nr. 1-2 (37-38), p. 24 -30.
3. M. Popa, *Aplicarea legii conservării energiei la rezolvarea problemelor din Electrostatică (II)*, Fizica și tehnologiile moderne, Chișinău, 2012, vol.10, 3-4 (39-40), p. 41 -50.
4. M. Popa, *Aplicarea algoritmului la rezolvarea problemelor de fizică*, Revista de Fizică Evrika!, 2013, Nr. 7-8 (275-276), p. 11-13.
5. M. Popa, *Identități și inegalități algebrice remarcabile utilizate la rezolvarea problemelor de extrem la Fizică*, Rev. Șt. „V. Adamachi”, 2014, vol. XXIII, nr. 1-4, p. 13-20.
6. M. Popa, *Utilizarea proprietății discriminantului ecuației pătratice la rezolvarea problemelor de extrem la Fizică*, Revista Cygnus, 2014, Nr. 1(20), p. 56-60.
7. M. Popa, *Formarea și dezvoltarea competențelor elevilor prin rezolvarea problemelor de limită și extrem în fizică*, Revista Științifică „Acta et Commentationes Științe ale Educației”, Chișinău, 2014, Nr. 1(4), p. 61-72.
8. M. Popa, *Aplicarea legii conservării energiei la interacțiunea sarcinilor electrice punctiforme (I)*, Revista de Fizică Evrika!, 2014, Nr. 10 (290), p.14-19.
9. M. Popa, *Rezolvarea problemelor de extrem la mecanică*

*prin utilizarea inegalității Cauchy*, Revistă „Fizica și tehnologiile moderne”, Chișinău, 2014, vol. 12, nr. 3-4 (47-48), p. 30-35.

10. M. Popa, *Metoda nodurilor echipotențiale utilizată în calculul circuitelor electrice de curent continuu*, Revistă „Fizica și tehnologiile moderne”, Chișinău, 2015, vol. 13, nr. 1-2 (49-50), p. 23-30.

11. M. Popa, *Aplicarea legii conservării energiei la interacțiunea sarcinilor electrice punctiforme (II)*, Revista de Fizică Evrika!, Brăila, 2015, Nr. 4 (296) p. 19-25.

12. M. Popa, *Probleme experimentale, probleme calitative și întrebări ilustrative la „Legea lui Arhimede și condițiile de plutire ale corpurilor”*, Revista de Fizică Evrika!, Brăila, 2015, Nr. 11 (303), p. 39-43.

13. M. Popa, *Circuite electrice liniare infinite în probleme și rezolvări*, Revista de Fizică și Matematică aplicată „Cygnus”, 2015, nr. 2 (23) p. 25-30.

14. M. Popa, *Aspecte practice la rezolvarea problemelor dificile cu condensatoare conectate în circuite de curent continuu*, Materialele Conferinței Științifice Internaționale „Învățământul de performanță la disciplinele din ariile curriculare Științe ale Naturii. Obiective. Strategii. Perspective” din 25-28 septembrie 2014, Chișinău, Universitatea de Stat din Tiraspol, 2015, Vol. I, p. 215-224.

15. M. Popa, *Metode de calcul a rezistențelor echivalente ale circuitelor electrice liniare infinite*, Materialele Conferinței Științifice Internaționale „Învățământul de performanță la disciplinele din ariile curriculare Științe ale Naturii. Obiective. Strategii. Perspective” din 25-28 septembrie 2014, Chișinău, Universitatea de Stat din Tiraspol, 2015, Vol. I, p. 225-230;

16. M. Popa, *Unele aspecte privind testarea la calculator a cunoștințelor elevilor la fizică*, Materialele Conferinței Științifice Internaționale „Învățământul de performanță la disciplinele din ariile curriculare Științe ale Naturii. Obiective. Strategii. Perspective” din 25-28 septembrie 2014, Chișinău, Universitatea de Stat din Tiraspol, 2015, Vol. I, p. 230-241;

17. M. Popa, *Metoda unirii nodurilor echipotențiale utilizată la calculul circuitelor electrice de curent continuu*, Revista de Fizică și Matematica aplicată Gygnus, Nr. 1/2016, p. 37-42;

18. M. Popa, *Metoda separării nodurilor echipotențiale utilizată la calculul circuitelor electrice de curent continuu*, Revista de Fizică și Matematica aplicată Gygnus, Nr. 2/2016, p. 5-9;

19. M. Popa, *Aplicarea formulelor de calcul aproximativ la rezolvarea problemelor de fizică*, Materialele Colocviului Internațional de Fizică Evrika!-Gygnus-Fizica și tehnologooale moderne, Chișinau, 25-27 august 2016, p. 122-126;

20. M. Popa, *O clasificare a problemelor de Fizică la mișcarea unui corp pe verticală*, Cygnus, Nr. 1(26), 2017, p. 27-31.

21. M. Popa, *Taxonomia problemelor de fizică la mișcarea unui corp pe traiectorii parabolice*, Evrika!, Nr. 4, 2017, p.3-7.

22. M. Popa, *O clasificare a problemelor grafice de la capitolul: „Fizică moleculară și termodinamică”*, Evrika!, Nr. 4-5-6, 2019, p. 7-13.

23. Примеры решения заданий с линзами [online] [accesat 21 ianuarie 2020]. Disponibil: <https://www.youtube.com/watch?v=X6uPzcpELPg>

24. Практическое занятие Nr.6 [online] [accesat 21 ianuarie 2020]. Disponibil: [https://ido.tsu.ru/schools/physmat/data/res/optika/pract/text/pr\\_6.htm](https://ido.tsu.ru/schools/physmat/data/res/optika/pract/text/pr_6.htm)

25. M. Marinciuc, Sp. Rusu, *Principiul reversibilității traseului razelor de lumină în probleme de optică geometrică*, Fizica și tehnologiile moderne, 2010, Nr. 1-2 (29-39), p. 15-20

## Prof. Victor Obreja vă întreabă

Testul nr. 45

1. În ce oraș din țara noastră a circulat primul tramvai, tras ce cai?
2. Câți ștejari se vor planta în parcul Memoriei Naționale de la Mărășești?
3. Când a avut loc în Siberia, fenomenul Tunguska?



## DIABETUL, BOALA SECOLULUI XXI

Prof. Viorel MIHĂILĂ, Liceul Teoretic „Nicolae Iorga”, Brăila

Numărul cazurilor de diabet a atins niveluri-record pe plan mondial, iar jumătate din persoanele despre care se estimează că suferă de această afecțiune nu au fost încă diagnosticate, potrivit unui raport publicat miercuri, de Ziua Mondială a Diabetului.

În prezent, 371 de milioane de persoane sunt bolnave de diabet zaharat, față de 366 de milioane anul trecut, urmând să ajungă la 552 de milioane până în anul 2030, conform Federației Internaționale de Diabet (IDF).

Boala este considerată adesea o problemă occidentală, din moment ce marea majoritate a celor afectați au diabet de tip 2, care este legat de obezitate și lipsa exercițiilor fizice. Diabetul se răspândește însă rapid și în țările mai sărace, odată cu urbanizarea, iar în prezent patru din cinci diabetici trăiesc în țări cu venituri mici și medii. China are 92,3 milioane de diabetici, mai mult decât orice altă țară din lume, rata cazurilor fiind imensă și în Africa Subsahariană, unde doar o cincime din aceste cazuri sunt diagnosticate, din cauza asistenței medicale limitate, se arată în raport. Federația Internațională de Diabet estimează că circa 187 de milioane de persoane pe plan mondial nu știu că suferă de această boală.

Diabetul poate duce la complicații grave, inclusiv leziuni la nivelul nervilor și rinichilor sau orbire, iar rata de mortalitate este de 4,8 milioane de persoane pe an.

Potrivit companiei de cercetare IMS Health, vânzările mondiale de medicamente pentru diabet vor ajunge la 48-53 de miliarde de dolari până în 2016, față de 39,2 miliarde în 2011, iar companiile farmaceutice se concentrează în prezent asupra dezvoltării unor modele cu costuri reduse pentru piețele emergente.

Numele bolii provine din grecescul diabet - a trece prin. El se referă la unul din simptome, consumul mare de lichide și o eliminare marcată ca și cum lichidul ar trece prin persoana bolnavă.

### *Cele mai frecvente simptome ale diabetului*

#### ☆ *Foame și oboseală*

Aceste două simptome sunt legate între ele,

pentru că apar din cauza imposibilității corpului de a transforma hrana în energie. În mod normal, corpul transformă alimentele consumate în glucoză, iar celulele folosesc această glucoză pentru a produce energie. În lipsa insulinei, pe care organismul unui diabetic nu o poate produce, celulele nu au insulină și astfel glucoza nu mai este transformată în energie. Bolnavul se simte mereu foarte obosit și flamând.

#### ☆ *Urinare frecventă și sete excesivă*

Bolnavii de diabet urinează mult mai des ca oamenii obișnuți. În plus, le este mereu sete. De ce? În cazul unui organism bolnav de diabet, rinichii nu mai pot reduce nivelul glicemiei din sânge, așa cum ar fi normal. De aceea, ei produc mereu tot mai multă urină, încercând să rezolve problema. Iar producerea de urină necesită consumarea a cât mai multe lichide, prin urmare bolnavului îi va fi foarte sete.

#### ☆ *Gură uscată și mâncărimi ale pielii*

Din cauza urinatului excesiv, apare o deshidratare a organismului. Acest lucru se manifestă mai ales prin senzația de gură uscată și prin mâncărimi ale pielii.

#### ☆ *Vedere încetșată*

Uneori, pot să apară și probleme de vedere. Cristalinul se poate umfla, își schimbă forma și bolnavul nu mai poate vedea clar formele din jur.

### *Manifestări specifice pentru diabetul tip 2*

Dacă glicemia a fost ridicată foarte mult timp, pot să apară și alte probleme. Printre cele mai comune simptome de acest fel se numără:

- infecții cu ciuperci (pot să apară între degetele de la picioare, în zona organelor sexuale sau sub sâni),

- vindecarea foarte lentă a rănilor – diabetul afectează fluxul de sânge și distruge nervii, încetinind astfel abilitatea organismului de a se vindeca

- durere sau amorțeală a picioarelor – simptom care apare tot din cauza distrugerii nervilor

### **Manifestări specifice pentru diabetul tip 1**

Și diabetul de tip 1 are câteva simptome specifice:

- pierdere în greutate neintenționată – organismul nu mai poate transforma hrana în energie și atunci începe să consume din grăsimi și din masa musculară

- greață și vomă – la un bolnav de diabet, organismul se hrănește mai mult din lipide (grăsimi), pe care le pot asimila fără să aibă nevoie de insulină. Dar consumul excesiv de lipide poate duce la formarea de corpi cetonici, compuși toxici care pătrund în sânge și provoacă o gravă complicație a diabetului – cetoacidoza. Această afecțiune se manifestă prin greață și vomă și este o urgență medicală.

Este bine să mergem la medic pentru analize, dacă recunoaștem una sau mai multe dintre aceste manifestări care pot indica diabetul. Descoperit din timp, diabetul poate fi ținut sub control prin dietă și tratament.

**Diabetul zaharat** este un sindrom caracterizat prin valori crescute ale concentrației glucozei în sânge (hiperglicemie) și dezechilibrarea metabolismului. Hormonul numit insulină permite celulelor corpului să folosească glucoza ca sursă de energie. Când secreția de insulină este insuficientă sau când insulina nu-și îndeplinește rolul în organism, afecțiunea se numește diabet zaharat. Diabetul poate fi ținut sub control printr-o supraveghere atentă a dietei și a greutății și prin exerciții fizice, ca supliment al tratamentului medical.

OMS recunoaște trei forme principale de diabet zaharat: tipul 1, tipul 2 și gestațional (de sarcină). Cele mai frecvente forme sunt diabetul zaharat tip 1 și diabetul zaharat tip 2. Termenul *diabet zaharat tip 1* a înlocuit mai mulți termeni vechi cum ar fi *diabet juvenil* și *diabet insulino-dependent*. La fel, termenul *diabet zaharat tip 2* a înlocuit denumiri vechi, printre care și *diabet insulino-independent (non insulino-dependent)*.

**Diabetul zaharat de tip 1** se caracterizează prin distrugerea celulelor beta pancreatice producătoare de insulină din insulele Langerhans din pancreas, fapt care conduce la un deficit de insulină. Principala cauză este o reacție autoimună mediată de limfocitele T. Diabetul zaharat tip 1 reprezintă

aproximativ 10% din cazurile de diabet zaharat din Europa și America de Nord. Majoritatea pacienților prezintă debutul în plină sănătate, frecvent la vârsta copilăriei (deși poate să apară la orice vârstă). Sensibilitatea la insulină este normală mai ales în stadiile incipiente.

Diabetul zaharat de tipul 1 necesită tratamentul cu insulină prin injecție. Suplimentar, este necesară o dietă destul de strictă, cu cântărirea alimentelor la fiecare masă și calculul numărului de carbohidrați, plus autocontrol glicemic (măsurarea glicemiei din deget cel puțin înaintea fiecărei mese).

Deși progresele din ultimii ani sunt remarcabile (pen-uri de insulină tot mai avansate, pompe de insulină, inclusiv wireless, senzori de monitorizare continuă a glicemiei), pancreasul artificial sau un alt remediu al acestei boli întârzie încă să apară.

**Diabetul zaharat de tip 2** se datorează rezistenței crescute la insulină a țesuturilor, însoțită de scăderea secreției de insulină. Lipsa de răspuns la insulină a țesuturilor se datorează cel mai probabil modificării receptorului pentru insulină de pe membrana celulară. Factorii care pot cauza diabetul tip 2 includ: regimul sedentar de viață și abundența calorică a dietei moderne, fapt concretizat în obezitate sau măcar indici ai masei corporale ridicați, fumatul de tutun, o mărire a nivelului de colesterol, tensiune (presiunea) arterială înaltă.

Tipul 2 este tratat cu medicație orală o lungă perioadă, el necesitând aportul extern de insulină doar din momentul în care tratamentul oral nu mai este eficient în controlul concentrației glucozei sanguine (tipul 2 este caracterizat printr-o insulinemie ridicată (ca efect compensatoriu), fapt care duce, în timp, la epuizarea capacității endogene de secreție; noile medicamente orale care ridică sensibilitatea celulelor la insulină au tendința să protejeze funcția de secreție, în contrast cu cele care dimpotrivă, își bazează acțiunea pe stimularea acesteia).

Un element foarte important în diabetul de tip II este dieta. Prin digestie, unele alimente cu carbohidrați sunt transformate în zahăr (glucoză, mai exact) mai repede decât altele. Acestea au un indice glicemic mai înalt. Diabeticii ar trebui să opteze pentru alimentele care se digeră mai lent. Un aport de grăsimi și proteine poate să scadă indicele glicemic al unei mese.

- Alimente cu indice glicemic foarte scăzut: legume verzi, - fasole boabe, alune, brânză, unt, soia, linte, pește, ouă, crustacee, orz, carne, fructe ;

- Indice glicemic scăzut: fasole la cuptor, mazăre, naut, fasole neagră, cartofi dulci, nuci, porumb dulce, mere, portocale, struguri, iaurt, pere, pâine de secară, paste, fulgi de ovaz ;

- Indice glicemic moderat: pepene roșu, sfeclă, banane, stafide, pâine albă și integrală, biscuiți din secară, mussli, orez, zahăr cristalizat ;

- Indice glicemic foarte înalt: miere, orez expandat, fulgi de porumb, prăjituri din orez, morcovi, baghetă, păstârnac, cartofi.

România pare a se afla pe locul 2 în Europa în ceea ce privește incidența diabetului zaharat de tip 2, conform studiului epidemiologic PREDATORR care a indicat o prevalență de 11.6% pacienți cu diabet zaharat și 18.4% cu prediabet, procent ce va evolua în viitor în diabet zaharat de tip 2.

Această poziție se va modifica probabil odată cu finalizarea unor studii epidemiologice în mai multe țări europene.

### **Complicațiile diabetului zahar de tip 2**

Diabetul zaharat de tip 2, în evoluția sa, duce la apariția a numeroase complicații. Cel mai dificil de abordat ca prevenție și tratament este creșterea riscului cardio-vascular: riscul apariției infarctului

miocardic, al accidentului vascular cerebral sau a bolii arteriale periferice. Riscul cardio-vascular este de 3-4 ori mai mare față de pacienții fără diabet zaharat.

Complicațiile specifice bolii sunt:

- retinopatia diabetică - prima cauză de orbire la adulți  
- boala renală diabetică – prima cauză de intrare în sistemul de dializă și transplant renal

- piciorul diabetic – prima cauză de amputație nontraumatică a membrilor.

### **Cauzele apariției bolii**

Cauzele exacte ale apariției diabetului zaharat nu sunt cunoscute. Cu toate acestea, specialiștii recomandă prevenția prin normalizarea greutății și un stil de viață sănătos. Dieta sănătoasă și un stil de viață echilibrat reprezintă cea mai eficientă metodă de prevenție. Medicii atrag atenția asupra faptului că o dieta sănătoasă nu este reflectată doar prin alimentele consumate, ci și prin modul de preparare (gastrotehnica), frecvența și orarul meselor.

### **Bibliografie:**

1. [https://ro.wikipedia.org/wiki/Diabet\\_zaharat](https://ro.wikipedia.org/wiki/Diabet_zaharat);
2. [https://www.dcnews.ro/diabetul-zahar-de-tip-boala-secolului-21-complica-iile-bolii\\_459259.html](https://www.dcnews.ro/diabetul-zahar-de-tip-boala-secolului-21-complica-iile-bolii_459259.html)
3. <https://m.antena3.ro/externe/numarul-cazurilor-de-diabet-a-atins-un-nivel-record-in-lume-371-000-000-de-persoane-sufera-de-191999.html>
4. <https://www.google.ro/amp/s/ehealthromania.com/simptome-diabet/amp/>

## **METODA SIMETRIEI UTILIZATĂ ÎN CALCULUL REZISTENȚEI ECHIVALENTE**

(Lucrare prezentată la Colocviul Internațional de Fizică „EVRİKA! – CYGNUS”, Craiova 2019)

Prof. Dumitru ANTONIE, Colegiul Tehnic nr. 2, Tg. – Jiu

**Motto:** „Simetria este ideea prin care omul a încercat de-a lungul secolelor să înțeleagă și să creeze ordine, frumusețe și perfecțiune” (Hermann WEYL)

**Motto<sub>2</sub>:** „De la începutul Fizicii, considerentele simetriei ne-au oferit un instrument extrem de puternic și util în efortul nostru de a înțelege natura. Treptat, acestea au devenit coloana vertebrală a formulării noastre teoretice de legi fizice” (Tsong – Dao LEE)

**Rezumat:** În această lucrare este prezentată teoria / principiile metodei simetriei și aplicarea acestora în rezolvarea mai multor probleme de fizică, prin metoda simetriei, utilizând apoi și alte metode: conectării nodurilor echipotențiale și metoda separării nodurilor echipotențiale, metoda de transfigurare stea- triunghi (Kennelly) etc.

**Summary:** This paper is presented theory/ principles and the application of solving some physical problems by the symmetry method, then also using other methods: connecting equipotential nodes and the method of separation of equipotential nodes, the method of cross-section of (transpasigurmyself) star-delta (Kenneley), etc.



## INTRODUCERE

Prin rezolvarea problemelor de fizică se dezvoltă gândirea logică, critică și reflexia abstractă. Cunoștințele teoretice sunt mai bine însușite atunci, când se aplică în practică. De multe ori problemele de fizică tratează situații din viața de toate zilele și din producție ce pot fi rezolvate cu aplicarea legilor fizicii. Dacă un elev (student) știe să rezolve probleme, se poate afirma cu certitudine că el cunoaște bine fizica.

În categoria problemelor netradiționale de calcul al circuitelor de curent electric continuu pot fi incluse probleme cu circuite care conțin un număr mare de elemente (rezistori și/sau condensatoare) echivalente și de conexiuni mixte și complexe ale elementelor.

În caz general, orice circuit electric poate fi calculat folosind legile lui Kirchhoff. În cazul conexiunilor mixte și complexe ale elementelor de circuit este necesară rezolvarea unui număr mare de ecuații cu multe necunoscute care nu este în puterea tuturor elevilor. Deci, se impune folosirea de metode care ar permite determinarea mai simplă a rezistenței și capacității electrice în circuit. Una din acestea este metoda circuitelor echivalente, care constă în reducerea schemei inițiale a circuitului la circuite simple conectate în serie, fiecare circuit conținând conexiuni în serie și/sau în paralel ale elementelor. În acest scop, schema inițială a circuitului se simplifică prin conectarea sau deconectarea unor noduri echipotențiale ale schemei echivalente, eliminarea sau adăugarea de rezistori și condensatoare, obținându-se astfel ca noua schemă formată din elemente conectate în serie și/sau în paralel să fie echivalentă cu cea inițială.

Circuitul obținut este echivalent cu cel inițial dacă fiind alimentat cu aceeași tensiune, fiecare porțiune este parcursă de aceeași curent electric ca și în circuitul inițial. În acest articol ne vom referi doar la **metoda simetriei**, metodă care este aplicabilă grupărilor de rezistori/condensatori electrice care au o anumită simetrie față de o dreaptă sau față de un plan. Această metodă constă în căutarea nodurilor cu potențiale egale în schemele simetrice, care apoi se unesc între ele. Dacă inițial între aceste puncte era conectată o porțiune de circuit, aceasta se înlătură pentru că din

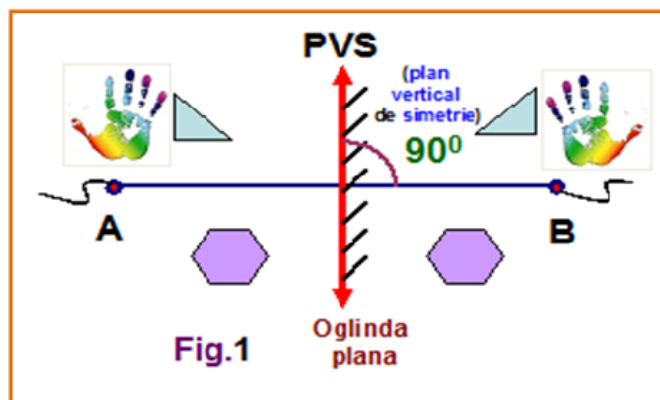
cauza egalității potențialelor la capetele ei curentul nu trece prin porțiune. Această modificare nu influențează rezistența totală a circuitului electric. Astfel, înlocuirea mai multor noduri echipotențiale conduce la un circuit echivalent mult mai simplu.

Uneori este avantajoasă și înlocuirea inversă, divizarea unui nod în mai multe noduri cu potențiale egale, ceea ce nu afectează condițiile inițiale din circuitele electrice.

Calculul rezistenței electrice echivalente, utilizând metoda simetriei, are în vedere următoarele **reguli**:

1. Dacă gruparea de rezistori posedă un **plan vertical de simetrie (PVS)** față de punctele față de care se calculează rezistența echivalentă (vezi figura 1!), atunci:

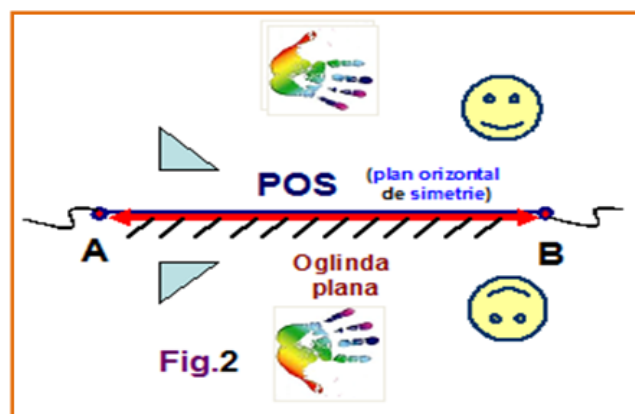
a) punctele de pe (sau în) **planul vertical**



de simetrie (PVS) au același potențial electric.

b) ramurile/laturile care sunt imagini în oglindă (plană) în PVS sunt parcurse de curenti electrice identici, care **au aceeași intensitate**.

2. Dacă gruparea de rezistori are un **plan orizontal de simetrie (POS)** (numit și **plan mediator/median**) față de punctele față de care se calculează rezistența echivalentă (vezi figura 2!),



c) punctele care sunt imagini în oglindă (plană) în **planul orizontal de simetrie (POS)** au același potențial electric.

{d.) ramurile/laturile care sunt imagini în oglindă (plană) în POS sunt parcurse de curenți electrici identici, care au aceeași intensitate}.

Calculul rezistențelor echivalente, în circuitele cu simetrie, poate fi sensibil simplificat, utilizând următoarele reguli/metode specifice, deci rezolvarea unor asemenea probleme se face ținând cont de una din următoarele reguli:

A) dacă circuitul electric conține conductoare cu rezistențe egale, distribuite simetric față de o anumită axă sau plan, atunci capetele acestor conductoare au același potențial electric;

B) nodurile au același potențial, dacă sunt egale raporturile dintre rezistențele porțiunilor cuprinse între punctele date și punctele de contact;

C) punctele echipotențiale (ca urmare a simetriei) pot fi considerate confundate; eventualele rezistoare plasate între astfel de puncte pot fi eliminate, sau se pot introduce rezistoare suplimentare;

D) un nod poate fi desfăcut în două sau mai multe noduri dacă, în circuitul rezultat, acestea sunt echipotențiale,

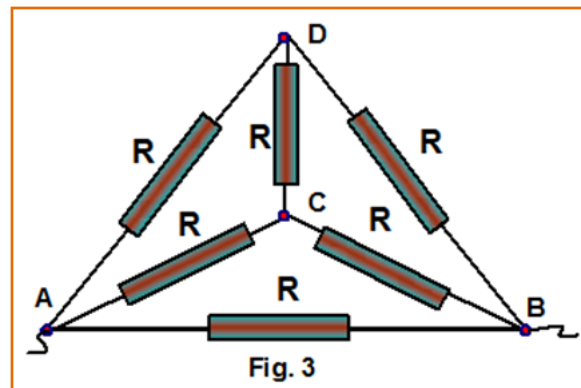
Reamintim că **metoda simetriei** este aplicabilă și grupărilor de condensatoare electrice care au o anumită simetrie față de o axă sau plan, rolul intensității curentului electric  $I \rightarrow$  de la rezistoare fiind jucat de sarcina electrică  $q$  de pe armătură a condensatorului.

**Observație:** Noțiunea de **simetrie orizontală** și **verticală** este relativă, ea poate fi denumită și **simetrie longitudinală** și respectiv **simetrie transversală**.

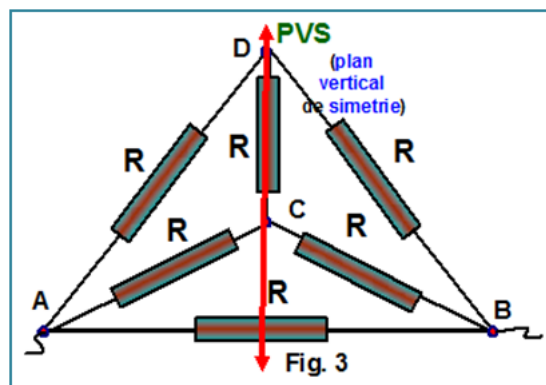
### Exemple / Probleme

**Problema 1.** Să se determine **rezistența electrică echivalentă** între punctele **A** și **B** ale circuitului electric din figura alăturată (carcasa din sârmă în forma de **tetraedru regulat ABCD** din figura alăturată) (fig. 3). Toți cei 6 rezistori sunt identici având valoarea rezistenței electrice **R**.

**Rezolvare:** Gruparea de rezistori are **simetrie verticală** față de **axa / planul** care trece prin latura/ ramura **CD** și care este "perpendiculară" pe mijlocul laturii **AB**.



Potențialul electric al punctelor **C** și **D** este același, deci tensiunea electrică dintre nodurile **C** și **D** este zero ( $U_{CD} = 0$ ), deci prin ramura **CD** nu trece curent electric ( $I_{CD} = 0$ ). Rezultă că punctele cu același potențial electric pot fi unite într-un singur nod



echipotențial sau latura **CD** poate fi eliminată din gruparea respectivă, circuitul de rezistori (față de **AB**) fiind echivalent cu trei rezistori de rezistențe  $2R \rightarrow$  latura **ADB**,  $2R \rightarrow$  latura **ACB**,  $R \rightarrow$  latura **AB**, după ce s-a eliminat latura **CD**, rezistori care sunt legați în paralel. Rezistența echivalentă față de **A** și **B** fiind:

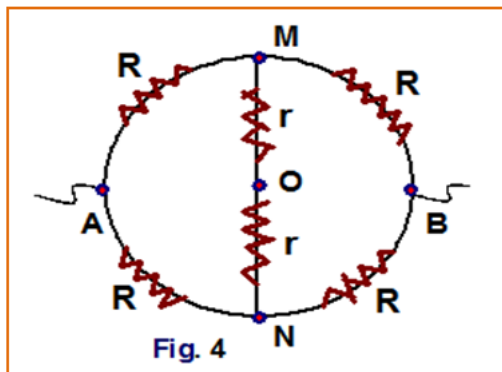
$$\frac{1}{R_{echiv..AB}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{2}{R}, R_{eAB} = \frac{R}{2}$$

**Obsevație:** Cât devine rezistența echivalentă dacă se scoate o muchie a tetraedrului?

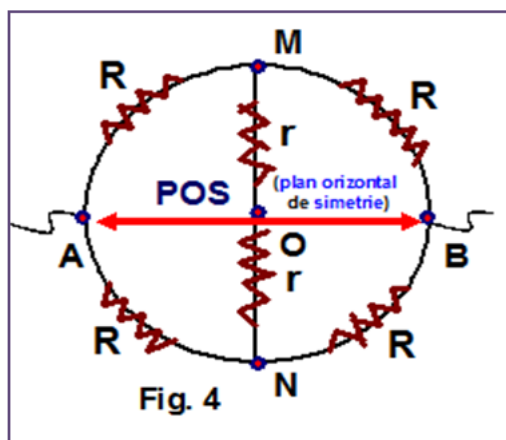
**Răspuns:** Eliminarea muchiei **CD** nu schimbă nimic. Scoaterea muchiei **AB** ne readuce la rezistența echivalentă **R**. Dacă se elimină oricare din laturile **AC**, **BC**, **AD** sau **BD** se obține același rezultat:  $R_{echiv} = 5R/8$ .

**Problema 2.** Să se determine **rezistența electrică echivalentă** între punctele **A** și **B** ale circuitului

electric din figura alăturată (fig. 4) (sub formă de cerc + un diametru MN al cercului perpendicular pe AB) Toți cei 4 rezistori sunt identici având valoarea rezistenței electrice R, iar cei doi rezistori de pe diametrul MN sunt identici având valoarea rezistenței r.



**Rezolvare:** Gruparea de rezistori are simetrie orizontală față de axa / planul care trece prin AB și care este "perpendiculară" pe latura MN. Conform regulii 2c.) a metodei simetriei, potențialul electric al punctelor M și N este același, deci tensiunea electrică dintre nodurile M și N este zero ( $U_{MN} = 0$ ), deci prin ramura MN nu trece curent electric ( $I_{MN} = 0$ ). Rezultă că punctele cu același

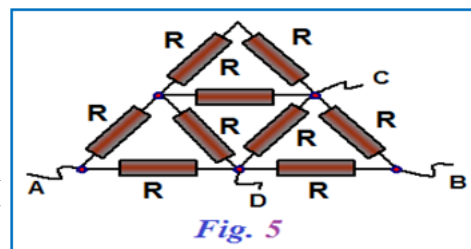


potențial electric pot fi unite într-un singur nod echipotențial sau latura MN poate fi eliminată din gruparea respectivă, circuitul de rezistori (față de AB) fiind echivalent cu doi rezistori de rezistențe  $2R \rightarrow$  latura AMB,  $2R \rightarrow$  latura ANB, după ce s-a eliminat latura MN, rezistori care sunt legați în paralel. Rezistența echivalentă față de A și B fiind:

$$\frac{1}{R_{echiv.AB}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{1}{R}, R_{eAB} = R.$$

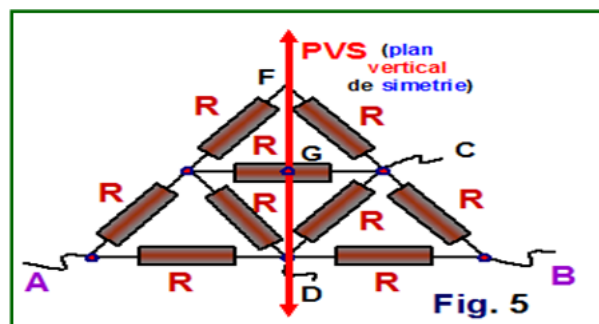
**Obsevație importantă:** Gruparea de rezistori are atât simetrie orizontală, cât și simetrie verticală față de axa/planul vertical care trece prin diametrul MN, și conform regulii 1a.) punctele de pe planul vertical de simetrie (PVS) M și N au același potențial electric.

**Problema 3.** Să se determine rezistența electrică echivalentă între punctele A și B, punctele A și C, respectiv punctele A și D ale grupării electrice din figura alăturată. Toți cei 9 rezistori sunt identici, fiecare având valoarea rezistenței electrice R.



$$R: R_{eAB} = \frac{10R}{9}; R_{eAC} = \frac{5R}{6}; R_{eAD} = \frac{11R}{18}.$$

**Rezolvare:** Față de bornele A și B, gruparea de rezistori are simetrie verticală față de axa/planul



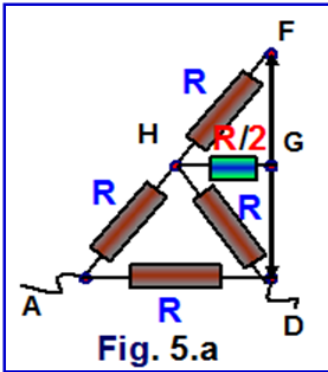
care trece prin latura/ramura FD și care este "perpendiculară" pe mijlocul laturii AB. Potențialul electric al punctelor F, G și D este același, și conform regulii 1a.), a metodei simetriei, rezultă că punctele cu același potențial electric pot fi unite într-un singur nod echipotențial. Jumătatea grupării de rezistori (față de AD) fiind echivalentă cu trei rezistori de rezistențe,  $R \rightarrow$  latura HF,  $R/2 \rightarrow$  latura HG,  $R \rightarrow$  latura HD, rezistori care sunt legați în paralel. Rezistența echivalentă a acestora față de H și D fiind:

$$\frac{1}{R_{e.HD}} = \frac{1}{R} + \frac{2}{R} + \frac{1}{R} = \frac{4}{R}, R_{eHD} = \frac{R}{4}.$$

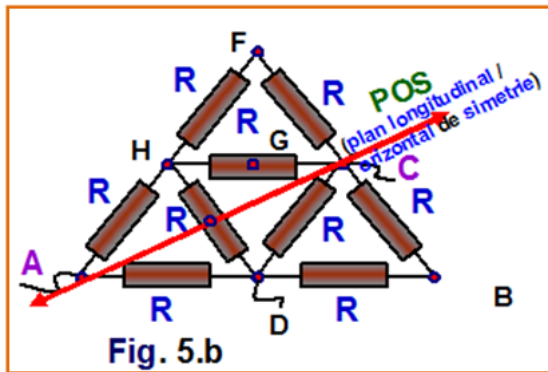
Rezistența echivalentă a acestora  $R_{HD} = R/4$ , este

în serie cu rezistența, ( $R_{eAHD} = R + R/4 = 5R/4$ ), iar gruparea acestora este în paralel cu rezistența  $R \rightarrow$  latura  $AD$ . În final găsim:

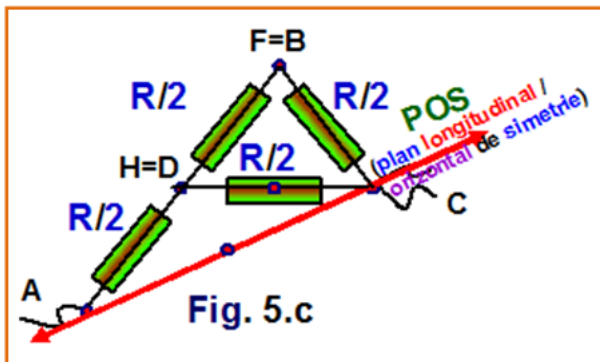
$$\frac{1}{R_{eAD}} = \frac{1}{R} + \frac{4}{5R} = \frac{9}{5R}, \text{ iar } R_{eAB} = 2 \cdot R_{AD} = 10R/9.$$



Față de bornele A și C, gruparea de rezistori are **simetrie orizontală** față de axa / planul care trece prin AC. Potențialul electric al punctelor F și B este același, la fel potențialele electrice ale punctelor H și D (prin ramura HB, intensitatea curentului electric fiind nulă (0), și se poate elimina), și conform regulii



2c.), rezultă că punctele cu același potențial electric pot fi unite într-un singur nod echipotențial, deci B cu F și respectiv D cu H, iar

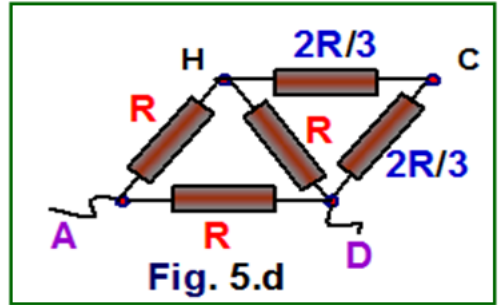


gruparea se pliază/împăturește/îndoie cu  $180^\circ$  în jurul lui AC. Avem următorul circuit de rezistori echivalenți cu gruparea dată fig. 5.c. Rezistența

$$\frac{1}{R_{eHC}} = \frac{1}{R} + \frac{2}{R} = \frac{3}{R}, R_{HC} = R/3,$$

echivalentă între punctele H=D și C va fi:  $R_{HC} = R/3$ , iar apoi rezistența echivalentă între A și C este:  $R_{echiv.AC} = R/3 + R/2 = 5R/6$ .

Față de bornele A și D, gruparea de rezistori nu are simetrie orizontală și nici simetrie verticală, dar se poate calcula relativ simplu, un circuit echivalent fiind cel din figura 5. d.



Rezistența echivalentă față punctele H și D va fi:

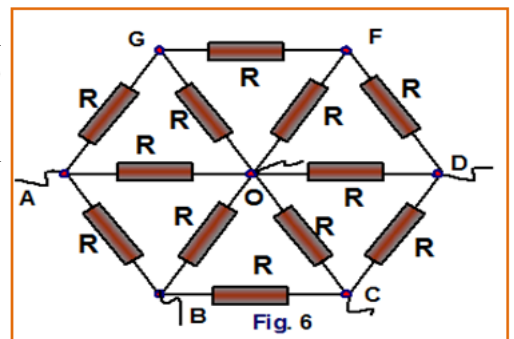
$$\frac{1}{R_{eHD}} = \frac{1}{R} + \frac{3}{4R} = \frac{7}{4R},$$

$$R_{HD} = 4R/7, R_{AHD} = R + 4R/7 = 11R/7 ;$$

$$\frac{1}{R_{eAD}} = \frac{1}{R} + \frac{7}{11R} = \frac{18}{11R} \Rightarrow R_{echiv.AD} = \frac{11 \cdot R}{18}.$$

**Obsevație importantă:** Se putea determina astfel și rezistența echivalentă între punctele A și C, observând că circuitul din figura 5.d este o punte **Wheatstone echilibrată**, puncte H și D având același potențial electric, pot fi unite într-un singur nod echipotențial sau latura HD poate fi eliminată din gruparea respectivă, rezultând în final ( $H=D$ ):  $R_{echiv.AC} = R/2 + R/3 = 5R/6$ .

**Problema 4.** Să se determine rezistența echivalentă între vârfurile A și B, A și C, A și D, respectiv vârful A și centrul O ale carcasi din sârmă în forma de hexagon regulat ABCDFG din figura 6



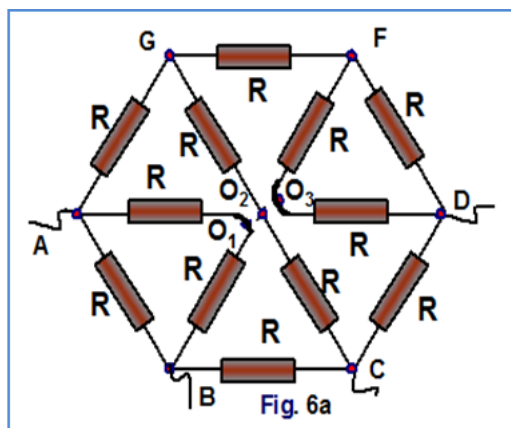
(O fiind centrul hexagonului). Toți cei 12 rezistori sunt identici, fiecare având valoarea rezistenței electrice

$$R: R_{eAB} = 11R/20, R_{eAC} = 3R/4, R_{eOA} = 9R/20$$

**Rezolvare:** Față de bornele A și B, gruparea de rezistori are **simetrie verticală** față de axa / planul

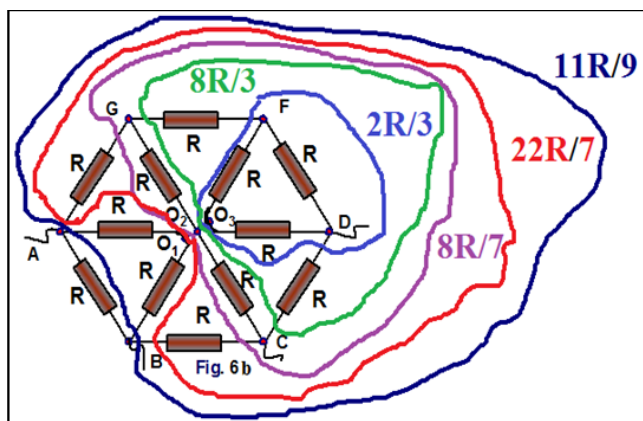


care trece prin centrul hexagonului **O** și care este "perpendiculară" pe latura **AB** la jumătatea acesteia. Această metodă are la bază ideea că un nod al schemei poate fi separat în două sau mai multe noduri, dacă nodurile obținute au același potențial. Condiția obligatorie pentru aceasta este verificarea egalității potențialelor după separarea nodurilor (simetria și proporționalitatea nodurilor). Separăm nodul **O** din mijlocul carcasei în două noduri **O<sub>1</sub>**, **O<sub>2</sub>** și **O<sub>3</sub>**, așa cum este arătat în fig. 6.a. Aceasta se



poate realiza deoarece punctele **O<sub>1</sub>**, **O<sub>2</sub>** și **O<sub>3</sub>** au potențiale egale, adică sunt egale rezistențele porțiunilor **AO<sub>1</sub>**, **AO<sub>2</sub>** și **AO<sub>3</sub>** precum și rezistențele porțiunilor **BO<sub>1</sub>**, **BO<sub>2</sub>**, și **BO<sub>3</sub>**.

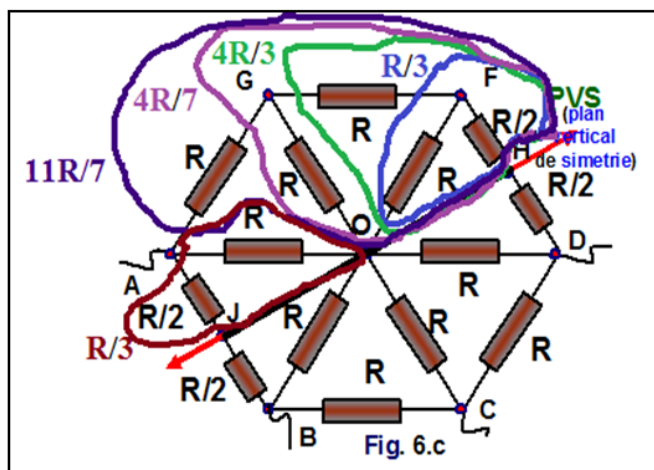
În figura 6.b sunt calculate rezistențele echivalente din aproape în aproape (sunt



încercuite valorile pe figură). În final găsim rezistența echivalentă între bornele **A** și **B**:

$$\frac{1}{R_{echiv.AB}} = \frac{1}{R} + \frac{9}{11R} = \frac{20}{11R} \Rightarrow R_{echiv.AB} = \frac{11 \cdot R}{20}$$

**Altă metodă:** Ținând cont de **simetria verticală** față de **AB**, punctele **J** (mijlocul laturii **AB**), **O** și **H** (mijlocul laturii **FD**), au același potențial electric, pot fi unite într-un singur nod echipotențial **O**. În figura 6.c sunt

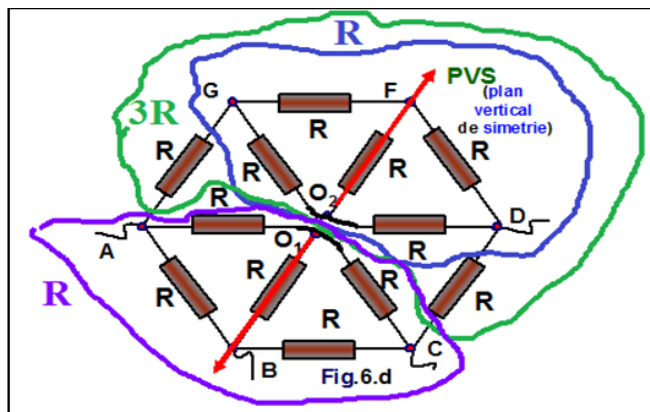


calculate rezistențele echivalente pas cu pas (unde sunt încercuite valorile rezistențelor echivalente calculate, pe figură). În final găsim rezistența echivalentă între bornele **A** și **B**:

$$\frac{1}{R_{AJ}} = \frac{3}{R} + \frac{7}{11R} = \frac{40}{11R} \Rightarrow R_{AJ} = \frac{11 \cdot R}{40}$$

În final obținem, datorită simetriei:  $R_{echiv.AB} = 2 \cdot R_{AJ} = 11R/20$

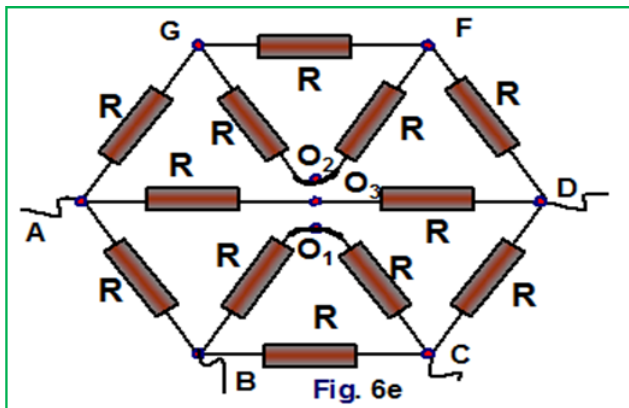
Față de bornele **A** și **C**, gruparea de rezistori are **simetrie verticală** față de **axa / planul** care trece prin centrul hexagonului **O** (dreapta **FOB**) și care este "perpendiculară" pe latura **AC** la jumătatea acesteia. Nodul **O** al schemei poate fi separat în două noduri **O<sub>1</sub>** și **O<sub>2</sub>**, deoarece nodurile obținute au același potențial electric (vezi figura 6.d).



În figura 6.d sunt calculate rezistențele echivalente pas cu pas (unde sunt încercuite valorile rezistențelor pe figură, două grupări de rezistori fiind punții Wheatstone echilibrate). În final obținem rezistența echivalentă între bornele A și B:

$$\frac{1}{R_{echiv.AC}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} = \frac{4}{3R} \Rightarrow R_{echiv.AC} = \frac{3 \cdot R}{4}$$

Față de bornele A și D, gruparea de rezistori are simetrie orizontală față de axa/planul care trece prin centrul hexagonului O (dreapta AOD). Față de bornele A și D, gruparea de rezistori are simetrie orizontală față de axa/planul care trece prin latura/ ramura AD. Separăm nodul O din mijlocul carcasi în două noduri O<sub>1</sub>, O<sub>2</sub> și O<sub>3</sub>, așa cum este arătat în fig. 6.e. Aceasta se poate realiza deoarece



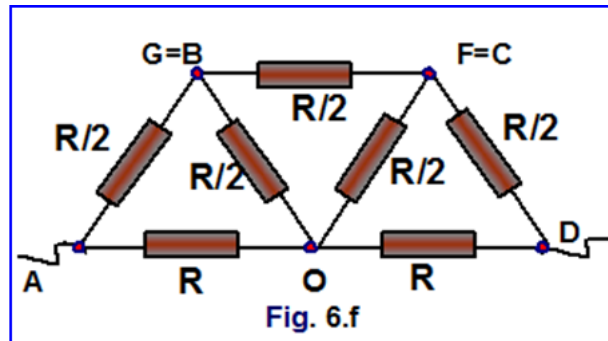
punctele O<sub>1</sub>, O<sub>2</sub> și O<sub>3</sub> au potențiale egale, adică sunt egale rezistențele porțiunilor AO<sub>1</sub>, AO<sub>2</sub> și AO<sub>3</sub> precum și rezistențele porțiunilor DO<sub>1</sub>, DO<sub>2</sub>, și DO<sub>3</sub>. Obținem:

$$\frac{1}{R_{echiv.AD}} = \frac{1}{2R} + \frac{3}{8R} + \frac{3}{8R} = \frac{5}{4R} \Rightarrow R_{echiv.AD} = \frac{4 \cdot R}{5}$$

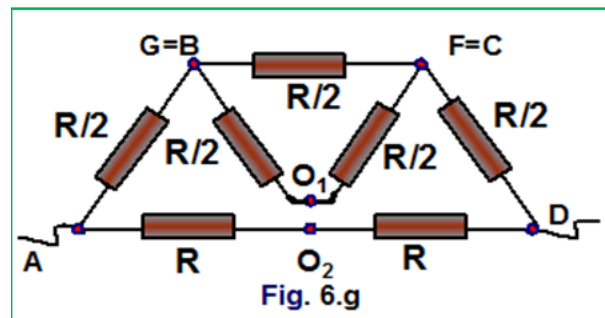
**Altă metodă<sub>1</sub>:** Ținând cont că gruparea dată are simetrie orizontală față de AB [cât și simetrie verticală față de axa/planul care trece prin centrul hexagonului O (dreapta și care este "perpendiculară" pe AB la jumătatea acesteia)], rezultă că punctele cu același potențial electric pot fi unite într-un singur nod echipotențial, deci B cu G și respectiv C cu F, gruparea se pliază/împăturește/îndoie cu 180° în jurul lui AD. Avem următorul circuit de rezistori echivalenți cu gruparea dată fig. 6.f.

Gruparea echivalentă din fig. 6.f are acum o

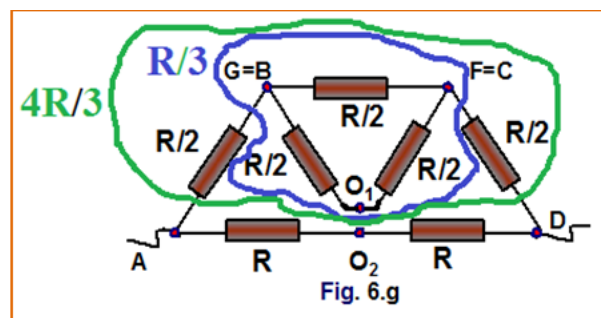
simetrie verticală față axa/planul care trece prin O și care este "perpendiculară" pe AD la jumătatea



acesteia. Separăm nodul O din mijlocul carcasi în două noduri O<sub>1</sub>, și O<sub>2</sub>, așa cum este arătat în fig. 6.g, deoarece nodurile obținute au același potențial electric. În figura 6.g sunt calculate rezistențele



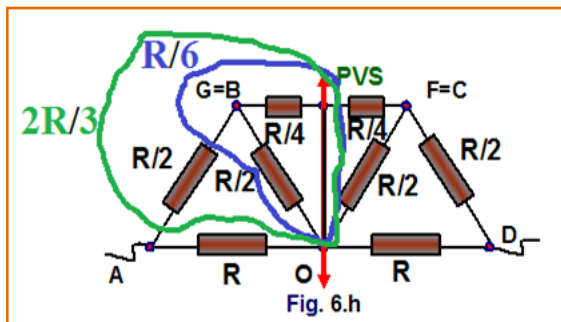
echivalente din aproape în aproape (sunt încercuite valorile rezistențelor echivalente pe figură). În final



găsim rezistența echivalentă între bornele A și D:

$$\frac{1}{R_{echiv.AD}} = \frac{1}{2R} + \frac{3}{4R} = \frac{5}{4R} \Rightarrow R_{echiv.AD} = \frac{4 \cdot R}{5}$$

**Altă metodă<sub>2</sub>:** Gruparea echivalentă din fig. 6.f. are acum o simetrie verticală față axa/planul care trece prin O și care este "perpendiculară" pe AD la jumătatea acesteia. Punctele O și H (mijlocul laturii GF; G=B, F=C), au același potențial electric, pot fi unite într-un singur nod echipotențial O (vezi fig. 6.h).



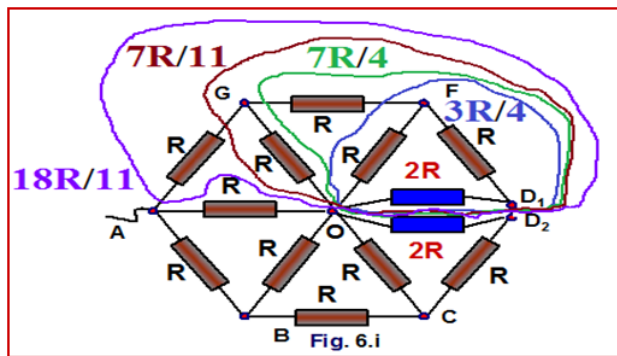
Rezistența echivalentă între punctele A și O este:

$$\frac{1}{R_{e, AO}} = \frac{1}{R} + \frac{3}{2R} = \frac{5}{2R} \Rightarrow R_{e, AO} = \frac{2 \cdot R}{5}$$

În final, datorită simetriei grupării, obținem:

$$R_{echiv, AD} = 2 \cdot R_{e, AO} = 4R/5$$

Față de bornele A și O, gruparea de rezistori are **simetrie orizontală** față de **axa/planul** care trece prin diagonala AD, rezistorul de rezistență R, de pe latura OD, considerându-l ca fiind **echivalent cu 2 rezistori identici (grupăți în paralel)**, fiecare având rezistența electrică 2R (din nodul D rezultând prin separare două "noduri echipotențiale" D<sub>1</sub> și D<sub>2</sub>) (vezi fig. 6.i). În figura 6.i sunt calculate rezistențele

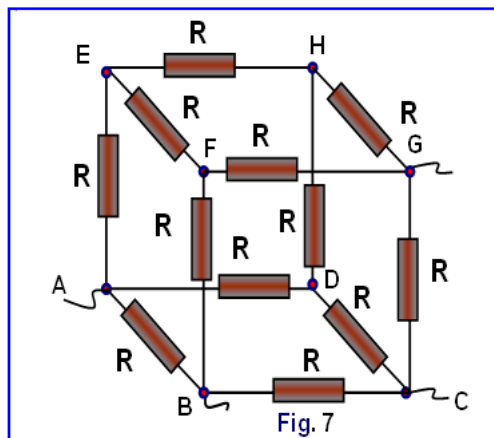


echivalente din aproape în aproape (sunt încercuite valorile rezistențelor echivalente pe figură). În final, datorită simetriei grupării, obținem:

$$\frac{1}{R_{echiv, AO}} = \frac{11}{18R} + \frac{1}{R} + \frac{11}{18R} = \frac{20}{9R} \Rightarrow R_{e, AO} = \frac{9 \cdot R}{20}$$

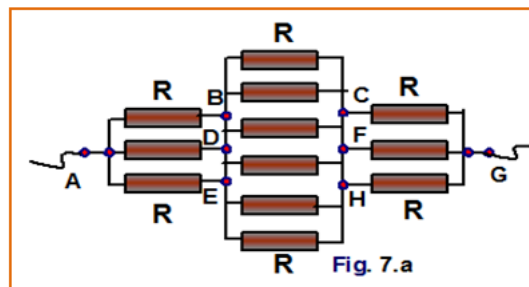
**Problema 5.** Să se determine **rezistența echivalentă** între vârfurile (A și G, diagonala cubului), vârfurile (A și B), și respectiv vârfurile (A și C, diagonala bazei cubului), ale carcasi din sârmă în forma de **cub ABCDEFGH** din figura

7. Toți cei 12 rezistori sunt identici, fiecare având valoarea rezistenței electrice R.



R:  $R_{e, AG} = 5R/6$ ;  $R_{e, AB} = 7R/12$ ;  $R_{e, AC} = 3R/4$ .

**Rezolvare:** Față de bornele A și G, gruparea de rezistori are **simetrie orizontală** față de **axa/diagonala cubului** care trece prin AG. Punctele/nodurile B, D și E au același potențial electric ( $V_B = V_D = V_E$ ), analog nodurile C, F și H sunt echipotențiale ( $V_C = V_F = V_H$ ) și se pot uni.

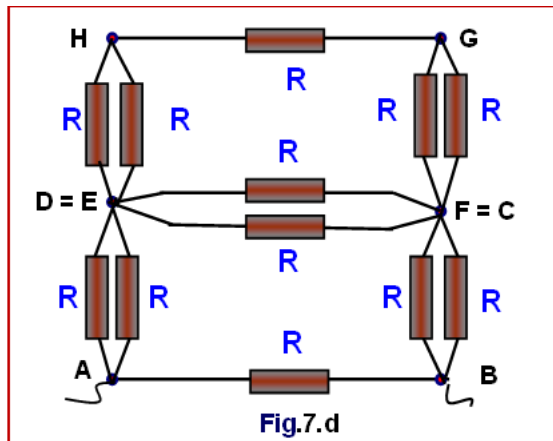
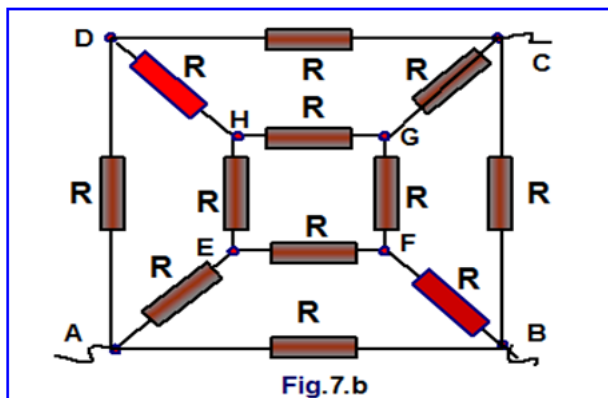


Gruparea rezistorilor ce formează cubul este echivalentă cu gruparea din figura 7.a.

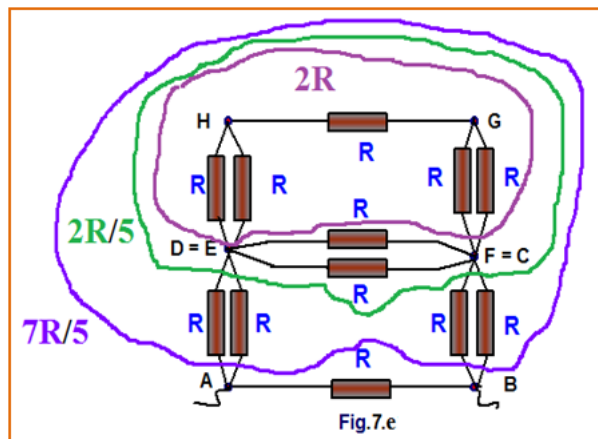
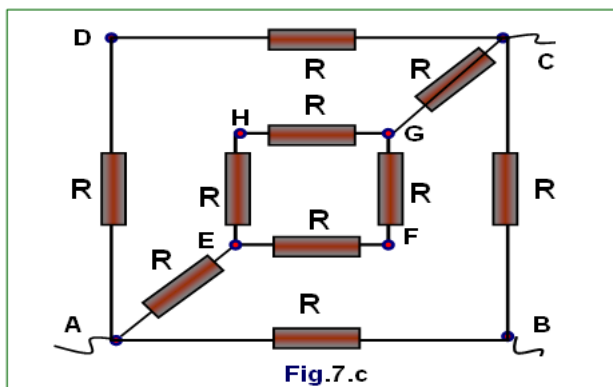
Rezistența echivalentă, între A și G, datorită simetriei, este:

$$R_{echiv, AG} = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3} = \frac{5R}{6}$$

Față de bornele A și C, gruparea de rezistori are **simetrie orizontală** față de **axa/diagonala feței** care trece prin AC, cât și **simetrie verticală** față de axa DHFB, perpendiculară pe mijlocul lui AC, deoarece putem aplatiza cubul, acesta devenind ca în figura 7.b. Potențialul electric al punctelor D și H este același, deci tensiunea electrică dintre nodurile D și H este zero ( $U_{DH} = 0$ ), deci prin ramura DH nu trece curent electric ( $I_{CD} = 0$ ). Analog punctele B și F sunt echipotențiale ( $U_{BF} = 0$ ), deci prin ramura BF nu trece prin AC, cât și **simetrie verticală** față



axa **DHFB**, perpendiculară pe mijlocul lui **AC**, deoarece putem aplatiza cubul, acesta devenind ca în figura **7.b**. Potențialul electric al punctelor **D** și **H** este același, deci tensiunea electrică dintre nodurile



**D** și **H** este zero ( $U_{DH} = 0$ ), deci prin ramura **DH** nu trece curent electric ( $I_{CD} = 0$ ). Analog punctele **B** și **F** sunt echipotențiale ( $U_{BF} = 0$ ), deci prin ramura **BF** nu trece curent electric ( $I_{BF} = 0$ ). Rezultă că cele două ramuri **DH** și **BF** pot fi eliminate, deoarece nu schimbă starea electrică a grupării conectate între bornele **A** și **C**. Rezistența electrică echivalentă între bornele **A** și **C** va fi:

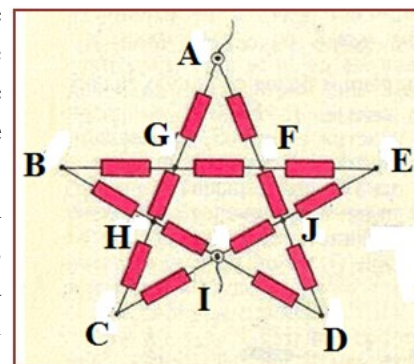
Față de bornele / vârfurile **A** și **B**, punctele/

$$\frac{1}{R_{echiv.AC}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} + \frac{1}{2R} = \frac{4}{3R} \Rightarrow R_{echiv.AC} = \frac{3R}{4}$$

nodurile **E** și **D** sunt echipotențiale. Analog punctele/nodurile **C** și **F** sunt echipotențiale și se pot uni două câte două. Montajul de rezistori devine echivalent cu cel din figura **7.d**. Rezistența electrică echivalentă între bornele **A** și **B** va fi:

$$\frac{1}{R_{echiv.AB}} = \frac{1}{R} + \frac{5}{7R} = \frac{12}{7R} \Rightarrow R_{echiv.AB} = \frac{7R}{12}$$

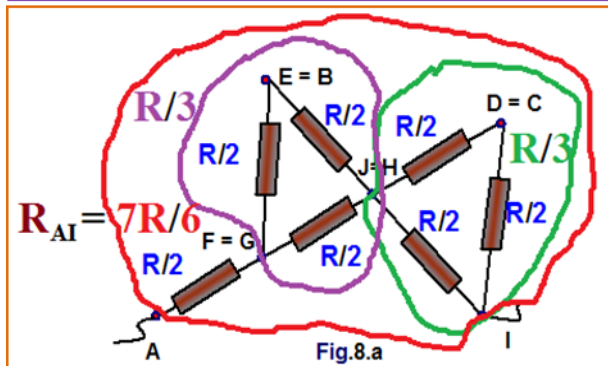
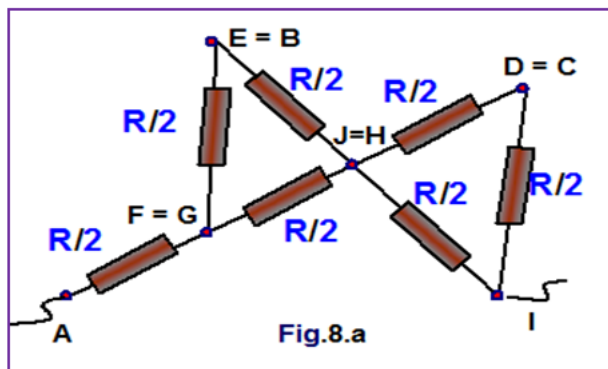
**Problema 6.** Să se determine rezistența electrică echivalentă între punctele alăturate **A** și **I** ale "stelutei" electrice din figura alăturată. Toți cei **15** rezistori sunt identici, fiecare având valoarea rezistenței electrice **R**.



**R:**  $R_{echiv.AI} = 7R/6$

**Rezolvare:** Ținând cont că gruparea dată are simetrie orizontală față de **AI**, conform regulii **2c.**), rezultă că punctele cu același potențial electric pot fi unite într-un singur nod echipotențial, astfel: **G** cu **F** ( $V_G = V_F$ ), **B** cu **E** ( $V_B = V_E$ ), **H** cu **J** ( $V_H = V_J$ ), și respectiv **C** cu **D** ( $V_C = V_D$ ), iar gruparea se pliază /împătorește/îndoire cu  $180^\circ$  în jurul lui **AI**. Avem următorul circuit de rezistori echivalenți cu gruparea dată fig. **8.a**. Potențialele electrice ale punctelor **G** și **F** fiind egale [ prin ramura **GF** ( $U_{GF} = 0$ )], intensitatea curentului electric fiind nulă (**0**), această ramură se poate





elimina. **Rezistența electrică echivalentă** între bornele A și I va fi:

$$R_{echiv.AI} = \frac{R}{2} + \frac{R}{3} + \frac{R}{3} = \frac{7R}{6}.$$

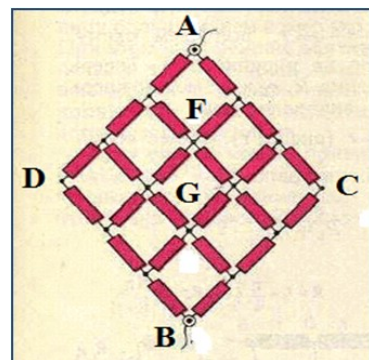
**Observație:** Lăsăm cititorului/rezolvitorului, să determine și **rezistența electrică echivalentă** între punctele A și B, respectiv punctele A și C, ale "steluței" electrice respective.

$$R: R_{echiv.AB} = 6R/5; R_{echiv.AC} = 22R/15.$$

**Problema 7.** Să se determine **rezistența electrică echivalentă** între vârfurile A și B ale grupării electrice de rezistori (grilajului pătratic) din figura alăturată. Toți cei 24 rezistori sunt identici, fiecare având valoarea rezistenței electrice R.

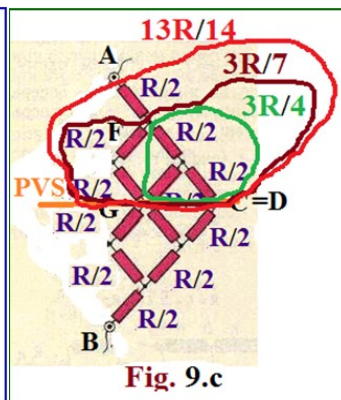
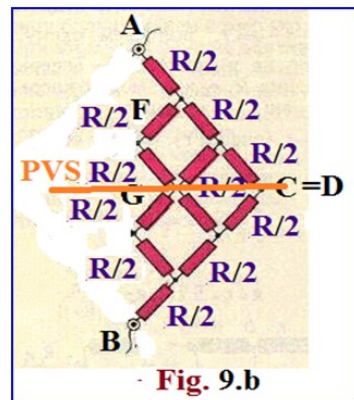
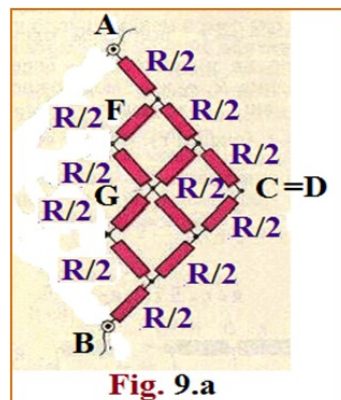
$$R: R_{echiv.AC} = 13R/7.$$

**Rezolvare:** Gruparea dată de rezistori are **simetrie orizontală/ longitudinală** față de AB, și conform regulii 2c.), de la **metoda simetriei**,



rezultă că punctele cu același potențial electric pot fi unite într-un singur nod echipotențial, iar gruparea se pliază/împătorește/îndoie cu

180° în jurul lui AB. Avem următorul circuit de rezistori echivalenți cu gruparea dată fig. 9.a. Gruparea echivalentă de rezistori din figura 9. b are **simetrie verticală** față de dreapta ce trece prin punctul C=D și este **perpendiculară** pe



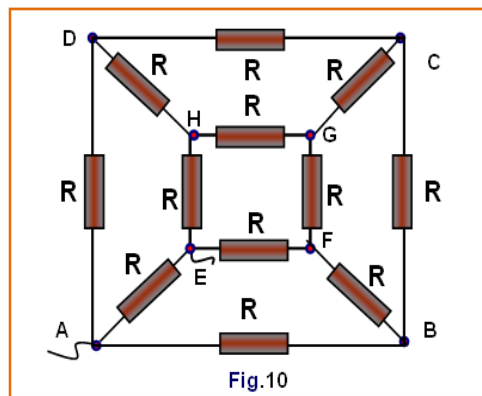
**mijlocul lui AB**, și conform regulii 1a.) a **metodei simetriei**, rezultă că punctele cu același potențial electric pot fi unite într-un singur nod echipotențial. În figura 9.c sunt calculate rezistențele echivalente din aproape în aproape (sunt încercuite, pe figură, valorile rezistențelor echivalente calculate).

În final, datorită simetriei grupării, găsim/obținem:

$$R_{echiv.AB} = 2 \cdot R_{AG} = 2 \cdot \frac{13R}{14} = \frac{13 \cdot R}{7}.$$

**Problema 8.** Să se determine **rezistența electrică echivalentă**

între punctele A și E ale grupării electrice din figura 10. Toți cei 12 rezistori sunt identici, fiecare având valoarea



rezistenței electrice R.  $R: R_{echiv.AC} = 7R/12.$

**Rezolvare:** Ținând cont că gruparea dată are

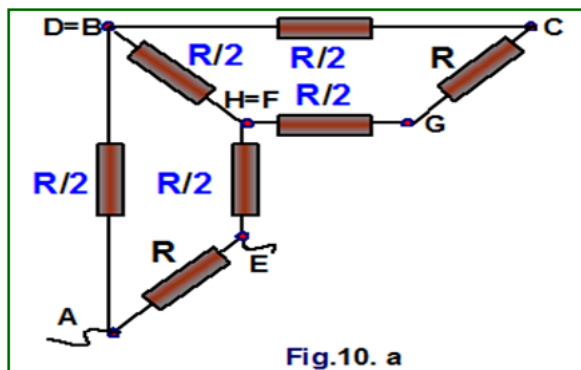


Fig.10. a

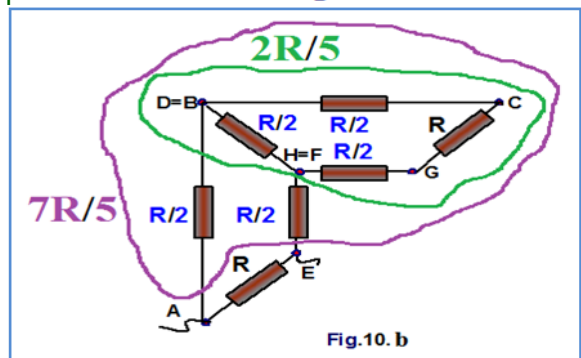


Fig.10. b

simetrie orizontală față de AE, conform regulii 2c.), rezultă că punctele cu același potențial electric pot fi unite într-un singur nod echipotențial, astfel: B cu D ( $V_B = V_D$ ), F cu H ( $V_F = V_H$ ), gruparea se pliază/împăturește/îndoie cu  $180^\circ$  în jurul lui AE sau AEGC. Obținem:

$$\frac{1}{R_{echiv.AE}} = \frac{1}{R} + \frac{5}{7R} = \frac{12}{7R} \Rightarrow R_{echiv.AE} = \frac{7R}{12}$$

**Problema 9.** Să se determine rezistența electrică echivalentă

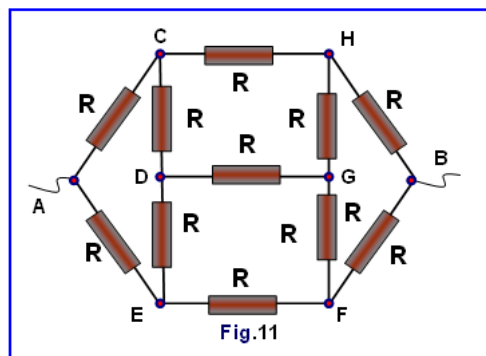


Fig.11

echivalentă între punctele A și B ale grupării electrice din figura alăturată. Toți cei 11 rezistori sunt identici,

fiecare având valoarea rezistenței electrice R. R:  $R_{echiv.AC} = 7R/5$ .

**Rezolvare:** Gruparea dată de rezistori are simetrie orizontală/ longitudinală față de AB și conform regulii 2c.), rezultă că punctele cu același potențial electric pot fi unite într-un singur nod echipotențial, astfel se unesc: C cu E ( $V_C = V_E$ ), H cu F ( $V_H = V_F$ ), gruparea se pliază/împăturește/îndoie cu  $180^\circ$  în jurul lui AB sau ADGB.

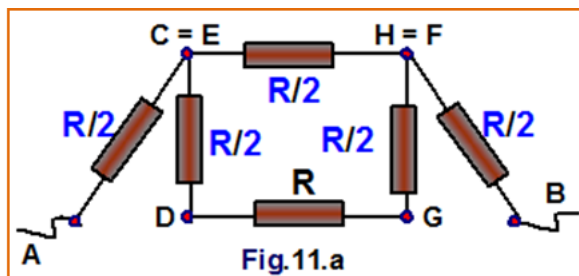


Fig.11.a

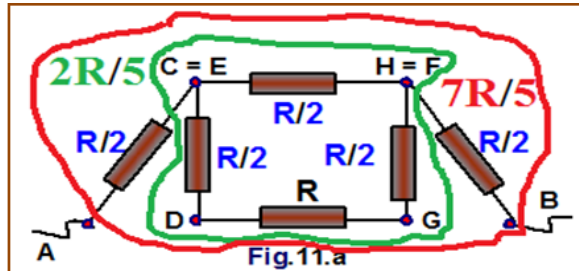


Fig.11.a

Avem următorul circuit de rezistori echivalenți cu gruparea dată fig. 11.a. În figura 11.a sunt calculate rezistențele echivalente din aproape în aproape (sunt încercuite, pe figură, valorile rezistențelor echivalente calculate). Obținem:

$$R_{echiv.AB} = \frac{2R}{5} + \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = \frac{7R}{5}$$

**Problema 10.** Să se determine rezistența echivalentă între vârfurile A și D, ale carcasi din sârmă în forma de hexagon ABCDFG din figura

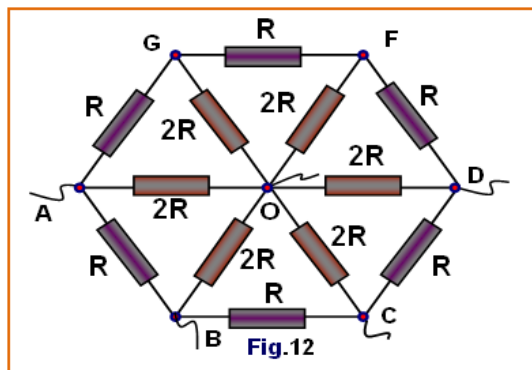
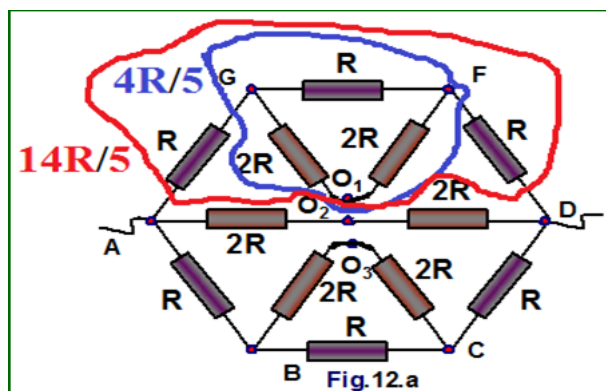
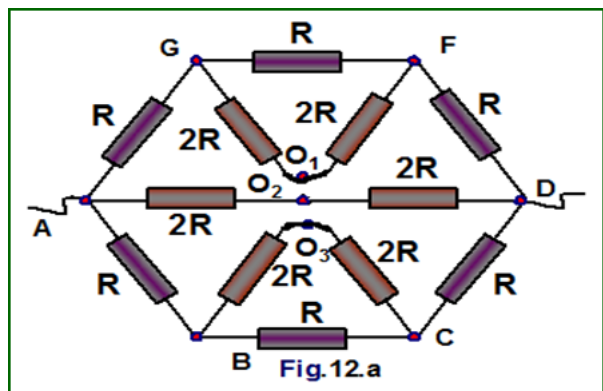


Fig.12

alăturată (O fiind centrul hexagonului). Toți cei 6 rezistori de pe laturile hexagonului sunt identici, fiecare având valoarea rezistenței electrice R, iar ceilalți 6 rezistori conectați între centrul hexagonului O și vârfurile acestuia sunt de asemenea identici, fiecare având valoarea rezistenței electrice 2R. R:  $R_{echiv.AC} = 28R/27$ .

**Rezolvare:** Față de bornele A și D, gruparea de rezistori are simetrie orizontală față de axa/planul care trece prin centrul hexagonului O (dreapta AOD). Față de bornele A și D, gruparea de



rezistori are **simetrie orizontală** față de **axa/planul** care trece prin latura/diagonala **AOD**. Separăm nodul **O** din mijlocul carcasei în două noduri **O<sub>1</sub>, O<sub>2</sub>**

și **O<sub>3</sub>**, așa cum este arătat în fig. **12.a**. Obținem în final:

(continuare în numărul următor)

$$\frac{1}{R_{echiv.AD}} = \frac{1}{4R} + \frac{5}{14R} + \frac{5}{14R} = \frac{27}{28R} \Rightarrow R_{echiv.AD} = \frac{28R}{27}$$

**PROBLEME PROPUSE**

**GIMNAZIU**

1. Câți electroni trebuie să cedeze o sferă metalică, izolată, aflată în vid, pentru ca potențialul ei să devină egal cu 6 kV? Raza sferei este egală cu 7,2 cm. **R:  $N = 3 \cdot 10^{11}$  electroni.**

2. Două bile metalice, identice, încărcate cu sarcini electrice de același semn, q și 4q, se află la distanța r. Se aduc bilele în contact și apoi se îndepărtează la distanța x, astfel încât forța de interacțiune să rămână aceeași. Să se determine x. **R:  $x = 1,25r$ .**

3. Un corp punctiform încărcat cu sarcina electrică 0,1 C se află la distanța de 20 m de un alt corp punctiform încărcat cu 0,2 C. Cu cât este egal potențialul câmpului electric la mijlocul distanței dintre aceste corpuri? **R:  $V = 2,7 \cdot 10^8$  V.**

4. În două dintre vârfurile unui triunghi echilateral de latură a = 0,5 m sunt situate particule încărcate cu sarcini electrice egale și pozitive, q<sub>1</sub> = q<sub>2</sub> = q = 1 μC. Aflați potențialul în cel de-al treilea vârf și la mijlocul distanței dintre particule. **R:  $V_A = 36$  kV,  $V_D = 72$  kV.**

5. Particule încărcate cu sarcini electrice egale cu 10<sup>-9</sup> C fiecare sunt situate în vârfurile unui pătrat de latură 10 cm. Aflați diferența de potențial în câmpul acestor sarcini, între centrul pătratului și mijlocul unei laturi a acestuia. **R:  $V_0 - V_E = 11,9$  V.**

6. Două particule încărcate cu sarcinile electrice

q<sub>1</sub> = -17 nC și q<sub>2</sub> = +20 nC se află, față de o particulă încărcată cu sarcina electrică q<sub>3</sub> = +30 nC, la distanțele l<sub>1</sub> = 2 cm, respectiv l<sub>2</sub> = 5 cm. Ce lucru mecanic minim trebuie efectuat împotriva forțelor electrice, pentru ca particulele 1 și 2 să-și schimbe locurile? **R:  $L = 0,3$  mJ.**

7. Câtă energie cinetică are un electron în tubul cinescopic, dacă tensiunea de accelerare este de 30 kV? Sarcina electronului este q<sub>0</sub> = -1,6 · 10<sup>-19</sup> C. **R:  $E_c = 48 \cdot 10^{-16}$  J.**

8. Câți electroni trec prin secțiunea transversală a unui conductor într-o nanosecundă la o intensitate a curentului de 32 μA? **R:  $N = 2 \cdot 10^5$  electroni.**

9. Cât indică ampermetrul, dacă prin el au trecut în 10 minute electroni de conducție cu sarcina electrică de 18 C? Câți electroni trebuie să treacă în unitatea de timp prin secțiunea conductorului, pentru ca ampermetrul legat în serie cu acest conductor să arate 1 mA? **R:  $I = 30$  mA,  $N/\Delta t = 6,25 \cdot 10^{15}$  electroni.**

10. Cât este sarcina electrică a electronilor ce trec prin secțiunea conductorului atunci când curentul electric care îl parcurge crește uniform de la zero la I = 5 A în decurs de Δt = 10 s? **R:  $q = 25$  C.**

11. Calculați lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea electronilor de conducție cu sarcina de



2  $\mu\text{C}$  pe circuitul interior al generatorului, dacă se cunoaște tensiunea electromotoare a acestuia  $E = 12\text{ V}$  și tensiunea la bornele lui,  $U = 10\text{ V}$ . Exprimați rezultatul în  $\mu\text{J}$ .

$$R: L_{int} = 4\ \mu\text{J}$$

12. Calculați tensiunea la bornele generatorului, cunoscând tensiunea electromotoare a acestuia,  $E = 9\text{ V}$ , și lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea unui număr de  $10^{16}$  electroni pe circuitul interior,  $L = 1,6\text{ mJ}$ .

$$R: U_b = 8\text{ V}$$

13. Un voltmetru măsoară tensiunea între două puncte ale unui circuit. Scala gradată are 150 de diviziuni și domeniul de măsurare este de  $3\text{ V}$ . În timpul măsurării, acul indică diviziunea 120. Cât este tensiunea măsurată?

$$R: U = 2,4\text{ V}$$

14. Un voltmetru, conectat la bornele unui generator, indică  $3\text{ V}$ . Când generatorul este conectat la un rezistor cu rezistența electrică de  $2,5\ \Omega$ , diferența de potențial la borne scade la  $2\text{ V}$ . Calculați rezistența interioară a generatorului.

$$R: r = 1,25\ \Omega$$

15. Rezistența interioară a unui generator este de  $1\ \Omega$ . Când la bornele lui se conectează un rezistor cu rezistența de  $7\ \Omega$ , curentul din circuit are intensitatea de  $1,5\text{ A}$ . Cât este t.e.m. a generatorului?

$$R: E = 12\text{ V}$$

16. Un voltmetru conectat la bornele bateriei cu  $E = 120\text{ V}$  și rezistența interioară  $r = 50\ \Omega$  indică  $U = 118\text{ V}$ . Cât este rezistența voltmetrului?

$$R: R_V = 2950\ \Omega$$

17. O baterie are t.e.m. de  $12\text{ V}$  și debitează un curent de  $5\text{ A}$ . Se cere să se calculeze puterea furnizată de această baterie în condițiile date și energia consumată în timp de  $2\text{ h}$ , exprimată în  $\text{kJ}$ .

$$R: P = 60\text{ W}, W = 432\text{ kJ}$$

18. Într-un circuit parcurs de un curent continuu cu intensitatea  $I = 3\text{ A}$ , energia totală consumată în  $1\text{ h } 25\text{ min}$  este de  $229500\text{ J}$ . Ce putere are generatorul? Cât este t.e.m. a acestuia?

$$R: P = 45\text{ W}, E = 15\text{ V}$$

19. Cât este energia electrică consumată într-o oră de o lustră compusă din 8 becuri de  $25\text{ W}$  fiecare? Rezultatul să fie exprimat în  $\text{J}$  și  $\text{kWh}$ .

$$R: W = 72 \cdot 10^4\text{ J}$$

20. Firul conductor al unui radiator electric are rezistența de  $44\ \Omega$  când funcționează în regim normal. Intensitatea curentului electric ce-l străbate

este de  $5\text{ A}$ . Calculați puterea radiatorului în  $\text{kW}$ .

$$R: P = 1,1\text{ kW}$$

21. Un fierbător electric consumă o putere de  $1\text{ kW}$  când este traversat de un curent de  $5\text{ A}$ . Care este valoarea rezistenței încălzitorului?

$$R: R = 40\ \Omega$$

22. Firul conductor al unui încălzitor are rezistența invariabilă de  $R = 24\ \Omega$  și, parcurs de un curent continuu, consumă o putere de  $600\text{ W}$ . Se cer: a) intensitatea curentului; b) energia electrică consumată într-o oră, în  $\text{J}$  și  $\text{kWh}$ .

$$R: I = 5\text{ A}, W = 2,16 \cdot 10^6\text{ J} = 0,6\text{ kWh}$$

23. O lampă electrică, alimentată sub o tensiune constantă  $U = 220\text{ V}$ , consumă o putere de  $100\text{ W}$ . Calculați intensitatea curentului ce străbate lampa și energia electrică consumată în  $8\text{ h}$  (în  $\text{J}$  și  $\text{kWh}$ ).

$$R: I = 0,45\text{ A}, W = 288 \cdot 10^4\text{ J}$$

24. Un fier electric consumă o putere electrică de  $440\text{ W}$  când este traversat de un curent constant de  $4\text{ A}$ . Calculați lungimea firului, știind că diametrul său este de  $0,2\text{ mm}$ , iar rezistivitatea, la temperatura de utilizare, este  $\rho = 10^6\ \Omega\cdot\text{m}$ .

$$R: l = 0,86\text{ m}$$

25. Un radiator electric funcționează la  $U = 200\text{ V}$ , dezvoltând în  $16\text{ min } 40\text{ s}$  căldura  $Q = 8000\text{ kJ}$ . Să se calculeze lungimea conductorului, cunoscând că are secțiunea de  $2\text{ mm}^2$  și este confecționat din nichelină.

$$R: l = 23,8\text{ m}$$

26. Lampa pentru farul auto poartă inscripția  $12\text{ V}, 45\text{ W}$ . Admițând funcționarea în regim normal, calculați: a) intensitatea curentului; b) rezistența lămpii în timpul funcționării; c) energia consumată în  $0,5\text{ h}$ , exprimată în  $\text{kJ}$ ; d) sarcina electrică a electronilor de conducție ce traversează lampa în  $3\text{ h}$ , exprimată în  $\text{kC}$ .

$$R: I = 3,75\text{ A}, R = 3,2\ \Omega$$

$$W = 81\text{ kJ}, q = 40,5\text{ kC}$$

27. O baterie având t.e.m.  $E = 130\text{ V}$  alimentează un rezistor cu rezistența  $R = 25\ \Omega$ . În aceste condiții, puterea electrică în rezistor este  $P = 625\text{ W}$ . Aflați rezistența interioară a bateriei.

$$R: r = 1\ \Omega$$

28. O putere electrică de  $P = 2,5\text{ kW}$  trebuie transportată la distanța  $L = 0,5\text{ km}$ . Știind că circuitul are conductori de cupru cu diametrul  $d = 2\text{ mm}$  și că pierderile de putere pe conductori nu trebuie să depășească  $f = 0,5\%$  din puterea transportată, să se calculeze intensitatea curentului



electric din firele de transport. **R:**  $I = 1,84 \text{ A}$ .

**29.** Să se afle rezistența interioară a unui generator, dacă se știe că puterea dezvoltată în circuitul exterior este aceeași la două valori ale rezistenței circuitului exterior:  $R_1 = 5 \Omega, R_2 = 0,2 \Omega$ .

**R:**  $r = 1 \Omega$ .

**30.** O baterie de rezistență electrică interioară  $r$  este conectată la bornele unui rezistor de rezistență electrică  $R$ . De câte ori poate fi mărită rezistența  $R$  fără ca puterea electrică consumată de acesta să se schimbe?

**R:**  $k = r^2/R^2$ .

**31.** În două pile electrice de rezistențe  $R_1 = 200 \Omega$  și  $R_2 = 500 \Omega$ , conectate pe rând la aceeași sursă electrică, se degajă aceeași putere  $P = 200 \text{ W}$ . Cât este curentul de scurtcircuit al acestei surse electrice?

**R:**  $I_{sc} = 1,6 \text{ A}$ .

**32.** Aflați t.e.m. și rezistența interioară ale unei baterii, dacă la un curent de  $I_1 = 2 \text{ A}$ , puterea în circuitul exterior este  $P_1 = 3 \text{ W}$ , iar la un curent de  $I_2 = 4 \text{ A}$ , puterea este  $P_2 = 4 \text{ W}$ .

**R:**  $E = 2 \text{ V}, r = 0,25 \Omega$ .

**33.** Cât timp trebuie să treacă un curent de  $2,5 \text{ A}$  printr-un rezistor de rezistență de  $50 \Omega$  pentru a produce, prin efect Joule, căldura necesară ridicării temperaturii unui litru de apă de la  $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$  la  $\theta_2 = 100^\circ\text{C}$ ?

**R:**  $\Delta t = 18 \text{ min}$ .

**34.** Un fir metalic cu rezistența de  $6 \Omega$  este introdus în  $300 \text{ g}$  de apă. Fiind parcurs de curent electric timp de  $3 \text{ min } 29 \text{ s}$ , temperatura apei crește cu  $4^\circ\text{C}$ . Cât este intensitatea curentului? Se presupune că toată căldura produsă este absorbită de apă.

**R:**  $I = 2 \text{ A}$ .

**35.** Într-un litru de apă cu temperatura inițială de  $15^\circ\text{C}$  este introdus un fir conductor de rezistență  $4,2 \Omega$ . Prin acest fir trece curent electric cu intensitatea de  $2 \text{ A}$  timp de  $12 \text{ minute}$ . Cât va fi temperatura finală a apei, dacă ea absoarbe toată căldura care se produce?

**R:**  $\theta_f = 17,88^\circ\text{C}$ .

**36.** Un rezistor conectat la o tensiune de  $10 \text{ V}$  este introdus într-un vas care conține  $500 \text{ g}$  apă la temperatura de  $20^\circ\text{C}$ . Un contor, conectat în circuit, înregistrează în timp de o oră un consum de energie de  $0,01 \text{ kWh}$ . Să se afle: a) intensitatea curentului; b) puterea electrică; c) temperatura finală a apei. Se neglijează pierderile.

**R:**  $I = 1 \text{ A}, P = 10 \text{ W}, \theta_f = 37,14^\circ\text{C}$ .

**37.** Pe un boiler electric sunt marcate indicațiile:  $220 \text{ V}; 550 \text{ W}$ . Cerințe: a) interpretarea indicațiilor; b) calcularea rezistenței electrice a boilerului; c) știind că în  $9 \text{ minute}$  de funcționare a boilerului se poate aduce la fierbere  $\frac{1}{2} \text{ l}$  apă cu temperatura inițială  $10^\circ\text{C}$ , să se calculeze randamentul acestuia.

**R:**  $R = 88 \Omega, \eta = 0,64$ .

**38.** În cât timp va crește temperatura a  $3 \text{ l}$  apă de la  $12^\circ\text{C}$  la  $100^\circ\text{C}$ , dacă fierbătorul folosit în acest scop este conectat la un generator ce furnizează un curent cu intensitatea de  $5 \text{ A}$  sub tensiunea  $220 \text{ V}$  și are un randament de  $80\%$ ?

**R:**  $\Delta t = 21 \text{ min}$ .

**39.** Care este masa gheții cu temperatura  $\theta = 10^\circ\text{C}$  care se poate topi în  $\Delta t = 10 \text{ min}$  într-un fierbător electric care lucrează la:  $U = 220 \text{ V}, I = 3 \text{ A}$  și cu randamentul  $\eta = 80\%$ ?

**R:**  $m = 0,9 \text{ kg}$ .

**40.** Câte spire din sârmă de nichelină trebuie înfășurate pe suportul cilindric de diametrul  $d_1 = 1,5 \text{ cm}$  pentru a realiza un încălzitor în care, după  $\Delta t = 10 \text{ min}$ , să fiarbă  $V = 1,2 \text{ l}$  de apă luată la temperatura  $\theta = 10^\circ\text{C}$ ? Randamentul instalației este  $\eta = 60\%$ , diametrul conductorului,  $d_2 = 0,2 \text{ mm}$ , tensiunea rețelei,  $U = 100 \text{ V}$ .

**R:**  $n = 13$ .

**41.** Un încălzitor electric, alimentat la tensiunea de  $120 \text{ V}$ , este parcurs de un curent de  $5,0 \text{ A}$  și, în timp de  $20 \text{ min}$ , încălzește  $1,5 \text{ l}$  apă de la  $16^\circ\text{C}$  la  $100^\circ\text{C}$ . Aflați pierderea de energie în procesul de încălzire și randamentul încălzitorului.

**R:**  $W_p = 191 \text{ kJ}, \eta = 73\%$ .

**42.** Un fierbător electric are rezistența de  $160 \Omega$  și este introdus într-un vas ce conține  $0,5 \text{ l}$  apă la  $20^\circ\text{C}$ . Fierbătorul este conectat la tensiunea de  $220 \text{ V}$ . După  $20$  de minute fierbătorul este scos din vas. Ce cantitate de apă s-a vaporizat, dacă randamentul fierbătorului este de  $80\%$ ?

**R:**  $m = 53 \text{ g}$ .

**43.** Înfășurarea unui electromagnet puternic este alimentată la o tensiune continuă și dezvoltă puterea electrică  $P = 5 \text{ kW}$ . Pentru a preveni arderea înfășurării, electromagnetul este dotat cu o instalație de răcire prin care trece apă și absoarbe  $84\%$  din căldura ce se degajă în înfășurare. Aflați debitul necesar (în  $\text{m}^3/\text{s}$ ), dacă temperatura apei nu trebuie să crească cu mai mult de  $\Delta T = 25 \text{ K}$ .

**R:**  $Q_v = 4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ .

**44.** Un ciocan de lipit are rezistența de  $10 \Omega$ . Știind că tensiunea electromotoare a bateriei este

de 80 V, iar puterea dezvoltată de ciocan în acest caz este de 40 W, să se afle randamentul acestui circuit.

$$R: \eta = 0,25.$$

45. Două rezistoare ale căror rezistențe se află în relația  $R_1 = 8R_2$ , alimentate separat de același generator, degajă căldurile  $Q_1, Q_2$  în același interval de timp. Cunoscând raportul  $Q_1:Q_2 = 1/4$ , să se calculeze raportul randamentelor celor două circuite.

$$R: \eta_1/\eta_2 = \sqrt{2}.$$

46. Elementul galvanic cu  $E = 6$  V dă curentul maxim  $I_{\max} = 3$  A (la scurtcircuit). Care este puterea maximă ce poate fi dezvoltată într-un rezistor?

$$R: P_{\max} = 4,5 \text{ W}.$$

47. Randamentul unui circuit electric simplu este de 75%. De câte ori rezistența circuitului exterior este mai mare decât rezistența sursei?

$$R: R/r = 3.$$

48. Cu ajutorul unui acumulator care are t.e.m. egală cu  $E = 12$  V și rezistența interioară  $r = 3 \Omega$  se încălzește apă. Puterea încălzitorului este  $P = 9$  W. Să se afle rezistența spiralei încălzitorului și randamentul circuitului electric.

$$R: R_1 = 9 \Omega, R_2 = 1 \Omega, \eta_1 = 75\%, \eta_2 = 25\%.$$

49. Determinați randamentul circuitului electric ce conține o baterie cu t.e.m. de 1,45 V și rezistența interioară  $0,4 \Omega$  când este parcurs de un curent de 2,0 A.

$$R: \eta = 45\%.$$

50. Prin variația rezistenței exterioare de la  $R_1 = 6,0 \Omega$  la  $R_2 = 21 \Omega$ , randamentul circuitului se mărește de două ori. Cu cât este egală rezistența interioară a bateriei?

$$R: r = 14 \Omega.$$

51. O baterie caracterizată prin tensiunea electromotoare  $E$  și rezistența interioară  $r$  este conectată la rezistorul de rezistență  $R$ . Puterea maximă în circuitul exterior este  $P = 9$  W. Intensitatea curentului în aceste condiții este  $I = 3$  A. Aflați valorile lui  $E$  și  $r$ .

$$R: E = 6 \text{ V}, r = 1 \Omega.$$

52. Prin legarea la bornele unei baterii cu t.e.m.  $E = 15$  V a unui rezistor cu  $R = 15 \Omega$ , randamentul circuitului electric este  $\eta = 75\%$ . Ce putere maximă se poate dezvolta în circuitul exterior al acestei baterii?

$$R: P_{\max} = 11 \text{ W}.$$

53. O baterie cu tensiunea electromotoare de 16 V este conectată la un consumator. Intensitatea curentului ce trece prin consumator este de 2 A. Randamentul circuitului fiind 0,75, determinați

rezistența interioară a bateriei.

$$R: r = 2 \Omega.$$

54. În circuitul exterior se dezvoltă puterea  $P_1 = 18$  W când randamentul circuitului este  $\eta_1 = 64\%$ . Prin modificarea rezistenței exterioare, randamentul devine  $\eta_2 = 36\%$ . Ce putere se dezvoltă în acest caz în interiorul bateriei?

$$R: P_2 = 32 \text{ W}.$$

**Prof. Rodica LUCA, Iași**

55. O bucată de sârmă din aluminiu cu lungime  $l_0 = 1$  m, prin încălzire cu  $\Delta t$  se alungește cu  $\Delta l_0 = 1,0$  mm. Ce lungime are o bucată de sârmă care se alungește cu  $\Delta l = 11$  cm în aceleași condiții?

$$R: l = 110 \text{ m}.$$

56. Turnul Eiffel din Paris este construit din oțel și are o înălțime de 300 m. Știind că o bară de oțel lungă de 1 m se dilată cu 12 cm când temperatura crește cu un grad, să se calculeze cu cât crește înălțimea turnului când temperatura lui se mărește cu  $25^\circ\text{C}$ ?

$$R: h = 9 \text{ cm}.$$

57. Cum este alcătuită o lamă bimetalică plană, care, după încălzire, capătă forma literei S?

58. O bară de cupru cu lungimea de 3 m s-a dilatat prin încălzire cu 3 mm. Cu cât a crescut temperatura barei, dacă se știe că o bară de cupru lungă de 1 m se dilată cu 16 am când temperatura ei crește cu  $1^\circ\text{C}$ ?

$$R: \Delta t = 69,5^\circ\text{C}.$$

59. De ce instalația de răcire a automobilului nu trebuie să conțină apă în timpul iernii?

60. Explicați fenomenul termic. De ce nu trebuie să turnați apă fierbinte într-un pahar din sticlă aflat la temperatura camerei. Cum se procedează în astfel de cazuri?

61. Dorel îl trage cu sania pe colegul lui, Ionel. Știind că Ionel și sania cântăresc 50 kg, iar coeficientul de frecare la alunecare este 0,1. Să se afle forța de frecare  $F_f$ .

$$R: F_f = 50 \text{ N}.$$

62. Un corp cu masa de 4 kg se deplasează pe o suprafață orizontală sub acțiunea forței de tracțiune orizontale egale cu 40 N. Forța de frecare dintre corp și plan este 10 N. Calculați: a) rezultanta forțelor ce acționează asupra corpului; b) greutatea corpului; c) ce masă trebuie să aibă corepul, astfel încât să nu alunece pe suprafața orizontală atunci când asupra lui acționează această forță de tracțiune.

$$R: R = 30 \text{ N}, G = 40 \text{ N}, m = 16 \text{ kg}.$$

63. Un corp cu masa de 50 kg este tras orizontal,

aplicând o forță de 100 N. Coeficientul de frecare dintre corp și suprafața de sprijin fiind 0,15, reprezentați și arătați forțele ce acționează asupra corpului. Corpul are o mișcare rectilinie uniformă?

**R:**  $Nu$ .

64. Un parașutist, masa căruia împreună cu parașuta este de 80 kg, coboară cu parașuta deschisă cu viteză constantă. Care este forța de rezistență a aerului ce acționează asupra parașutei?

**R:**  $F = 800\text{ N}$ .

65. Calculați modulul forței de tracțiune ce trebuie să acționeze asupra unui paralelipiped din aluminiu cu dimensiunile 50 x 5 x 2 cm, pentru ca acesta să se deplaseze rectiliniu uniform pe o suprafață orizontală, dacă forța de frecare este de 2,7 ori mai mică decât greutatea corpului.

**R:**  $F = 5\text{ N}$ .

66. Dacă de un resort este atârnat un corp cu masa de 4 kg, el se alungește cu 8 cm. Determinați: a) constanta de elasticitate a resortului; b) alungirea resortului, dacă de el se suspendă un corp cu masa de 5 kg. **R:**  $K = 500\text{ N/m}$ ,  $\Delta l = 10\text{ cm}$ .

67. Un inel metalic are masa de 10,5 g și volumul de 1 cm<sup>3</sup>. Determinați: a) densitatea metalului din care este confecționat inelul; b) greutatea inelului; c) alungirea resortului având constanta de elasticitate egală cu 100 N/m, de care se agață inelul.

**R:**  $\rho = 10500\text{ kg/m}^3$ ,  
 $G = 0,105\text{ N}$ ,  $\Delta l = 1,05\text{ cm}$ .

68. Dacă suspendăm un corp cu masa de 3 kg de un dinamometru, resortul se întinde cu 6 cm. Un copil a suspendat un alt corp de același dinamometru și resortul s-a întins cu 4,2 cm. Care era masa corpului suspendat? **R:**  $m = 2,1\text{ kg}$ .

69. Dacă suspendăm un corp cu masa  $m$ , de un resort, el se întinde cu  $\Delta l$ . Când suspendați un corp cu masa de 2 m de alt resort, acesta se întinde cu  $\Delta l/4$ . Care resort are constanta de elasticitate mai mare și de câte ori? **R:**  $Al\text{ doilea, de }8\text{ ori}$ .

70. De ce în apă ne deplasăm mai dificil decât în aer?

71. De ce iarna roțile unor automobile sunt prevăzute cu cepuri, sau sunt legate de jur împrejur cu lanțuri?

72. Cum este orientată forța de frecare de alunecare în raport cu viteza corpului?

73. De ce pe tălpile ghetelor de fotbal se bat cramioane?

74. De ce un camion încărcat cu piatră se poate urni din loc pe un drum lunecos (de gheață) și nu reușește dacă este fără încărcătură?

75. De ce unii meșteri ung cu săpun sau cu lubrifiant șurubul înainte de a înșuruba piesele ce se fixează?

76. Un copil trage rectiliniu uniform o sanie pe un drum orizontal cu o forță de 20 N, orientată orizontal. Care este forța de frecare? **R:**  $F_f = 20\text{ N}$ .

77. O bară de aluminiu cu dimensiunile de 1 x 4 x 2 cm a întins un resort cu 10 cm. Determinați constanta de elasticitate a resortului.

**R:**  $K = 21,6\text{ N/m}$ .

78. Dacă suspendăm un corp cu masa de 2 kg de un dinamometru, resortul lui se întinde cu 4 cm. Cu cât se va întinde resortul dacă suspendăm de el un corp cu masa de 3 kg? **R:**  $y = 6\text{ cm}$ .

79. De un resort a cărui constantă de elasticitate este de 80 N/m și lungimea de 15 cm este suspendat un corp. Calculați greutatea corpului, dacă lungimea resortului deformat este de 15,5 cm. **R:**  $G = 0,4\text{ N}$ .

80. Un corp cu masa de 3 kg este prins în poziție verticală de un resort cu o constantă de elasticitate egală cu 400 N/m. Asupra corpului mai acționează vertical în jos o forță de 10 N. Să se calculeze: a) forța deformatoare  $F$  ce întinde resortul; b) alungirea resortului. **R:**  $F = 40\text{ N}$ ,  $\Delta l = 10\text{ cm}$ .

81. De un resort atârână un corp cu volumul de 2,5 cm<sup>3</sup> și cu densitatea de 2,7 g/cm<sup>3</sup>. Să se calculeze constanta de elasticitate a resortului, dacă alungirea acestuia, sub acțiunea greutății corpului, este de 5 mm. **R:**  $K = 135\text{ N/m}$ .

82. Sub acțiunea unei forțe de 15 N un resort se alungește cu 15 mm. Să se calculeze alungirea acestui resort sub acțiunea unei forțe de 36 N.

**R:**  $\Delta l = 3,6\text{ cm}$ .

83. De un resort cu lungimea de 13 cm este suspendat un corp cu greutatea de 18 N. Să se calculeze constanta de elasticitate a resortului, dacă lungimea acestuia, în urma acțiunii greutății corpului, este de 16 cm. **R:**  $K = 600\text{ N/m}$ .

84. De un resort cu constanta de elasticitate egală cu 400 N/m se suspendă un corp cu greutatea de 20 N. Sub acțiunea greutății corpului lungimea resortului devine egală cu 15 cm. Să se calculeze lungimea inițială a resortului. **R:**  $l_0 = 10\text{ cm}$ .

85. Un corp cu masa de 10 g se atârână de un resort, care îi produce o deformare de 2 mm. Să se calculeze alungirea acestui resort sub acțiune unei forțe de 1 N.  
**R:**  $\Delta l = 2 \text{ cm}$ .

86. Un corp cu masa  $m_1$ , suspendat de un resort, îi produce o alungire de 2 cm. De acest corp se suspendă al doilea corp, cu masa de două ori mai mare decât a primului. Să se determine alungirea suplimentară a resortului.  
**R:**  $\Delta l = 4 \text{ cm}$ .

87. Un vas în formă de paralelipiped cu înălțimea de 20 cm și aria bazei de  $20 \text{ cm}^2$  este plin cu apă. Să se calculeze greutatea apei din vas.  
**R:**  $G = 4 \text{ N}$ .

88. Aflați greutatea aerului dintr-o cameră paralelipipedică cu lungimea de 6 m, lățimea de 5 m și înălțimea de 3 m.  
**R:**  $G = 1161 \text{ N}$ .

89. Greutatea unui corp variază în funcție de locul unde se află pe Pământ. Unde greutatea lui va fi mai mare? Dar mai mică? Argumentați răspunsul.

90. Două corpuri au greutatea totală de 350 N. Știind că greutatea unui corp este de 120 N, determinați masa acestor corpuri.  
**R:**  $m_1 = 12 \text{ kg}, m_2 = 23 \text{ kg}$ .

91. Un cub cu volumul de  $1 \text{ dm}^3$  are greutatea 105 N. Să se afle din ce material este confecționat cubul.  
**R:** *Argint*.

92. O sferă metalică cu volumul exterior de  $160 \text{ cm}^3$  conține cavitați al căror volum reprezintă un sfert din volumul sferei. Știind că sfera este din fier, să se afle greutatea ei.  
**R:**  $G = 9,36 \text{ N}$ .

93. Să se afle greutatea unui corp din aluminiu, care are volumul de  $0,0001 \text{ dm}^3$ .  
**R:**  $G = 2,7 \text{ mN}$ .

94. Ce este mai greu: a) un kilogram de puf sau un kilogram de fier; b) un metru cub de puf sau un metru cub de fier?

95. Ce greutate avea N. Armstrong pe Lună, dacă pe Pământ, împreună cu echipamentul, cântărea 84 kg? (Forța de greutate pe Lună este de 6 ori mai mică decât pe Pământ).  
**R:**  $G = 140 \text{ N}$ .

96. De ce pe Lună se pot face sărituri mai mari decât pe Pământ?

97. O ladă cu mere are pe Pământ greutatea 300 N. Ce greutate va avea această ladă pe Lună? Care este masa lăzii pe Pământ? Dar pe Lună?

98. Un corp paralelipipedic cu lungimea de 1 m și lățimea de 50 cm, confecționat din aluminiu, are greutatea de 270 ori mai mare decât a unui  $\text{dm}^3$  de

apă. a) Calculați înălțimea paralelipipedului; b) Aflați greutatea acestui corp pe planeta Marte, cunoscând că  $g_M = 3,6 \text{ N/kg}$ .  
**R:**  $h = 20 \text{ cm}, G = 972 \text{ N}$ .

99. O carte se află pusă pe o masă. Care este perechea de forțe acțiune-reacțiune?

100. Trei forțe coliniare au modulele:  $F_1 = 4 \text{ N}$ ,  $F_2 = 6 \text{ N}$ ,  $F_3 = 10 \text{ N}$ . Care este sensul lor pentru a se obține: a) rezultanta maximă și valoarea ei; b) rezultanta minimă și valoarea ei; c) rezultanta egală cu 8 N, 12 N?

101. Un corp interacționează cu alte trei corpuri. Câte forțe acționează în acest sistem de corpuri?  
**R:** *12 forțe*.

102. Un corp cu masa de 0,2 kg este legat de două dinamometre. Care sunt indicațiile dinamometrului de jos, dacă cel de sus indică 5 N?  
**R:**  $F = 3 \text{ N}$ .

103. Trei forțe au direcția-suport comună. Rezultanta lor poate lua valorile 16 N, 12 N, 4 N și 0 N. Determinați valorile forțelor.  
**R:**  $F_1 = 8 \text{ N}, F_2 = 6 \text{ N}, F_3 = 2 \text{ N}$ .

104. Greutatea unui copil este de 440 N. Care este masa acestuia?  
**R:**  $m = 44 \text{ kg}$ .

105. Un elefant are masa de 600 kg. Să se afle greutatea lui.  
**R:**  $G = 6 \text{ kN}$ .

106. Calculați greutatea unei bucăți de cauciuc cu volumul de  $0,001 \text{ m}^3$ .  
**R:**  $G = 6 \text{ kN}$ .

107. Înainte de a depozita caroseriile vechi ale automobilelor, acestea sunt presate, pentru a ocupa mai puțin loc. Se modifică greutatea caroseriei prin această operațiune?

108. Avem două sacoșe: prima cu un kilogram de zahăr, iar a doua cu un kilogram de lână. Care are masa mai mare? Dar greutatea? Dar volumul? Dar densitatea?

109. Într-un vas ce cântărește 500 g, se toarnă 3 litri de petrol. Să se afle greutatea totală.  
**R:**  $G = 29 \text{ N}$ .

110. Un corp de sticlă cântărește 200 g. Ce masă are o placă de cupru cu același volum?  
**R:**  $m = 712 \text{ g}$ .

111. Un măr are masa de 200 g. Să se afle volumul și densitatea acestuia, știind că volumul apei din măsură, în care a fost introdus mărul, a crescut de la  $15 \text{ dm}^3$  la  $15,2 \text{ dm}^3$ .  
**R:**  $V = 0,2 \text{ dm}^3, \rho = 1 \text{ g/cm}^3$ .

112. Câte grame de cupru trebuie să adăugăm la



100 de aur pentru ca densitatea aliajului obținut să fie egală cu  $13350 \text{ kg/m}^3$ ? **R:**  $m = 61,658 \text{ g}$ .

113. Prin umplerea unei sticle cu ulei, aceasta cântărește cu 200 g mai mult decât atunci când conținea benzină. Aflați volumul sticlei.

**R:**  $V = 2 \text{ litri}$ .

114. Pe coridorul școlii s-a așternut o bucată de linoleum cu următoarele dimensiuni: grosimea 3 mm, lățimea 2 m și lungimea 10 m. Știind că linoleumul are masa de 72 kg, să se calculeze densitatea lui.

**R:**  $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$ .

115. Într-un bazin de formă paralelipipedică apa a înghețat, formând un bloc cu înălțimea de 2 m. Să se calculeze înălțimea stratului de apă ce se formează prin topirea gheții.

**R:**  $h = 1,8 \text{ m}$ .

116. Câte kilograme de glicerină încap într-o sticlă ce este umplută cu 1 kg de petrol lampant?

**R:**  $m = 1,575 \text{ kg}$ .

117. Un bloc de marmură de formă cubică are masa egală cu 2700 kg. Din bloc este tăiat un cub cu latura de 0,5 m. Care este masa bucății de marmură rămasă?

**R:**  $m = 2362,5 \text{ kg}$ .

118. Un obiect de alamă cu volumul exterior de  $6 \text{ dm}^3$  cântărește 42,5 kg. Să se demonstreze că în acest corp există cavități și să se afle volumul lor.

**R:**  $V = 1 \text{ dm}^3$ .

119. Doi copii trag simultan de o săniuță cu forțele 5 N și 3 N în aceeași direcție, dar în sensuri opuse. Care este rezultanta forțelor și sensul ei?

120. Două forțe,  $F_1$  și  $F_2$ , sunt coliniare. Dacă acționează în același sens, rezultanta lor este 68 N, iar dacă acționează în sensuri opuse, rezultanta lor este de 24 N. Ce mărime are fiecare forță?

**R:**  $F_1 = 46 \text{ N}, F_2 = 22 \text{ N}$ .

121. Care este densitatea unei bucăți de lemn uscat cu masa de 1,5 kg și volumul de  $3 \text{ dm}^3$ ?

**R:**  $\rho = 500 \text{ kg/m}^3$ .

122. Ce volum are un șurub de fier, dacă masa lui este de 15,6 kg?

**R:**  $V = 2 \text{ cm}^3$ .

123. Pentru a nichela un obiect cu suprafața de  $10 \text{ dm}^2$ , au fost întrebuințate 8,9 g de nichel. Ce grosime are stratul de nichel?

**R:**  $h = 0,01 \text{ m}$ .

124. Care este volumul (în  $\text{cm}^3$ ) al unei sfere din sticlă cu masa de 50 g?

**R:**  $V = 20 \text{ cm}^3$ .

125. Să se afle masa unui clește de oțel care ocupă un volum de  $0,05 \text{ dm}^3$ .

**R:**  $m = 390 \text{ g}$ .

126. Stabiliți masa unei alice de plumb, știind că

50 de alice au volumul de  $5 \text{ cm}^3$ . **R:**  $m = 1,13 \text{ g}$ .

127. Un corp metalic are masa de 19,3 g, iar volumul său este de  $1 \text{ cm}^3$ . Să se afle densitatea corpului și tipul metalului.

**R:**  $\rho = 19,3 \text{ g/cm}^3$ , aur.

128. Aflați volumul unui aisberg cu masa de 4500 t.

**R:**  $V = 5000 \text{ m}^3$ .

129. Un corp este argintat cu un strat de 0,08 mm. Știind că s-au folosit 210 g de argint, calculați suprafața corpului.

**R:**  $S = 0,25 \text{ m}^2$ .

130. Cumpărătorul este interesat de masa corpului sau de greutatea lui? Dar cel care îl transportă?

131. Care este greutatea unui corp cu masa de 75 kg?

**R:** 750 N.

132. De ce s-a afirmat că la Jocurile Olimpice de la Mexico (altitudinea – 2274 m) aruncătorii și săritorii au fosta avantajați?

133. Greutatea unui corp este 200 N. Ce masă are corpul?

**R:**  $m = 20 \text{ kg}$ .

134. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile  $20 \times 5 \times 4 \text{ cm}$ . Știind densitatea materialului din care este confecționat corpul este de  $7 \text{ g/cm}^3$ , să se afle masa și greutatea paralelipipedului.

**R:**  $m = 2,8 \text{ kg}, G = 28 \text{ N}$ .

135. Care este greutatea unui cub din cupru cu densitatea de  $8900 \text{ kg/m}^3$  și cu latura de 20 cm.

**R:**  $G = 712 \text{ N}$ .

136. Pentru a determina volumul unei piese din plumb, aceasta se suspendă de un dinamometru. Indicația dinamometrului este de 5,65 N. Ce volum are piesa? ( $\rho_{\text{Pb}} = 11,3 \text{ g/cm}^3$ ).

**R:**  $V = 50 \text{ cm}^3$ .

137. Un cub din lemn are densitatea de  $700 \text{ kg/m}^3$ , iar latura de 10 cm. Considerând  $g = 10 \text{ N/kg}$ , determinați: a) volumul cubului (în  $\text{cm}^3$ ); b) masa lemnului conținut în cub; c) greutatea cubului.

**R:**  $V = 1000 \text{ cm}^3, m = 700 \text{ g}, G = 7 \text{ N}$ .

138. Cum veți determina greutatea unui bob de orez?

139. Un cilindru metalic are masa de 210 g. Ce va indica un dinamometru, dacă cilindru este suspendat de cârligul acestuia? Din ce metal este confecționat cilindru, știind că are volumul de  $20 \text{ cm}^3$ ?

**R:**  $G = 2,1 \text{ N}, \rho = 10,5 \text{ g/cm}^3$ , argint.

Mihai MARINCIUC, Vladimir GHETU,  
Mircea MIGLEI, Miron POTLOG, Chișinău

## O REPREZENTARE GRAFICĂ A FORMULEI LENTILELOR SUBȚIRI

Prof. Marian CIUPERCEANU, Colegiul Național „Frații Buzești”, Craiova

Articolul pornește de la observarea analogiei dintre rezultatul unei probleme de geometrie plană și formula lentilelor subțiri. Construirea unei figuri în care sunt reprezentate distanța obiect-lentilă, distanța focală și distanța imagine-lentilă și care permite aflarea simplă, pe cale geometrică a uneia din cele trei mărimi reprezentate în funcție de celelalte două poate părea interesantă având în vedere punctul de pornire aparent îndepărtat.

### Determinarea pe cale analitică a poziției imaginii unui obiect prin lentile

Pentru construirea imaginii unui punct luminos prin lentilă, vom reprezenta grafic:

- o rază de lumină ce “pleacă” dintr-un punct al obiectului și care trecând prin centrul optic al lentilei traversează lentila fără să fie deviată;

- o rază de lumină care “pleacă” dintr-un punct al obiectului și este paralelă cu axa optică principală, după refracție prin lentilă trece prin focarul imagine (lentilă convergentă) sau prelungirea ei trece prin focarul imagine (lentilă divergentă).

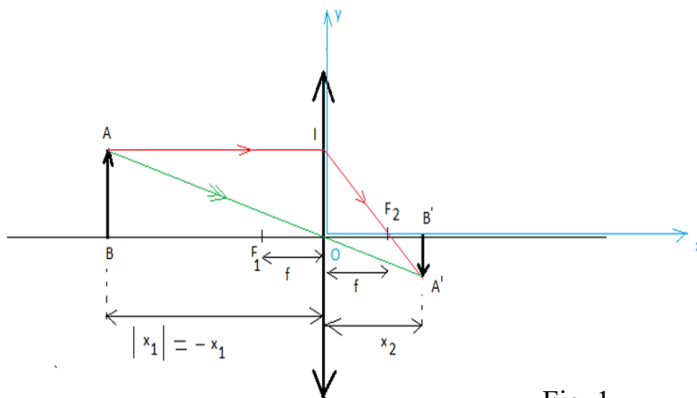


Fig. 1

Se alege un sistem de două axe de coordonate perpendicular  $xOy$  cu originea în centrul optic al lentilei și axa  $Ox$  pe direcția și în sensul propagării luminii.

Poziția imaginii  $A'B'$  ( $x_2$ ) unui obiect  $AB$ , formată de o lentilă, depinde atât de distanța dintre obiect și lentilă  $|x_1| = -x_1$ , cât și de distanța focală ( $f$ ) a lentilei (fig. 1). Din asemănarea triunghiurilor dreptunghice  $\triangle OBA \sim \triangle OB'A'$  deducem:

$$\frac{|x_1|}{x_2} = \frac{y_1}{|y_2|} \quad (1)$$

Din asemănarea triunghiurilor dreptunghice  $\triangle F_2OI \sim \triangle F_2B'A'$  deducem:

$$\frac{f}{x_2 - f} = \frac{y_1}{|y_2|} \quad (2)$$

Din relațiile (1) și (2) obținem:  $\frac{|x_1|}{x_2} = \frac{f}{x_2 - f}$

$$\text{sau } \frac{1}{x_2} + \frac{1}{|x_1|} = \frac{1}{f} \quad (3)$$

**Problemă de geometrie:** Pe latura  $AB$  a unui triunghi oarecare, cu  $m(\sphericalangle ACB) = 120^\circ$

se construiește bisectoarea  $CD$ ,  $D \in (AB)$ .

Demonstrați că:  $\frac{1}{CD} = \frac{1}{BC} + \frac{1}{AC}$

**Soluție:** Construim paralela prin  $A$  la  $CD$  care taie prelungirea lui  $BC$  în  $A_1$  ( $AA_1 \parallel BC$ ) și paralela prin  $B$  la  $CD$  care taie prelungirea laturii  $AC$  în  $B_1$  ( $BB_1 \parallel CD$ )

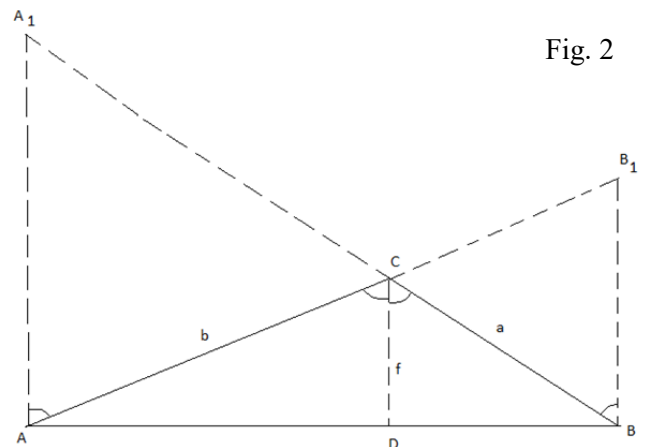


Fig. 2

(1)

Avem atunci:

$$m(\sphericalangle AA_1C) = m(\sphericalangle DCA) = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ \quad (\text{unghiuri alterne interne})$$

$$m(\sphericalangle ACA_1) = 180^\circ - m(\sphericalangle C) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

Deci triunghiul  $\triangle AA_1C$  este echilateral si:

$$AA_1 = AC = b \quad (4)$$

Analog, triunghiul  $\triangle BB_1C$  este echilateral si

$$BB_1 = BC = a \quad (5)$$

Din asemănarea triunghiurilor  $\triangle ACD \sim \triangle AB_1B$  rezultă:

$$\frac{CD}{BB_1} = \frac{AD}{AB} \quad (6)$$

iar din asemănarea triunghiurilor  $\triangle BCD \sim \triangle BA_1A$  rezultă:

$$\frac{CD}{AA_1} = \frac{BD}{AB} \quad (7)$$

Adunând relațiile (6) și (7) și ținând cont de (4) și (5) obținem:

$$\frac{CD}{BB_1} + \frac{CD}{AA_1} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{CD} \quad (8)$$

### Determinarea grafică a distanței imagine-lentilă în funcție de distanța focală a lentilei și de distanța obiect-lentilă

O analogie între formula lentilelor subțiri (3) și relația (8) dintre bisectoarea în triunghiul cu un unghi de  $120^\circ$  și laturile acestuia oferă următoarea modalitate simplă de reprezentare a relației dintre distanța obiect-lentilă, distanța focală și distanța imagine-lentilă. Să desenăm pe laturile unui unghi de  $120^\circ$  și pe bisectoarea acestuia trei scări gradate care să reprezinte cele trei mărimi ce intervin în formula lentilelor: distanța obiect-lentilă  $|x_1|$ , distanța focală  $f$  și distanța imagine-lentilă  $x_2$  (fig. 3).

Cu ajutorul acestei figuri obținem ușor valoarea distanței imagine-lentilă  $x_2$  corespunzătoare unei distanțe obiect-lentilă  $|x_1|$  și distanță focală  $f$

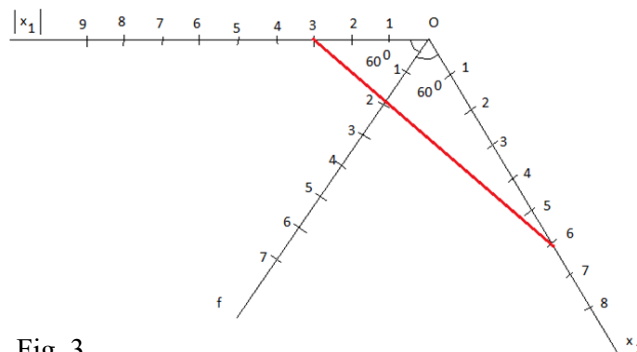


Fig. 3

cunoscute. Dacă fixăm rigla pe figură astfel încât să intersecteze scările  $|x_1|$  și  $f$  în punctele notate cu valorile date, atunci punctul de intersecție al riglei cu scara  $x_2$  ne dă valoarea căutată pentru poziția imaginii în raport cu lentila. De exemplu, pentru  $|x_1| = 3$  (unități de lungime),  $f = 2$  (unități de lungime), obținem pe cale grafică  $x_2 = 6$  (unități de lungime).

Valorile mărimilor fizice distanță obiect-lentilă, distanță focală și distanță imagine-lentilă sunt legate, în modelul nostru, prin coliniaritatea geometrică.

#### Bibliografie:

\* Panaghianu, M., Șerban, M., Turcitu, D., *Fizica-manual pentru clasa a IX-a*, Editura Radical, Craiova, 2004;

\* Colecția *Gazeta Matematică Seria B*

Mihaela BULAI, Elena BULAI

### ISTORIA ANECDOTICĂ A ȘTIINȚEI

Aprox. 400 î.Hr.

- **Democrit** susține că obiectele din lumea înconjurătoare radiază fascicule care provoacă percepții vizuale în creierul uman.

#### ÎNȚELEPTUL DEMOCRIT

Maximele morale ale lui **Democrit** ne-au rămas într-un număr mult mai mare decât fragmentele care se referă la fenomenele fizice. Ele exprimă o înțelepciune la fel de veche ca și popoarele. Pentru Democrit fericirea depinde doar de om și se poate realiza prin „stăpânirea poftelor și instinctelor”. El

numește fericirea „bună dispoziție”, „omenie”, „echilibru”, „liniște sufletească”; aceste virtuți se pot realiza prin măsură în toate, puritatea inimii, cultivarea spiritului și dezvoltarea inteligenței. Comentarii îl prezintă ca pe un om dârz, perseverent, cu o curiozitate aprinsă și o mare putere de muncă.

Reproducem în continuare câteva fragmente din opera lui Democrit care scot în evidență concepția lui etică:

- „Cine alege bunurile sufletești acela alege ceea ce

este divin; cine alege pe cele ale trupului, alege ceea ce este omenesc”.

- „Gloria și bogăția nu sunt bunuri sigure, dacă nu este minte”.

- „Oamenii nu sunt fericiți nici prin plăcerile corporale, nici prin aur și bunuri, ci prin onestitate și rațiune”.

- „Bucuriile cele mai mari își au originea în gustarea oprelor de artă”.

- „Nici arta și nici știința nu pot fi cucerite fără ca cineva să fi învățat mai întâi”.

- „Oamenii devin capabili prin exercițiu și mai puțin prin predispozițiile proprii originare”.

- „Predispoziția spre rău se dezvoltă prin atingerea cu cei răi”.

- „A răbda resemnat o purtare rea a cuiva este semn de înțelepciune”.

- „Un om care se află mereu sub puterea banului nu poate fi drept niciodată”.

- „Curajul este începutul faptei, dar norocul este stăpân pe rezultat”.

- „Omul bun nu se sinchisește de critica celui rău”.

- „Cel care nedreptățește e mai nefericit ca cel nedreptățit”.

- „Pentru cei fără minte e mai bine să fie conduși, decât să conducă”.

După cum se poate vedea din aceste câteva fragmente, Democrit prezintă o concepție morală foarte înaltă față de predecesorii săi. De aceea, zugrăvii bisericilor românești îl zugrăvesc alături de Platon și Aristotel, fie pe exteriorul bisericilor, fie pe spatele iconostasului, ca în catedrala Patriarhală din București.

Democrit, filosoful „cel veșnic râzător”, care și-a scos ochii spre a nu fi tulburat de ei în cercetarea adevărului, a părăsit lumea aceasta în anul 360 î.Hr., la o vârstă respectabilă.

### 390-360 î.Hr.

- **Platon** începe să lucreze la trilogia *Timen*, *Critias* și *Hemocrates*, dar termină numai volumul I în care formulează o teorie proprie asupra elementelor primare care, după el, ar fi: aer, apă, foc, pământ și eter.

- În 387 î.Hr. Platon deschide lângă Atena o școală care se va numi Academia și va funcționa până în 529 d.Hr. În mintea lui Platon apare ideea că pe

cealaltă parte a globului pământesc există un continent pe care îl numește „antipod”.

### NICIUN PAS ÎNAINTE!

**Platon** (427-348 î.Hr.) s-a născut la Atena din părinți ce descindeau din familii de greci. Olimpiodor a transmis despre Platon următoarea legendă: imediat după naștere, în timp ce părinții lui aduceu jertje zeilor, albinele zburau în jurul copilului și-i depuneau pe buze miere și de aceea acesta va vorbi mai târziu atât de frumos și de inspirat. Dascăl i-a fost marele Socrate, iar Aristotel i-a fost unul dintre cei mai străluciți elevi.

Prin instrucția temeinică primită, prin influența pe care a exercitat-o asupra sa atmosfera spirituală în care a trăit, Platon a câștigat o cultură imensă, devenind cel mai mare „sculptor al ideilor” din antichitate. O legendă spune că Dyonisios cel Bătrân l-a vândur pe Platon ca sclav în Engina deoarece îi considera supărătoare prezența, iar prietenii l-au cumpărat și l-au eliberat din sclavie. Acest fapt ar putea explica hotărârea lui Platon de a se retrage din politică și de a deschide o școală filosofică la Atena, cu numele de „Academia”. În ceea ce privește fizica, se pot observa la marele filosof influențele filosofilor antesocratici: Democrit, Pitagora și Empedocle. În opera sa se regăsesc ideile acestora, Platon fiind el însuși conștient că în filosofia naturii nu-i poate depăși. Afirmă chiar că acele considerații pe care le face asupra naturii sunt un simplu joc.

Se pare că Platon a cunoscut fenomenul rotației Pământului în jurul axei proprii, că aerul are greutate și a dat o explicație științifică sunetului. De asemenea, scrie despre fenomenele magnetice și chiar semnalează fenomenul de magnetizare indusă a unei bucăți de fier care, pusă în contact cu o piatră magnetică, va căpăta proprietăți magnetice.

Într-un dialog platonician, Socrate, ca personaj, spune: „În tinerețea mea aveam o dorință de neînchipuit să cunosc această știință care este fizica. Vedeam ceva sublim în a ști cauzele fiecărui lucru... însă mă trezeam mai nepriceput, după toate aceste cercetări”.

Atât Socrate, cât și Platon, vor evita pe cât posibil științele naturii, refugiindu-se în etică. Deși mari filosofi, cei doi nu au determinat progrese în științele naturii, în schimb biografiile și fizionomia lor scot în evidență frumusețea morală, măsura și



armonia, seriozitatea principiilor pe care și-au durat existența, înălțarea solemnă spre ceea ce este nobil pentru gândirea omenească. Toate acestea reprezintă și astăzi strălucit exemplu, izvor de forță

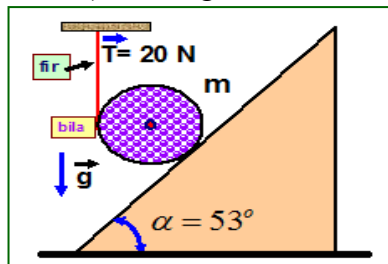
morală pentru toți cei care își găsesc sensul vieții în studiu, în munca de cunoaștere științifică, în strădania de a fi de folos semenilor.

PROBLEME PROPUSE

Clasa a IX-a

LICEU

1. O sferă omogenă de masă  $m = 5\text{kg}$ , se află în repaus și în echilibru pe un plan înclinat (și fix/imobil) cu unghi de înclinare  $\alpha = 53^\circ$ , față de

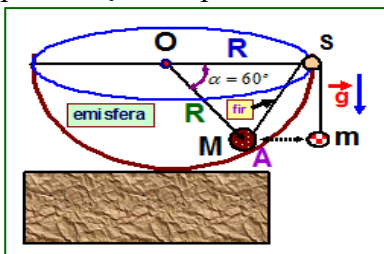


orizontală, așa cum se arată în figura alăturată!, prin intermediul unui fir ideal, vertical, tensiunea

(mecanică!, indicată de un dinamometru ideal intercalat în fir) fiind  $T = 20\text{N}$ , firul fiind vertical!. Determinați forța de frecare statică dintre sferă/bilă și planul înclinat în acest caz? (se consideră accelerația gravitațională locală  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\sin 53^\circ = 4/5 = \cos 37^\circ$ ).

R:  $F_{fs} = 24\text{N}$ .

2. Sistemul mecanic format din corpurile  $M$  și  $m$  legate prin intermediul unui fir ideal și trecute peste un mic scripete  $S$  (de asemenea considerat ideal), este în echilibru instabil, corpul de masă  $M$ , aflându-se în punctul  $A$ , în interiorul unei emisfere (fixate rigid) de rază  $R$ . Unghiul făcut de raza  $OA$  cu orizontala este  $\alpha = 60^\circ$ , corpurile  $M$  și  $m$  fiind la același nivel (vezi figura!). În urma unei mici perturbații, corpul de masă  $M$ , urcă pe peretele emisferei ajungând din punctul  $A$ , în punctul  $S$  (la scripete), iar corpul  $m$ , coborând vertical; emisfera este fixată rigid de o

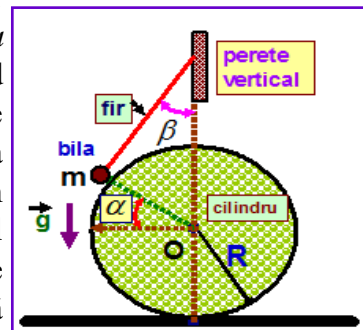


suprafață orizontală, prevăzută cu un perete vertical!. Cunoscând doar mărimile fizice:  $m$  - masa corpului ce atârna vertical, raza semisferei  $R$  și unghiul  $\alpha = 60^\circ$ , accelerația gravitațională  $g$  și neglijând frecările, determinați energia cinetică maximă a sistemului celor două corpuri, în

momentul când corpul de masă  $M$ , ajunge în  $S$ .

R:  $E_{cin.sistem} = (1/2) \cdot mgR$ .

3. O bilă considerată punctiformă, având masa  $m = 16\text{kg}$ , se sprijină pe suprafața laterală, netedă, a unui cilindru de rază  $R$  (fix/imobil), prin intermediul unui fir ideal, ca în figura alăturată!, firul fiind

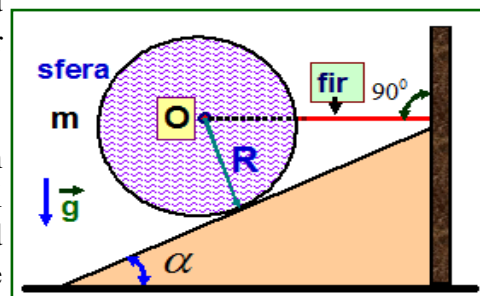


legat pe un perete vertical, prelungirea acestuia trecând prin centrul  $O$ , al suprafeței transversale a cilindrului. Știind că toate frecările sunt

neglijabile, cunoscând unghiurile  $\alpha = 53^\circ = \beta$ , masa bilei  $m = 16\text{kg}$  și accelerația gravitațională  $g = 10\text{m/s}^2$ , determinați forța de tensiune  $T$  din firul de legătură.

R:  $T = 96\text{N}$ .

4. O sferă omogenă de rază  $R$ , se sprijină (în repaus) pe suprafața netedă a unui plan înclinat sub unghiul  $\alpha = 37^\circ$  față de orizontală, planul înclinat fiind imobil. Sfera este legată prin intermediul unui fir ideal de un perete vertical, ca în figura alăturată, firul fiind

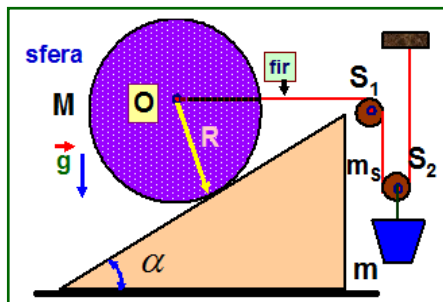


orizontal, iar prelungirea acestuia trecând prin centrul sferei  $O$ . Neglijând forța de frecare dintre sferă și

planul înclinat și cunoscând greutatea sferei  $G = 100\text{N}$ , respectiv unghiul de înclinare al planului  $\alpha = 37^\circ$  ( $\sin 37^\circ = 3/5 = \cos 53^\circ$ ), determinați forța de reacțiune normală  $N$  din partea planului înclinat ce acționează asupra sferei.

R:  $N = 125\text{N}$ .

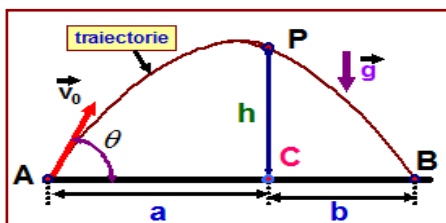
5. Determinați masa  $M$  a sferei, aflată în echilibru pe planul înclinat sub unghiul  $\alpha = 53^\circ$  față de orizontală, prin intermediul unui fir de masă neglijabilă (ideal) trecut peste doi scripeți identici, unul fix  $S_1$ , celălalt mobil  $S_2$ , fiecare scripete având masa  $m_s = 2\text{kg}$ , iar corpul agățat de axul scripetelui mobil având masa  $m = 14\text{kg}$  (vezi figura!).



Toate frecările sunt neglijabile, planul înclinat este fix, iar accelerația gravitațională locală este  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\sin 53^\circ = 4/5 = \cos 37^\circ$

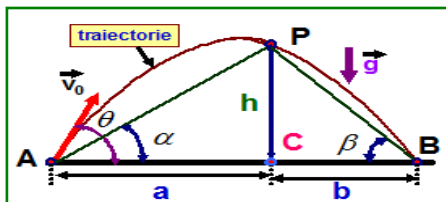
**R:**  $M = 6\text{kg}$ .

6. Din punctul A se lansează oblic în câmp gravitațional uniform, o bilă punctiformă care cade în punctul B, situat pe aceeași orizontală ca și A. Un punct P de pe traiectoria corpului se află la înălțimea  $h = PC$  de sol/orizontală, iar distanțele de la punctul C la punctul de lansare A, respectiv de la C



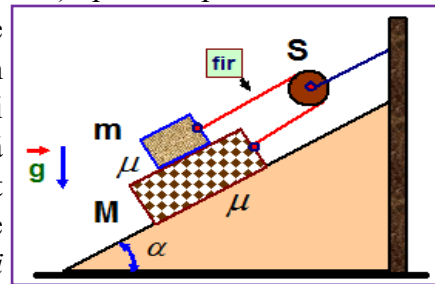
la punctul B, unde bila lovește solul, sunt  $a = CA$  și respectiv  $b = CB$  (vezi figura!). Demonstrați că între unghiul de lansare  $\theta$ , al bilei și mărimile  $a$ ,  $b$  respectiv  $h$ , există relația:  $\text{tg}\theta/h = (1/a) + (1/b)$ . Se neglijează frecările.

7. Dacă la problema anterioară, punctul P de pe traiectoria corpului este văzut din punctul de lansare (A), respectiv punctul B, unde bila lovește solul, sub unghiurile  $\alpha = m(\widehat{PAB})$  și respectiv  $\beta = m(\widehat{PBA})$ , față de orizontală (vezi figura!), demonstrați că între unghiul de lansare  $\theta$ , al bilei și unghiurile  $\alpha$ , respectiv  $\beta$  există relația:  $\text{tg}\theta = \text{tg}\alpha + \text{tg}\beta$ . Se neglijează frecările.



8. Un corp de masă  $m$  se află așezat peste

scândura de masă  $M$  ( $M > m$ ), sistemul fizic fiind în echilibru/repaus (la *limită!*, tendința de mișcare a scândurii  $M$ , fiind de coborâre pe planul înclinat considerat fix/imobil) pe un plan înclinat sub unghiul  $\alpha$  față de orizontală, prin intermediul unui fir de masă neglijabilă trecut peste scripetele ideal, fix  $S$  (vezi figura!).



Între cele două corpuri  $m$  și  $M$ , coeficientul de frecare la alunecare/static este  $\mu$ , la fel ca și coeficientul de frecare  $\mu$  dintre scândură și planul înclinat. Cunoscând mărimile fizice  $m$ ,  $M$  și  $\alpha$ , determinați coeficientul de frecare static  $\mu$ .

**R:**  $\mu = \frac{M - m}{3m + M} \cdot \text{tg}\theta$ .

9. Doi vectori  $\vec{a}$  și  $\vec{b}$  sunt coplanari, unghiul dintre ei fiind  $\alpha$ .

Notăm cu  $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$  vectorul sumă, respectiv cu  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ , vectorul diferență a celor 2 vectori.

Demonstrați că în cazul când modulele celor doi vectori  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  sunt egale:  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = v$ , atunci:

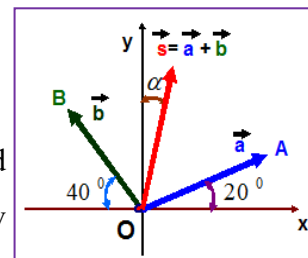
$|\vec{s}| = 2v \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$ , iar  $|\vec{d}| = 2v \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$ .

$|\vec{s}| = 2v \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$ , iar  $|\vec{d}| = 2v \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$ .

10. Doi vectori  $\vec{a}$  și  $\vec{b}$  sunt coplanari având modulele egale:  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 15\text{u}$ , fiind reprezentați în

sistemul de axe ortogonale din figura alăturată. Determinați unghiul  $\alpha$  dintre vectorul sumă

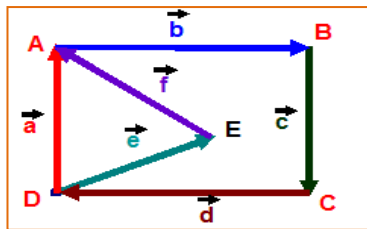
$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$  și axa  $Oy$ , știind unghiul dintre vectorul  $\vec{a}$  axa  $Ox$  ca fiind egal cu  $20^\circ$ , respectiv dintre vectorul  $\vec{b}$  și axa  $Ox$ , ca fiind egal cu  $40^\circ$ .



**R:**  $\alpha = 10^\circ$

11. Determinați vectorul rezultant

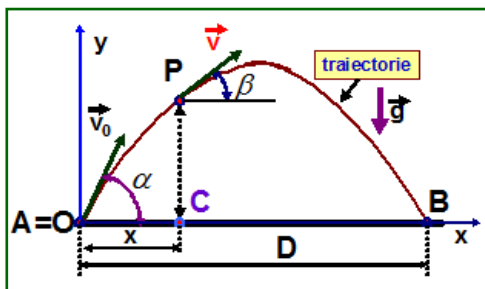
$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} + \vec{f},$$



următoare.

$$R: \vec{R} = \vec{a}.$$

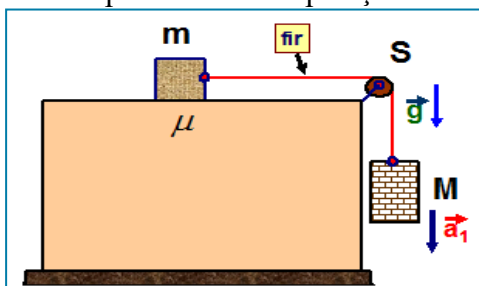
12. Din punctul A (care coincide cu O) se lansează oblic în câmp gravitațional uniform, o bilă punctiformă care cade în punctul B, care se află pe aceeași



horizontală ca și A. Unghiul de lansare al bilei față de orizontală este  $\alpha$ , iar bătaia bilei pe

orizontală fiind  $D = AB$  (vezi figura!). Notăm cu  $\beta$ , unghiul pe care-l face vectorul viteză  $\vec{v}$  în acel punct P cu orizontala și cu  $x = CO$ , distanța de la punctul de lansare A(= O) la verticala ce trece prin punctul P aflat pe traiectoria corpului. Deduceți că sunt valabile următoarele relații referitoare la mișcarea bilei:  $y(t) = x \cdot \text{tg} \alpha - x^2 \cdot (\text{tg} \alpha / D)$ , - ecuația traiectoriei și  $\text{tg} \beta = (1 - 2x/D)$ . Se neglijează forțele de frecare.

13. Corpurile de mase  $m$  și respectiv  $M$  ( $M > m$ ) sunt legate printr-un fir ideal ce trece peste un scripete ideal. În poziția din figura alăturată,

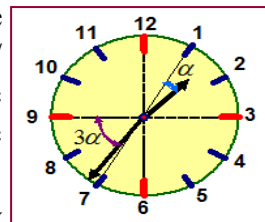


corpurile se mișcă cu accelerația  $a_1$ , iar dacă (inter) schimbăm corpurile între ele, accelerația

sistemului devine  $a_2$ . Știind că între corpuri și planul orizontal avem același coeficient de frecare la alunecare  $\mu$ , determinați suma celor două accelerații,  $(a_1 + a_2)$ ; se cunoaște accelerația gravitațională  $g$  și coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ . Caz particular:  $\mu = 0$ , lipsa frecărilor. Ce condiție trebuie îndeplinită pentru a avea loc ambele mișcări? Calculați raportul tensiunilor  $k =$

$T_1/T_2$  din fir.  $R: a_1 + a_2 = g(1 - \mu); m > \mu M; k = 1$

14. Folosind noțiunile studiate la mișcarea circulară uniformă sau de matematică, ce oră (ora/minute/secunde) indică ceasul clasic din figura alăturată. Se cunosc unghiul dintre acul orar și ora 1 ca fiind  $\alpha(=?!?)$ , respectiv unghiul dintre acul indicator minutar cu ora 9, ca fiind  $3\alpha$ .

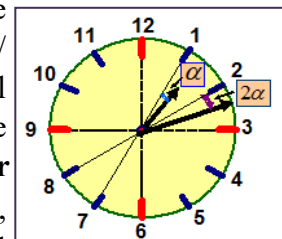


$$R: t = 1h36min$$

15. Un ceas clasic (cu ace orar, respectiv minutar) indică ora  $12^{00}$ . După cât timp, pentru prima dată, presupunând că schimbând pozițiile orarului cu minutarul reciproc, acestea indică în noua poziție o nouă oră corectă.

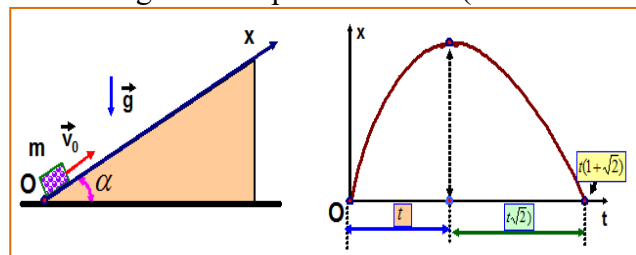
$$R: t \approx 12h5,035min. \approx 12k5min.21sec., \text{ momentul corespunzător la schimbarea acelor fiind } T \approx 1h0,419min. \approx 1h0min.25sec.$$

16. Folosind noțiunile studiate la mișcarea circulară uniformă sau de matematică, ce oră (ora/minute/secunde) indică ceasul clasic din figura alăturată. Se cunosc unghiul dintre acul orar și ora 1 ca fiind  $\alpha(=?!?)$ , respectiv unghiul dintre acul indicator minutar cu ora 2, ca fiind  $2\alpha$ .



$$R: t = 1h12min$$

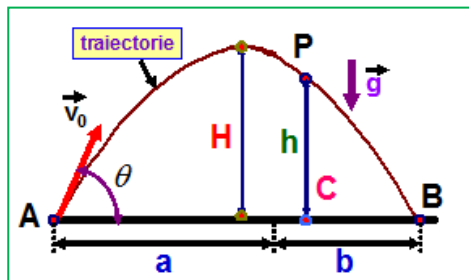
17. Un corp considerat punctiform este lansat în sus de-a lungul unui plan înclinat (suficient de



lung!) care formează unghiul  $\alpha = 37^\circ$  ( $\cos 37^\circ = 4/5$ ) cu orizontală, revine la baza planului după timpul (total)  $t(1 + \sqrt{2})$ , timpul de urcare fiind  $t$  (vezi figurile alăturate!). Într-unul din desene este redată dependența coordonatei  $x$  în funcție de timpul  $t$ . Care este coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și planul înclinat?

$$R: \mu = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \cdot \text{tg} \alpha = 0,25; n = \sqrt{2}.$$

18. Din punctul A se lansează oblic în câmp gravitațional uniform, o bilă punctiformă care cade în punctul B, care se află pe aceeași orizontală ca și A. Un punct P de pe traiectoria corpului se află la înălțimea  $h = PC$  de sol/orizontală, iar distanțele de la punctul C la punctul de lansare A, respectiv de la C la punctul B, unde bila lovește solul, sunt  $a = CA$  și respectiv  $b = CB$  (vezi figura!).

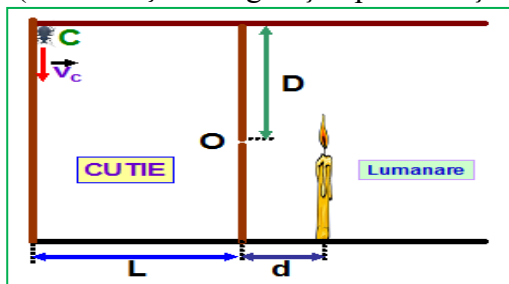


Determinați înălțimea maximă H atinsă de bilă în timpul mișcării sale și unghiul de lansare  $\theta$ , cunoscând

mărimile  $a$ ,  $b$  și respectiv  $h$ . Se neglijează forțele de frecare.

$$R: H = \frac{(a+b)^2}{4ab} \cdot h = \left( \frac{m_{arit}}{m_{geom.}} \right)^2 \cdot h; \operatorname{tg} \theta = \frac{h(a+b)}{ab}$$

19. Într-o cutie paralelipipedică, întunecată, având una dintre dimensiuni de lungime  $L = 3m$ , pe muchia de sus a acesteia, se află un cărăbuș, care vrea să coboare pe peretele vertical al acesteia (vezi figura!). Pe peretele opus pe care se găsește cărăbușul, la distanța  $D = 2m$ , de tavanul cutiei, se află un mic orificiu O prin care pătrunde lumina provenită de la o lumânare verticală, aflată la distanța  $d = 1m$  de peretele cutiei. Flacăra lumânării (care inițial se găsește pe aceeași orizontală cu



orificiul O), orificiul O și cărăbușul C sunt coplanare. Considerând că la momentul

inițial cărăbușul începe să coboare, pe peretele vertical, rectiliniu uniform cu viteza  $v_c = 1,7 \text{ cm/s}$ , iar viteza de ardere a lumânării este  $v = 0,1 \text{ cm/s}$ . Determinați timpul  $t$  după care cărăbușul întâlnește raza de lumină, care pătrunde în cutie. Considerați că lumânarea este suficient de lungă, iar pereții cutiei de grosime foarte mică.

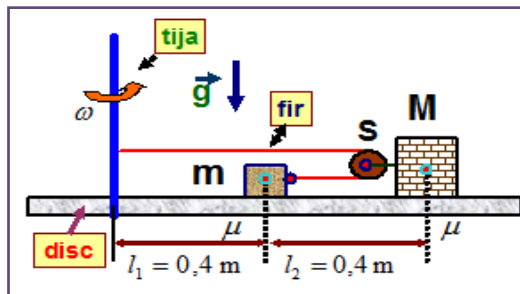
$$R: t = 100s.$$

20. Două autobuze având lungimile  $l_1 = 10m$

și respectiv  $l_2 = 20m$  se află în mișcare pe o șosea rectilinie, venind unul spre celălalt, cu vitezele constante  $v_1 = 12m/s$  și respectiv  $v_2 = 18m/s$ . La momentul inițial distanța care separă cele două autobuze este  $D = 250m$ . Determinați timpul T după care, pentru o *doua oară*, distanța dintre acestea este  $d = 200m$ . Se consideră mișcările celor două autobuze rectilinii uniforme.

$$R: T = (D+d+l_1+l_2)/(v_1+v_2) = 30s.$$

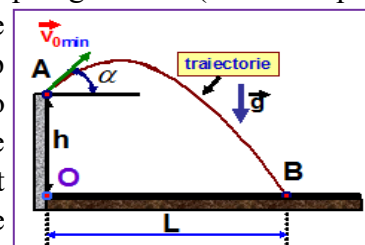
21. O tijă metalică (considerată filiformă) este sudată în centrul unui disc metalic orizontal (tija fiind normală/perpendiculară pe planul discului), se rotește cu viteză unghiulară constantă  $\omega$ . De tijă este legat un fir ideal, inextensibil, flexibil, trecut peste un scripete ideal S legat rigid de corpul de masă M, iar la celălalt capăt al firului fiind legat corpul de masă m ( $M = 2m$ ), așa cum se arată în figura alăturată!. Coeficientul de frecare la alunecare/static dintre cele două corpuri M și m și suprafața discului este același, având valoarea  $\mu$ .



Determinați viteza unghiulară maximă  $\omega_{max}$  a discului, pentru care cele două corpuri rămân în repaus la distanța  $l_1 = 0,4m = l_2 = l$  (vezi figura!). Se cunosc mărimile fizice:  $M = 2m$ ,  $\mu = 0,5$ , accelerația gravitațională locală  $g = 10m/s^2$  și distanța  $l = 0,4m$ .

$$R: \omega \leq \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{\mu \cdot g}{l}} = \frac{5}{\sqrt{3}} \text{ rad/s.}$$

22. Din punctul A, aflat la înălțimea h de fundul unei gropi dreptunghiulare (A fiind pe marginea gropii), se lansează oblic în câmp gravitațional uniform, o bilă punctiformă, care cade în punctul B, aflat la distanța L de la verticala ce trece prin A (vezi figura!). Determinați tangenta unghiului de lansare  $\alpha$ , față de orizontală, știind că aceasta a fost





lansată cu viteza minimă posibilă  $v_{0(min)}$ , pentru a parcurge pe orizontală distanța  $L$ . Se cunoaște raportul  $k = h/L$ , iar frecările se neglijează.

$$R: tg\alpha = \sqrt{k^2 + 1} - k; \text{ Obs. } tg2\alpha = k^{-1}.$$

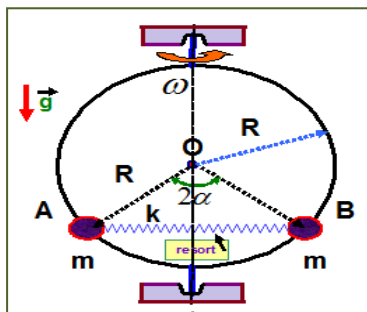
23. Demonstrați că în cazul problemei precedente, că dacă se lansează oblic din punctul A, aflat la înălțimea  $h$  de fundul unei gropi dreptunghiulare (A fiind pe marginea gropii), în câmp gravitațional uniform, bile punctiforme, într-un plan vertical, în toate direcțiile posibile!, cu viteze inițiale egale cu  $v_0$ , bila care străbate distanța maximă pe orizontală  $L_{max}$ , are vectorul viteza finală  $\vec{v}$  imediat înainte de a atinge fundul gropii, perpendicular pe direcția vitezei inițiale:

$$\vec{v}_0 \perp (\vec{v} \perp \vec{v}_0)$$

iar unghiul de lansare, față de orizontală  $\alpha$ , este dat de relația:

$$tg\alpha = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}$$

24. Pe o sârmă de formă circulară cu raza  $R = 50cm$ , aflată într-un plan vertical, se află în echilibru două mărgele identice (de masă  $m$  fiecare) prin intermediul unui resort elastic, orizontal, având constanta elastică  $k = 9N/cm$ , iar lungimea acestuia în stare nedeformată fiind  $l_0 = 80cm$ . Unghiul sub care se văd cele două mărgele de la centrul cercului este  $2\theta = 74^\circ$  (vezi figura!). Cu ce

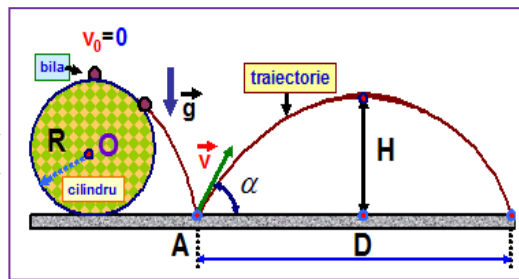


viteză unghiulară  $\omega$ , trebuie rotit cercul de sârmă în jurul diametrului vertical, astfel ca lungimea arcului elastic, să devină egală cu cea în stare nedeformată  $l_0$  ( $g = 10m/s^2$ ,  $\sin 37^\circ = 3/5$ ) Se neglijează forțele de frecare, iar forma resortului în timpul experimentului se consideră rectilinie. Cât devine unghiul la centrul cercului, sub care se văd mărgele în acest caz?

$$R: \omega = 10/\sqrt{3} rad/s, \beta = 106^\circ$$

25. Un cilindru circular drept, neted, având raza  $R$  este fixat/rigid de o suprafață orizontală. O bilă punctiformă, alunecă din "vârful" cilindrului, plecând din repaus (vezi figura!). Să se determine

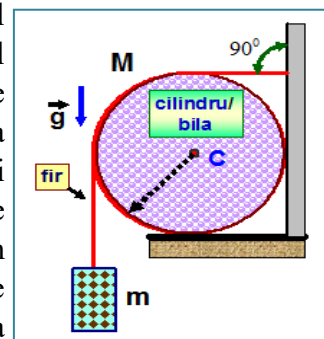
înălțimea maximă  $H$ , măsurată de la nivelul suprafeței orizontale, la care se va ridica bila după ciocnirea perfect elastică cu



suprafața respectivă, precum și bătaia/distanța  $D$  pe orizontală străbătută de bilă, între două ciocniri succesive. Se neglijează frecările.

$$R: H = R \cdot 50/27; D = R \cdot 40 \sqrt{2}/27.$$

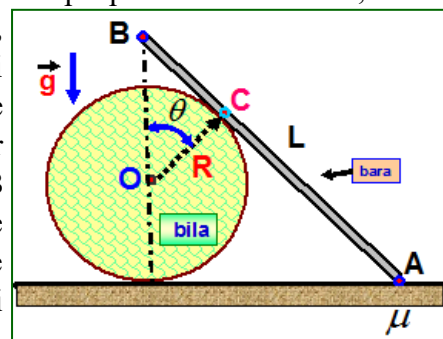
26. Un cilindru/bilă de masă  $M$  este prins(ă) (la "colț") între o suprafață orizontală și un perete vertical, prin intermediul unui fir ideal, la capătul firului atârând un corp de masă  $m$ , ca în figura alăturată. Determinați forțele de reacțiune normală  $N_0$  și  $N_v$  din partea pereților ce acționează asupra



cilindrului/bilei. Se neglijează forțele de frecare și se cunosc mărimile  $m$ ,  $M$ , iar accelerația gravitațională locală este  $g$ .

$$R: N_v = m \cdot g; N_0 = (m+M) \cdot g.$$

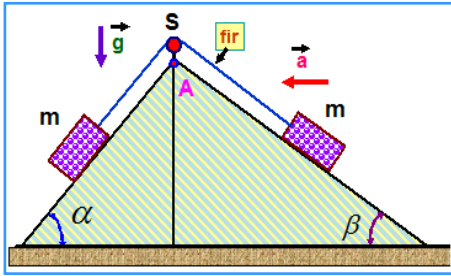
27. O bară omogenă de lungime  $L$ , se sprijină pe o bilă imobilă aflată pe podeaua orizontală, ca în figura următoare, un capăt al barei A fiind pe podea, iar celălalt capăt B aflându-se pe verticala ce trece prin centrul bilei O (vezi figura!).



Între bară și podea există frecare, coeficientul de frecare static fiind  $\mu$ , dar între bară și bilă nu există frecare. Cunoscând numai unghiul  $\theta$  la centrul bilei O, făcut de verticala ce trece prin BO și raza ce trece prin punctul de contact al barei cu bila OC, determinați coeficientul de frecare static  $\mu$  dintre capătul A al barei și podea.

$$R: \mu = tg(\theta/2).$$

28. O prismă triunghiulară (dublu plan înclinat) cu unghiurile la bază  $\alpha$  și  $\beta$  ( $\alpha > \beta$ ) se găsește pe o suprafață plană orizontală (vezi figura!). În vârful

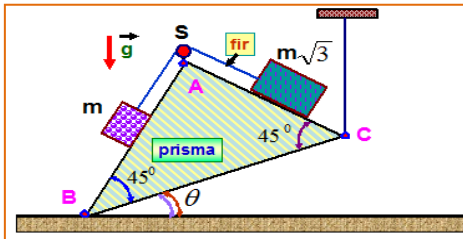


A al prisme se află un scripete ideal S peste care este trecut un fir ideal, inextensibil, flexibil,

la capetele firului fiind situate două corpuri identice (având aceeași masă  $m$ ). Să se determine accelerația  $a$  cu care se mișcă prisma pe suprafața plană orizontală, dacă cele două corpuri rămân în repaus/nemișcate față de prismă. Se vor neglija frecările dintre corpuri și prismă, respectiv prismă și suprafața plană orizontală.

R:  $a = tg(\alpha - \beta)$ .

29. Pe prisma/pana triunghiulară (cu secțiunea transversală triunghi dreptunghic isoscel ABC)

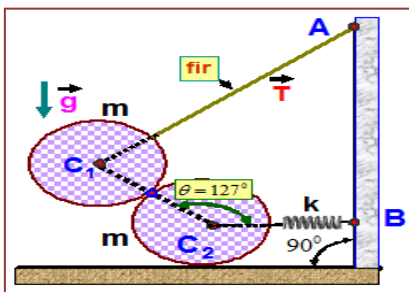


menținută cu baza înclinată față de orizontală sub unghiul  $\theta$ , se găsesc în

repaus, două corpuri de mase  $m_1 = m$  și  $m_2 = m\sqrt{3}$ , legate prin intermediul unui fir ideal, trecut peste un mic scripete ideal S, aflat în vârful prisme A (vezi figura!). Neglijând toate frecările, determinați unghiul  $\theta$ , sub care este înclinată prisma față de orizontală.

R:  $\theta = 15^\circ$ .

30. Doi cilindri identici (având aceeași masă și dimensiuni geometrice) se află în contact și în echilibru ca în figura alăturată (unul dintre cilindri



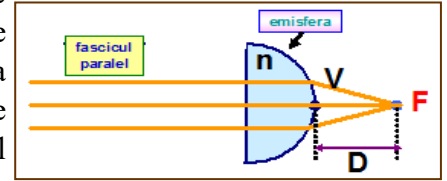
se sprijină pe o suprafață orizontală fiind în contact cu un resort elastic, al cărui capăt se reazemă pe un perete vertical, iar celălalt fiind legat cu ajutorului unui

fir, de peretele vertical) (vezi figura!). Neglijând forțele de frecare dintre cilindri precum și dintre

cilindru și suprafața orizontală, determinați **forța elastică** din resort. Se cunosc mărimile fizice: masa unui cilindru este  $m = 10\text{kg}$ , unghiul  $O_1\hat{O}A^{not.} = \theta = 127^\circ$ , iar accelerația gravitațională locală se consideră  $g = 10\text{m/s}^2$ .

R:  $F_{\text{elastică}} = 48\text{N}$ .

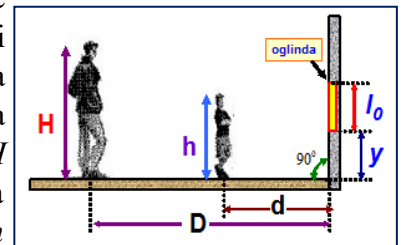
31. Un fascicul de lumină, paralel, îngust, (venind din aer  $n_{\text{aer}} \cong 1$ ) cade perpendicular pe suprafața plană a unei emisfere transparente cu indicele de refracție absolut  $n$  (vezi figura!). După refracție, razele



din fascicul se intersectează la distanța  $D$  de "vârful"  $V$  al emisferei. La ce distanță de suprafața plană a emisferei se vor intersecta razele de lumină din fasciculul paralel, refractat dacă el este trimis în sens invers pe suprafața curbă a emisferei? Se cunosc:  $n$  și  $D$ .

R:  $d = D/n$ .

32. Tatăl și fiul se află, unul în spatele celuilalt, în fața unei oglinzi plane, dispusă pe un perete vertical. Figura ilustrează această dispunere, în care sunt cunoscute



următoarele mărimi geometrice: înălțimea tatălui (până la nivelul ochilor săi),  $H = 1,8\text{m}$ , înălțimea fiului  $h = 1,2\text{m}$

distanța dintre tată și oglindă  $D = 5\text{m}$ , distanța dintre fiu și oglindă  $d = 3\text{m}$ . Ce înălțime (minimă)  $l_0$  trebuie să aibă oglinda, pe peretele vertical și la ce înălțime  $y$ , de la nivelul dușumelei trebuie montată baza inferioară a oglinzii, pentru ca tatăl să poată vedea, în oglindă, în întregime fiul său (de la creștetul capului până la tălpile picioarelor acestuia)?

R:  $l_0 = hD/(D+d)$ ;  $y = Hd/(D+d)$ .

Prof. Dumitru ANTONIE,  
Colegiul Tehnic nr. 2, Tg. – Jiu

33. Două mobile se mișcă în linie dreaptă, unul către celălalt. Primul pleacă din punctul A având o mișcare uniformă cu viteza  $v_1$ , iar al doilea pleacă din B, după timpul  $\Delta t$  de la plecarea primului, și are o mișcare uniform accelerată cu viteza inițială  $v_0$  și accelerația  $a$ . Cunoscând distanța  $AB = d$ , se cer a fi

determinate momentul și locul întâlnirii mobilelor.

*Aplicație numerică:*  $v_1 = 14 \text{ m/s}$ ;  $\Delta t = 5 \text{ s}$ ;  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ ;  $a = 2 \text{ m/s}^2$ ;  $d = 326 \text{ m}$ .

**R:**  $t = t_1 = 8 \text{ s}$  după plecarea celui de al doilea mobil;  $AC = x = v_1(t + \Delta t) = 182 \text{ m}$ .

**34.** O rază luminoasă monocromatică venind prin aer cade pe una din fețele unei lame optice cu fețe plan-paralele. Cunoscând raportul dintre deplasarea laterală a razei luminoase la traversarea lamei și grosimea acesteia  $k = 0,25$  iar raza reflectată – la incidența pe lamă – este perpendiculară pe cea refractată, să se determine indicele de refracție al materialului lamei.

**R:**  $n \cong 1,2$ .

**35.** Viteza minimă necesară pe care trebuie să o aibă un proiectil de masă  $m$  pentru a străpunge și traversa un corp de masă  $M$ , aflat inițial în repaus, pe care-l lovește frontal, este  $v_0$ . Ce valoare are energia ( $E$ ) înmagazinată de corpul de masă  $M$  ca urmare a acestui proces?

**R:**  $E = m_r v_0^2 / 2$ ;  $m_r = mM / (m + M)$  (masa redusă a celor două corpuri).

**36.** O gospodărie mică implică o putere electrică, maxim absorbită,  $P = 1 \text{ kW}$ . În apropierea ei curge un pârâu cu debitul mediu multianual  $q = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ . Admițând că randamentul transferului de energie mecanică în cea electrică este  $\eta = 0,75$ , să se determine înălțimea unui baraj mic pentru o amenajare hidroelectrică (microhidrocentrală) care să asigure gospodăria cu energie electrică.

**R:**  $h \cong 6,80 \text{ m}$ ;  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ,  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

**37.** Să se determine accelerația gravitației la suprafața planetei Marte, știind că raza planetei este  $R_M = 3370 \text{ km}$ , iar masa  $M_M = 0,108 M$  (masa Pământului). Pământul este considerat de formă sferică cu raza  $R_P = 6378 \text{ km}$  iar accelerația la suprafața sa  $g_P = 9,81 \text{ m/s}^2$ . **R:**  $g_M \cong 3,78 \text{ m/s}^2$ .

**38.** Două planete din sistemul solar se află la distanța  $d = 6 \cdot 10^7 \text{ km}$  iar raportul maselor lor  $m_1/m_2 = 25$ . Să se definească punctul de pe direcția celor două planete unde trebuie plasat un corp pentru a rămâne în echilibru.

**R:**  $x = 5 \cdot 10^7 \text{ km}$  față de  $m_1$ ;  $n = m_1/m_2$ .

**39.** Să se determine viteza și accelerația centripetă a unui punct de pe suprafața Pământului, aflat la latitudinea  $\varphi = \pi/6 \text{ rad}$ . Pământul se consideră sferic cu raza  $R = 6380 \text{ km}$  și, după cum se știe, acesta execută o rotație completă în jurul axei sale (mișcare diurnă) în  $T = 24 \text{ h}$ .

**R:**  $v \cong 401,6 \text{ m/s}$ ;  $a_c \cong 0,0292 \text{ m/s}^2$ .

**40.** Două lentile sferice convexe subțiri identice, confecționate din sticlă, cu indicele de refracție  $n = 1,5$  și cu distanța focală  $f = 50 \text{ cm}$ , sunt centrate, pe aceeași axă, cu fețele curbe în contact. Să se determine distanța focală a sistemului optic considerat, dacă intervalul dintre lentile se umple cu apă ( $n_A = 4/3$ ). **R:**  $F = 75 \text{ cm}$ .

Profesor Romulus **SFICHI**, Suceava

## Clasa a X-a

**1.** O cantitate de gaz considerat ideal aflată inițial într-o stare **1**, la temperatura absolută/termodinamică  $T_1$  se destinde adiabatic până într-o stare **2**. Din această stare gazul primește izocor (o cantitate de) căldură egală cu lucrul mecanic efectuat în destinderea adiabatică, ajungând într-o stare finală **3**. Cunoscând temperatura gazului în starea inițială  $T_1$ , determinați temperatura gazului în starea finală **3**,  $T_3$ . **R:**  $T_3 = T_1$

**2.** Un număr  $\nu$  de moli de gaz ideal efectuează ciclul de transformări **1**  $\rightarrow$  **2**  $\rightarrow$  **3**  $\rightarrow$  **1**, în care **1**  $\rightarrow$  **2** este o comprimare izotermă la temperatura absolută  $T_1$ , urmată de **2**  $\rightarrow$  **3**, comprimare adiabatică, gazul ajungând la finalul transformării adiabatică la temperatura termodinamică  $T_2$ , iar **3**

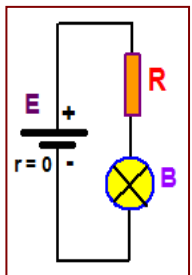
$\rightarrow$  **1** este o transformare politropă (destindere politropă) în care căldura molară a gazului este  $C$ . Cunoscând mărimile fizice  $\nu$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  și  $C$ , determinați lucrul mecanic efectuat de gaz într-un ciclu. Reprezentați ciclul de transformări în coordonate Clapeyron – Mendeleev, presiune – volum ( $pOV$ ).

**R:**  $L = \nu \cdot C \cdot \left( T_1 - T_2 + T_1 \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} \right)$ .

**3.** Două *butelii identice*, aflate în *aceleași condiții* de temperatură și presiune, conțin (una) – *aer uscat*, respectiv cealaltă butelie, – *aer umed*. Care dintre cele două butelii este mai grea?

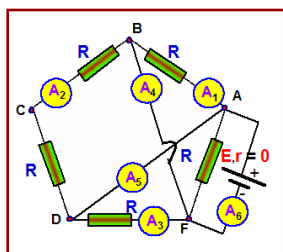
**R:** Este mai grea butelia ce conține aer uscat

4. În circuitul din schema electrică alăturată becul funcționează normal la tensiunea electrică 4,5V, iar puterea electrică a sa fiind  $P_{bec} = 2,25W$ . Cât este rezistența electrică a rezistorului R, care este în serie cu becul, pentru ca acesta să funcționeze la parametri nominali/normali, cunoscând că t.e.m. a sursei ideale este  $E = 12V$ .



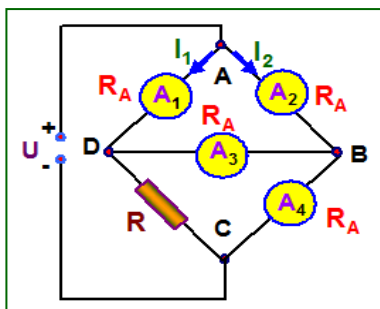
$$R: R = 15\Omega$$

5. În circuitul din figura alăturată, toți cei cinci rezistori sunt identici, fiecare având rezistența electrică egală cu R. Firele conductoare sunt ideale (de rezistență electrică nulă). Cele 6 ampermetre sunt ideale ( $R_A = 0$ ), de asemenea bateria electrică este ideală ( $r = 0$ ), având t.e.m., E, iar firele conductoare/de legătură ale ampermetrelor  $A_4, A_5$ , nu sunt în contact electric/sunt izolate. Determinați indicațiile tuturor ampermetrelor.



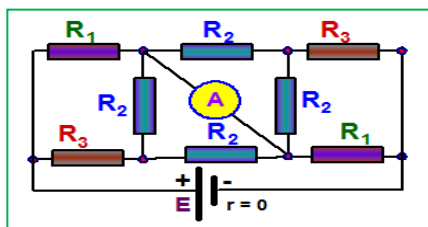
$$R: I_1 = E/R = I_3, I_2 = E/2R, I_4 = 3E/2R = I_5, I_6 = 7E/2R.$$

6. Patru ampermetre identice, reale, fiecare având rezistența interioară  $R_A$  sunt conectate pe laturile punții electrice din schema alăturată, puntea fiind completată de rezistorul de rezistență R, și fiind alimentată la o sursă de tensiune continuă. Cunoscând indicațiile ampermetrului  $A_1, I_1 = 3A$  și respectiv a lui  $A_2, I_2 = 5A$ , determinați raportul  $R/R_A$ .



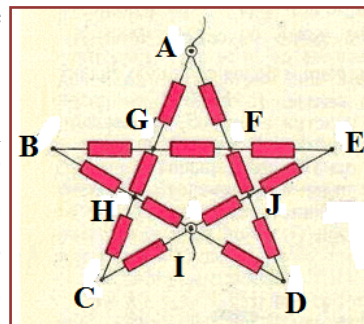
$$R: R/R_A = 9.$$

7. Determinați valoarea indicată de ampermetrul ideal ( $R_A = 0$ ) din schema electrică alăturată. Se cunosc valorile rezistențelor electrice:  $R_1 = 1\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 3\Omega$ , iar tensiunea electromotoare a sursei ideale ( $r = 0$ ) fiind  $E = 8V$ .



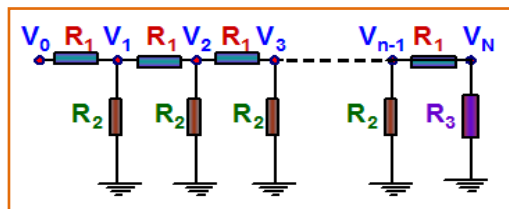
$$R: I_A = 4A.$$

8. Să se determine rezistența electrică echivalentă între punctele A și I, punctele A și B, respectiv punctele A și C, ale "stelutei" electrice din figura alăturată. Toți cei 15 rezistori sunt identici, fiecare având valoarea rezistenței electrice R.



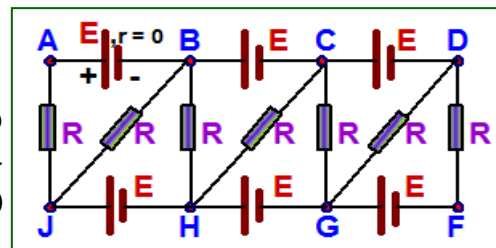
$$R: R_{echiv.AI} = 7R/6; R_{echiv.AB} = 6R/5; R_{echiv.AC} = 22R/15.$$

9. În schema electrică alăturată avem o rețea de rezistori de rezistențe  $R_1$  și respectiv  $R_2$ , construită așa cum se arată în figură, ultimul rezistor vertical având rezistența electrică  $R_3$ . Potențialele electrice ale punctele 1, 2, 3, ..., N sunt:  $V_1, V_2, V_3, \dots, V_N$ , astfel încât, fiecare punct având un potențial electric de k ori mai mic decât cel precedent. Determinați: a.) raportul  $R_1/R_2$ ; b.) raportul  $R_3/R_2$ ; c.) intensitatea curentului electric ce trece prin rezistorul de rezistență  $R_2$ , cel mai apropiat de  $V_0$ , în funcție de mărimile k,  $V_0$  și  $R_3$ .



$$R: \frac{R_1}{R_2} = \frac{(k-1)^2}{k}; \frac{R_3}{R_2} = \frac{(k-1)}{k}; I_2 = \frac{(k-1)}{k^2} \cdot \frac{V_0}{R_3}.$$

10. În rețeaua electrică din schema alăturată avem 7 rezistori identici, fiecare având rezistența  $R = 2\Omega$  și 6 surse electrice ideale ( $r = 0$ ) identice, fiecare având t.e.m.  $E = 2V$ . Determinați: a.) tensiunea electrică dintre punctele D și F ( $V_D - V_F$ ); b.) intensitatea curentului electric ce trece prin ramura/latura BH; c.) intensitatea curentului electric ce trece prin sursa/bateria electrică, montată între punctele A și B.



$$R: U_{DF} = 1,2V; I_{BF} = 0,6A; I_{AB} = 0,6A.$$

11. Un ampermetru și un voltmetru (aparate de



măsură reale) sunt conectați în serie la bornele unei baterii ideale cu t.e.m.  $E = 10V$  (indicând valorile mărimilor fizice măsurate!). Dacă se conectează în paralel cu voltmetrul, un rezistor de rezistență electrică  $R$ , indicația voltmetrului scade de  $k = 3$  ori, în timp ce indicația ampermetrului crește de  $n = 3$  ori (față de indicațiile inițiale). Determinați: **a.)** indicația voltmetrului, după conectarea rezistorului  $R$ ; **b.)** rezistența internă a voltmetrului  $R_V$ , știind că rezistența internă a ampermetrului este  $R_A = 2\Omega$ ; **c.)** rezistența rezistorului  $R$  conectat în paralel cu voltmetrul, știind că rezistența internă a ampermetrului este  $R_A = 2\Omega$ .

$$R: U'_V = 2V; R_V = 3\Omega; R = 0,6\Omega.$$

Prof. Dumitru ANTONIE,

Colegiul Tehnic nr. 2, Tg. – Jiu

**12.** Se dispune de  $N$  surse de curent continuu identice, fiecare având t.e.m.  $E$  și rezistența electrică interioară  $r$  și se cere a se determina modul cum trebuie grupate pentru a forma o baterie care transferă unui rezistor de rezistență electrică  $R$ , puterea electrică maximă. Se precizează că  $R_p < R < R_s$  în care  $R_p$  și  $R_s$  sunt rezistențele electrice interioare atunci când sursele sunt conectate (grupate) în paralel și, respectiv, în serie. *Aplicație numerică:*  $E = 1 V$ ,  $r = 3 \Omega$ ,  $N = 12$  și  $R = 4 \Omega$ .

**R:** O grupare mixtă cu  $m = \sqrt{N \frac{r}{R}} = 3$  ramuri în paralel, fiecare ramură având conectate în serie

$$m = \sqrt{N \frac{R}{r}} = 4 \text{ surse.}$$

**13.** O baterie este alcătuită din mai multe elemente galvanice identice, fiecare având t.e.m.  $E$  și rezistența electrică interioară  $r$ . Bateria debitează în circuitul exterior puterea electrică  $P$  pe un rezistor de rezistență electrică  $R$ . a) Să se determine numărul elementelor galvanice înseriate; b) Puterea electrică maximă pe care o poate debita bateria pe un rezistor de rezistență electrică adecvată (adaptat la sursă). *Aplicație numerică:*  $E = 6 V$ ;  $r = 1 \Omega$ ;  $P = 90 W$  și  $R = 10 \Omega$ . **R:** a)  $n = 10$ ; b)  $P_{max} = 90 W$ .

**14.** O baterie este alcătuită din  $n$  elemente galvanice identice (aceeași t.e.m.  $E$  și aceeași rezistență electrică interioară  $r$ ) grupate mixt, adică două ramuri serie conectate în paralel. Gruparea

serie – una dintre ele – are  $n_1$  elemente, iar a doua are  $n_2$  elemente astfel că  $n_1 + n_2 = n$ . Bateria debitează pe un rezistor de rezistență electrică  $R$ . a) Să se determine  $n_1$  și  $n_2$  pentru care intensitatea curentului electric prin rezistorul de rezistență electrică  $R$  este maximă, și apoi să se calculeze această valoare de extrem; b) Presupunând că rezistența electrică a rezistorului este variabilă, să se determine valoarea acesteia pentru care puterea absorbită de rezistor are valoarea maximă în condițiile punctului a).

$$R: a) n_1 = n_2 = \frac{n}{2}; I_{max} = \frac{2E}{r + \frac{4R}{n}}$$

$$b) R = R^* = \frac{n}{4} r; P_{max} = \frac{nE^2}{4r}$$

**15.** Se consideră un bec cu incandescență având filamentul de Wolfram cu puterea și tensiunea nominală  $P$  și  $U$ . La conectarea becului la o tensiune mult mai mică  $U_0 \ll U$ , când temperatura filamentului rămâne practic constantă  $\theta_0$ , intensitatea curentului prin filament este  $I_0$ . Cunoscând valoarea coeficientului de temperatură al rezistivității wolframului  $\alpha$ , să se determine temperatura  $\theta$  a filamentului în regim normal de funcționare. *Aplicație numerică:*  $U = 220 V$ ,  $P = 100 W$ ,  $U_0 = 1 V$ ,  $\theta_0 = 20^\circ C$ ,  $I_0 = 25,1 \text{ mA}$  și  $\alpha = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ C^{-1}$ . **R:**  $\theta \cong 2500^\circ C$ .

**16.** O linie electrică bifilară cu conductoare identice de secțiune circulară, cu diametrul  $d$  și rezistivitate  $\rho$  alimentează la capătul ei un receptor de putere electrică  $P$ . La capătul de alimentare a liniei, tensiunea continuă are valoarea  $U$ . Pentru ce lungime a liniei în receptor nu se poate dezvolta puterea  $P$ ?

$$R: l > \frac{\pi d^2 U^2}{32 \rho P}$$

**17.** Gradul de polarizare al unui fascicul luminos este  $P = 0,8$ . Să se determine de câte ori este mai mare amplitudinea vectorului luminos ce corespunde intensității maxime a luminii parțial polarizate decât amplitudinea ce corespunde intensității ei minime. **R:**  $k = 3$ .

Profesor Romulus SFICHI, Suceava

**Clasele a XI-a și a XII-a**

1. Un punct material execută o mișcare oscilatorie armonică cu amplitudinea  $A = 12\text{cm}$ . Știind că faza inițială a mișcării este  $\varphi_0 = -\pi/6\text{rad}$ , iar oscilatorul efectuează  $n = 150$  oscilații pe minut, să se calculeze:

- a) frecvența, perioada și pulsația oscilațiilor;
- b) legea mișcării/elongației acestui oscilator, raportată la axa  $Oy$ ;
- c) viteza și accelerația maximă a punctului material.

**R:**  $\nu = 2,5\text{Hz}$ ;  $T = 0,4\text{s}$ ;  $\omega = 5\pi\text{rad/s}$ ;  
 $y(t) = 12\sin(5\pi t - \pi/6)[\text{cm}]$ ;  
 $v_{\max} \approx 1,88\text{m/s}$ ;  $a_{\max} \approx 29,57\text{m/s}^2$ .

2. Un corp de masă  $m = 40\text{g}$  efectuează oscilații armonice cu perioada  $T = 1,5\text{s}$ . Să se determine:

- a.) faza inițială  $\varphi_0$  a oscilațiilor știind că la momentul  $t_0 = 0$ , elongația mișcării este maximă;
- b.) amplitudinea oscilațiilor știind că la momentul  $t_1 = T/8$ , elongația este  $y_1 = 10\sqrt{2}\text{cm}$ ;
- c.) viteza corpului la momentul  $t_2 = 0,75\text{s}$ ;
- d.) accelerația corpului la momentul  $t_3 = 2,25\text{s}$  și forța care acționează asupra sa în acest moment.

**R:**  $\varphi_0 = \pi/2\text{rad}$ ;  $A = 20\text{cm}$ ;  $\nu = 0$ ;  
 $a_{\max} \approx 3,50\text{m/s}^2$ ;  $F_{\max} \approx 0,14\text{N}$ .

3. Un punct material se deplasează în lungul axei  $Oy$ , după legea  $y(t) = B\sin^2(\omega t - \pi/4)$ . Se cer: **a.)** să se arate că punctul material efectuează o mișcare oscilatorie liniar armonică; **b.)** amplitudinea și perioada de oscilație; **c.)** viteza punctului în funcție de coordonata  $y$ .

**R:**  $y(t) = \frac{B}{2}(1 - \sin 2\omega t) = \frac{B}{2} + \frac{B}{2}\sin(2\omega t + \pi)$ ;  
 $A = \frac{B}{2}$ ;  $T = \frac{\pi}{\omega}$ ;  $v = 2\omega \cdot \sqrt{y(B-y)}$ .

4. Un circuit  $RL$ -serie de c.a., conține un rezistor cu rezistența electrică  $R = 3\Omega$  și o bobină cu inductanța  $L = 40 \cdot \pi^1\text{mH}$ , fiind alimentat cu tensiunea efectivă  $U = 100\text{V}$ , la frecvența  $\nu = 50\text{Hz}$ . Scrieți expresia valorilor instantanee/momentane a intensității curentului prin elementele de circuit ( $\sin 53^\circ = 4/5$ ). **R:**  $i(t) = 20\sqrt{2}\sin(100\pi t - 53^\circ)$

5. Să se determine raportul  $R/X_L$  pentru un circuit derivație  $RL$ -paralel, în care  $X_C = 2X_L$ , iar raportul puterilor activă respectiv reactivă este

$P/Q = 3/4$ .

**R:**  $R/X_L = 8/3$ .

6. Într-un circuit  $RLC$ -paralel de c.a., este alimentat la o tensiune electrică de forma  $u(t) = 20\sqrt{2}\sin(100\pi t)[\text{V}]$ . Cunoscând intensitatea curentului (total) prin ramura principală  $i(t) = \sqrt{2}\sin(100\pi t - \pi/6)[\text{V}]$ , și că reactanța inductivă a bobinei este de  $n = 2$  ori mai mare decât reactanța capacitivă a condensatorului, determinați rezistența electrică a rezistorului și reactanțele elementelor de circuit.

**R:**  $R = 40/\sqrt{3}\Omega$ ;  $X_L = 40\Omega$ ;  $X_C = 20\Omega$ .

7. O clasă de elevi (clasa a XII-a !) are la dispoziție **o oră** (măsurată pe ceasul profesorului) pentru o lucrare scrisă la fizică (teză). Profesorul este îmbarcat într-o rachetă (navă cosmică) care se mișcă rectiliniu uniform față de Pământ (școală!, clasa de elevi) cu viteza  $v = 0,96 \cdot c$ , unde  $c$  este viteza luminii în vid. După trecerea timpului ( $t$ ) de **o oră** (măsurată pe ceasul profesorului), profesorul emite un semnal luminos și elevii încetează să mai scrie după recepționarea semnalului (prin intermediul unui dispozitiv sonor!). Să se determine timpul (**T**) avut la dispoziție de elevi, măsurat pe ceasul lor (clasei!), pentru a-și redacta (scrie) lucrările scrise la fizică din Teoria Relativității Reștrânse (T.R.R.!).

**R:**  $T = t \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = 7\text{ore}$ ,  $\beta = \frac{v}{c}$ .

Prof. Dumitru **ANTONIE**,  
 Colegiul Tehnic nr. 2, Tg. – Jiu

8. Se consideră un circuit  $RLC$  paralel alimentat la o tensiune alternativă sinusoidală de valoare efectivă constantă și pulsație variabilă. Intensitatea efectivă a curentului principal din circuit este constantă și independentă de variația pulsației,  $I = \text{const}$ . a) Să se determine pulsațiile pentru care intensitățile efective ale curenților electrici prin elementele conservative ale circuitului au valori maxime, știind că factorul de calitate este  $q$  iar pulsația de rezonanță  $\omega_0$ ; b) Valorile maxime ale curenților efectivi prin elementele conservative ale circuitului.

**R:**  $\omega_L = \frac{\omega_0}{q} \sqrt{q^2 - \frac{1}{2}}$ ;  $\omega_C = q\omega_0 \sqrt{\frac{1}{q^2 - \frac{1}{2}}}$ ;  
 $\omega_L \omega_C = \omega_0^2$ ;  $q > \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0,7$ ;  $I_{L\max} = I_{C\max} = \frac{2q^2 I}{\sqrt{4q^2 - 1}}$

9. Un condensator electric ideal de capacitate  $C$  este încărcat la o anumită sarcină electrică astfel încât tensiunea la bornele sale este  $u_0$ . Condensatorul se descarcă (prin conectare) pe o bobină de inductanță  $L$  și rezistență electrică  $R$ . Să se determine expresia care definește variația în timp a curentului electric de descărcare  $i(t)$ , dacă  $R < 2Z_0$ ,  $Z_0$  – impedanța caracteristică a circuitului, iar  $i(0) = 0$ .

$$R: i(t) = \frac{u_0}{\omega L} e^{-\delta t} \sin \omega t, \delta = \frac{R}{2L} \text{ și}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}, \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

10. Un receptor de energie electrică, având puterea electrică activă  $P$  și factorul de putere  $\cos \varphi$  Este alimentat la tensiune alternativă sinusoidală prin intermediul unei linii electrice bifilare cu rezistența electrică echivalentă  $R$  și reactanța echivalentă neglijabilă. Știind că tensiunea efectivă la bornele receptorului este  $U_b$ , să se determine tensiunea liniei (la capătul opus față de receptor).

$$R: U = \sqrt{U_b^2 + 2RP + \frac{R^2 P^2}{U_b^2 \cos^2 \varphi}}$$

11. Mișcarea oscilatorie amortizată a suspensiei de automobil, se poate modula matematic prin funcția de timp  $y(t)$  – elongația mișcării,  $y(t) = A e^{-\lambda t}$  în care  $A$  este amplitudinea mișcării,  $e$  – baza sistemului de logaritmi naturali,  $\lambda$  – un coeficient numeric care depinde de capacitatea de amortizare a suspensiei și  $\omega$  – pulsația mișcării oscilatorii. Să se determine valorile timpului pentru care  $y(t)$  înregistrează valori maxime și, respectiv, minime.

$$R: t = t^* = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{\omega} - \frac{\varphi}{\omega}, \varphi = \arctg \frac{\lambda}{\omega} \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right),$$

iar  $k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$  pentru  $k$  par – maxime, iar pentru  $k$  – impar – minime;  $\langle \varphi \rangle = \text{radiani}$ .

12. Se dă un circuit electric RLC serie alcătuit din elemente ideale în care condensatorul este de capacitate electrică variabilă,  $C \in (0, \infty)$ . Circuitul se alimentează la tensiune alternativă sinusoidală de pulsație  $\omega$ . a) Să se determine valorile capacității electrice pentru care valorile efective ale tensiunilor la bornele bobinei și condensatorului sunt maxime;

b) Să se determine valoarea efectivă a tensiunii la bornele circuitului dacă se cunosc valorile efective maxime  $(U_L)_{\max}$  și  $(U_C)_{\max}$  calculate în condițiile punctului a).

$$R: a) C_1 = \frac{1}{\omega^2 L}; C_2 = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2};$$

$$b) U = \sqrt{(U_L)_{\max} (U_C)_{\max}}$$

13. Se dă un circuit serie  $R, X$  alcătuit din elemente ideale [ $X = \pm(\omega L - 1/\omega C)$ ] alimentat la tensiunea alternativă sinusoidală de valoare efectivă  $U$  și pulsație variabilă,  $\omega \in (0, \infty)$ . Să se determine  $\omega$  pentru care puterea reactivă a circuitului are valoarea maximă și să se calculeze această valoare.

$$R: \omega_{1,2} = \pm \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}},$$

$$\omega_1 \omega_2 = \omega_0^2, \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ (pulsația de rezonanță);}$$

$$Q_{\max} = \left| \frac{U^2}{2R} \right|$$

14. Între armăturile unui condensator electric plan se află un dielectric imperfect, cu permitivitatea  $\epsilon_r$  și conductivitatea  $\gamma$ . Să se determine timpul în care tensiunea la bornele condensatorului, inițial încărcat, scade la jumătate, când este lăsat în gol (nu se conectează nimic la bornele sale).

$$\text{Aplicație numerică: } \epsilon_r = 4; \gamma = 10^{-10} \text{ } 1/\Omega\text{m.}$$

$$R: t = 0,245s.$$

15. Se dă un circuit RLC serie alcătuit din elemente ideale și alimentat la tensiune alternativă sinusoidală de valoare efectivă  $U$  și pulsație  $\omega$ . Rezistența electrică a circuitului este variabilă  $R \in [0, \infty]$ , în timp ce celelalte elemente date au valori constante. a) Pentru ce valoare a rezistenței circuitului puterea electrică activă absorbită de acesta are valoarea maximă? b) Să se determine puterea activă maximă în condițiile punctului a) și să se compare aceasta cu mărimea puterii electrice reactive corespunzătoare.

$$R: a) R = R^* = \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|; b) P_{\max} = \frac{U^2}{2 \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|}$$

16. În spațiul dintre electrozii unei diode plane, în care există sarcini electrice, distribuția potențialului dintre anod și catod are forma  $V(x) = bx^2 - cx$  ( $x$  – în milimetri și  $V$  – în volți). Distanța dintre anod și catod este  $d$  [mm], iar coordonata  $x$  coincide cu distanța până la catod. Să se determine valoarea maximă a accelerației gravitației electronilor ce ajung la catod. Se neglijează efectul relativist. *Aplicație numerică:*  $b = 1 \text{ V/mm}^2$ ;  $C = 2 \text{ V/mm}$ ,  $d = 20 \text{ mm}$  și  $e/m_0 \approx 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ .

$$R: a_{max} \approx 6,34 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2.$$

17. Direcția deplasării electronului de recul față de direcția fotonului incident, se definește printr-un unghi egal cu unghiul de împrăștiere a fotoelectronilor. Să se determine unghiul de împrăștiere cunoscând lungimea de undă a fotonului incident  $\lambda_0$  și deplasarea Compton  $\Delta\lambda$ .

$$R: \theta = \arctg \sqrt{\left(\frac{2}{\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1}\right)^2 - 1}$$

18. Fotonii dintr-un fascicul de raze X, cu  $\lambda_0 = 0,5 \text{ \AA}$  sunt împrăștiți de un bloc de grafit. Unghiul de împrăștiere este  $\theta = 60^\circ$ . Să se determine lungimea de undă  $\lambda$  a fotoelectronilor Compton.

$$R: \lambda = 5,1212 \cdot 10^{-11} \text{ m}.$$

19. Un fascicul de particule încărcate electric cu masa de repaus  $m_0$ , relativistă, trece nedeviat printr-o zonă a spațiului în care există un câmp electric omogen de intensitate  $E$ , perpendicular pe direcția fasciculului și un câmp magnetic omogen de inducție  $B$  perpendicular atât pe direcția fasciculului cât și pe direcția câmpului electric. Să se determine lungimea de undă De Broglie a particulelor care trec nedeviate.

$$R: \lambda = \frac{h}{m_0} \sqrt{\left(\frac{BC}{E}\right)^2 - 1}$$

20. Un fascicul de particule cu viteza  $v = 5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  pătrunde între armăturile unui condensator electric plan, paralel cu acesta. Tensiunea electrică aplicată armăturilor este  $U = 1 \text{ kV}$ , iar distanța dintre acestea este  $d = 2 \text{ cm}$ . Să se determine inducția câmpului magnetic, cu direcția perpendiculară pe direcția vitezei fasciculului, astfel

încât acesta să treacă nedeviat printre armăturile condensatorului.

$$R: B = 10 \text{ mT}.$$

21. Un ciclotron are duanții cu diametrul  $D = 1,5 \text{ m}$  și accelerează protoni ( $m_p = 1,67252 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $q = +e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ). a) Să se determine energia exprimată în MeV pe care o au protonii accelerați dacă frecvența tensiunii de alimentare a duanților este  $\nu = 15 \text{ MHz}$ ; b) Să se calculeze inducția magnetică produsă de electromagnetul ciclotronului. *R:*  $E_{cmax} \approx 26 \text{ MeV}$ ;  $B \approx 0,984 \text{ T}$ .

22. Într-un tub de raze X electronii emiși de filament sunt accelerați sub o tensiune electrică  $U = 20 \text{ kV}$ . Să se determine valoarea minimă a lungimii de undă a radiației X emise.

$$R: \lambda_{min} = 6,2 \cdot 10^{-11} \text{ m}.$$

23. Tangentele în două puncte ale curbei, ce descrie variația în timp a numărului de nuclee radioactive rămase nedezintegrate, fac cu axa timpului unghiurile  $\theta_1$  și  $\theta_2$ . Știind că intervalul temporal ce separă cele două puncte este  $\Delta t$ , să se determine timpul de înjumătățire a substanței radioactive în cauză.

$$R: T_{1/2} = \frac{\Delta t \ln 2}{\ln \theta_1 / \theta_2}$$

24. Să se determine tensiunea electrică necesară pentru accelerarea unui electron astfel ca limita spectrului continuu de raze X, pentru lungimi de undă scurte, să fie de  $2 \text{ \AA}$ . *R:*  $U = 6,2 \text{ kV}$ .

25. Un încălzitor este construit a funcționa la tensiunea alternativă sinusoidală de valoare efectivă  $U_1$  dezvoltând puterea electrică  $P$ . Pentru a putea fi folosit la tensiunea efectivă  $U_2 > U_1$ , în serie cu încălzitorul se conectează o reactanță. a) Pentru ce valoare a reactanței încălzitorul dezvoltă aceeași putere la tensiunea  $U_2$ ? b) Ce valoare are factorul de putere al circuitului în cazul folosirii reactanței? c) Ce tensiune efectivă se află la bornele reactanței? *Aplicație numerică:*  $U_1 = 110 \text{ V}$ ;  $P = 1000 \text{ W}$ ;  $U_2 = 220 \text{ V}$ .

$$R: a) X \approx 21 \Omega; b) \cos \varphi = 0,5; c) U_x = 190,3 \text{ V}.$$

26. Se consideră un circuit electric RLC, serie, alcătuit din elemente ideale și alimentat la tensiune alternativă sinusoidală care are pulsația de rezonanță  $\omega_0$ . Cunoscând pulsațiile tensiunii de alimentare  $\omega_L$  și  $\omega_C$  pentru care tensiunile efective pe bobină și condensator au valori maxime, să se



determine pulsațiile ( $\omega_L^*$ ,  $\omega_C^*$ ) pentru care puterile pe aceleași elemente au valoarea maximă.

$$R: \quad \omega_L^* = \frac{\omega_0}{\omega_L} \sqrt{\sqrt{\omega_0^4 + 3\omega_L^4} - \omega_0^2} = \sqrt{\sqrt{\omega_C^4 + 3\omega_0^4} - \omega_C^2}$$

$$\omega_C^* = \frac{\omega_0}{\omega_L} \sqrt{\frac{1}{3} \left( \sqrt{\omega_0^4 + 3\omega_L^4} - \omega_0^2 \right)} = \sqrt{\frac{1}{3} \left( \sqrt{\omega_C^4 + 3\omega_0^4} - \omega_C^2 \right)}$$

Prof. Romulus SFICHI, Suceava

### Din viața și opera marilor biologi

## EMIL RACOVIȚĂ (1868-1947) Întemeietorul biosociologiei românești

Ion Ceaușescu, Gheorghe Mohan

Alături de celebrul explorator norvegian Amundsen, acum 83 de ani, participa la expediția științifică de la Polul Sud și un tânăr român în vârstă de 29 ani, licențiat în drept și în științele naturale la Sorbona, doctor în științe la Paris, pe al cărui geamantan plin de cărți și instrumente de lucru putea fi văzută o carte de vizită, cuprinzând alături de numele său și numele țării mult iubite – ROMÂNIA.

Emil Racoviță s-a născut la Iași, la 15 noiembrie 1868. Părinții lui erau cărturari de seamă într-o perioadă de intensă frământare spirituală din capitala Moldovei. Tatăl său, Gheorghieș Racoviță, magistrat și avocat, era membru al „Junimii” și cunoscut om de spirit. Mama, Eufrosina Stamatopol, o femeie de înaltă cultură și aleasă bunătate, avea de asemenea strânse legături cu „Junimea”. Emil Racoviță s-a bucurat tot timpul de o mare iubire, de o delicată atmosferă spirituală și voie bună în casa de la Iași, sau conacul înconjurat de un frumos parc de la Surăneștii Vasluiului.

Dascăl în frageda copilărie i-a fost chiar Ion Creangă, care, prin lecțiile înflorite cu povești, a altoit în sufletul copilului gândirea țaranului moldovean, farmecul limbii neaoșe și iubirea pentru popor.

Școala secundară a însemnat un pas spre o nouă culme. La liceul numit „Institutul Academic Iași” profesau numeroși intelectuali cu nume respectate în istoria culturii noastre, ca: Poni, Cobălcescu, Lambrior, Culianu etc. „Am avut în liceu niște profesori cărora aîn în orice situație să mă închin căci oamenii aceia nu știu dacă vor mai fi mulți”,

mpurturisește la bătrânețe respectuosul elev.

În această perioadă în sufletul tânărului Racoviță se imprimă dragostea pentru știința vieții și pentru interpretarea ei evoluționistă, însoțită de un crez social generos. Recunoaștem influența marelui savant George Cobălcescu, dascălul erudit, care a îndreptat spre biologie slăvita pleiadă de elevi, ca: P. Bujor, N. Leon, Gr. Antipa. În memoria acestuia, Emil Racoviță, în timpul expediției antarctice, a dat numele Cobălcescu uneia din insulele descoperite în pustiul înghețat, nume care a rămas și astăzi.

Tot în perioada liceală, ca mulți alții, citește cu pasiune articolele din „Contemporanul”, revistă care stârnise, în amintirea lui Leon, o adevărată psihoză printre liceenii Institutelor Unite, dezlănțuind atitudini sancționate de autoritatea școlară.

După absolvirea școlii secundare și luarea baccalaureatului, în anul 1886 Racoviță pleacă pentru studii superioare la Paris, însoțit de părinții săi. La insistențele acestora, contrar dorinței sale, se înscrie la Facultatea de Drept, unde își ia licența după trei ani. Audiază însă paralel cursurile la școala superioară de antropologie, unde și-a întregit convingerile sale evoluționiste.



În anul 1889 se înscrie la Facultatea de Științe Naturale, făcând un pas hotărâtor spre cunoașterea mai aprofundată a naturii. Profesorii lui de atunci constituiau gloria Sorbonei. De timpuriu se specializează în zoologie, impresionat de personalitatea științifică și umană a lui Henri-Lacaze Duthiers, creatorul unei ilustre școli de zoologie la Sorbona, fondatorul și conducătorul celui mai prestigios periodic francez de zoologie, „Archives de zoologie experimentale et generale”. Lacaze Duthiers și conferențiarul său George Pruvot, bunul prieten al lui Racoviță, vor avea un rol decisiv în formația și cariera științifică a tânărului nostru naturalist. Emil Racoviță devine familiar în laboratorul lui Lacaze, unde lucrează încă din timpul studenției, iar vacanțele și le petrece la stațiunile de la Roscoff și Banyuls-sur-Mer, unde se cimentează colaborarea și intima lui prietenie cu Pruvot.

După abia doi ani de studenție, Racoviță își ia licența în științele naturale și începe să-și publice rezultatele cercetărilor sale, iar în anul 1896 își trece doctoratul cu o teză de histologie și anatomie comparată intitulată: „*Sur la anatomie du lobe cephalique et de l'encephale des Anelides polichetes*” (Anatomia lobului cefalic și encefalul anelidelor polichete), care îl face cunoscut și unanim apreciat în lumea întregă.

În personalitatea lui Emil Racoviță se observa o rară înzestrare fizică și spirituală, cu cele mai înalte principii morale și sociale încorporate organic în ființa sa integră. Într-însul se realiza criteriul esențial din definiția personalității, acela de „a trăi în conformitate cu crezul tău moral și social”.

Prietenul și colegul său J. Guiart își amintește de studentul Racoviță, între altele prin următoarele cuvinte: „Printre camarazii noștri de atunci, o grupare simpatică s-a format repede în jurul lui Racoviță, cu atât mai mult cu cât în toată viața sa acest mare democrat va avea plăcerea să organizeze și chiar să conducă”. Amintindu-și de excursiile studențești, Guiart notează: „În aceste excursii, Racoviță era totdeauna cel care antrena la veselie, până când a devenit organizatorul uimitor”.

Încă din primul an de studenție (1886) se înscrie în Partidul Socialist Francez, iar în 1889 face parte din delegația românească la Congresul muncitoresc internațional de la Paris, unde își pune iscălitura pe

moțiunea votată de Congres, prin care ziua de 1 Mai s-a declarat zi de sărbătoare a muncitorimii globului și s-a legiferat ziua de muncă de 8 ore.

La Paris ia naștere în această perioadă „Grupul studenților români socialiști”, în care Racoviță va avea un rol deosebit de activ. În anii 1889-1890 grupul organizează un învățământ marxist condus pe rând de Voinov, Radovici, Stoicescu și Racoviță, în care se țineau o serie de conferințe pentru dezbateră „Capitalului” lui Marx.

În decembrie 1893 participă la Congresul internațional al studenților socialiști, ținut la Geneva, angajând prin cuvântările sale atitudinea studențimii socialiste, în special a celei române.

După trecerea doctoratului, în 1896, Emil Racoviță pleacă la Iași pentru efectuarea stagiului militar. Înainte de a-și termina stagiul a fost eliberat în urma unei intervenții diplomatice, pentru a participa la expediția antarctică „Belgica”.

Profesorii Lacaze-Duthiers din Paris și Van Beneden din Liège, recomandă pe Racoviță drept unicul naturalist al expediției. Expediția „Belgica” a fost pornită în 1894 de Adrien de Gerlache, locotenent de marină belgian, cu sprijinul savantului Solvay și a unei subscripții deschise de Societatea de geografie din Bruxelles.

Scopul expediției a fost pur științific, de a cerceta o regiune atât de puțin cunoscută cum era aceea a Polului Sud, din punct de vedere oceanografic, meteorologic, geologic și de a colecta material botanic și zoologic. Pregătirea ei a durat aproape 3 ani și organizarea științifică era cât se poate de completă. În componența echipajului erau cinci oameni de știință, toți tineri (între 24-35 ani). La expediție au luat parte 19 persoane, dintre care se distingeau: Adrien de Gerlache – promotorul expediției și șeful acesteia; Lecointe – al doilea șef al expediției, ofițer de navigație și însărcinat cu cercetări hidrologice; Roald Amundsen – întâiul ofițer, viitorul descoperitor al Polului Sud și Emil Racoviță – naturalist.

„Belgica” părăsește portul Anvers la 19 august 1897. Prima escală are loc către sfârșitul lui octombrie, la Rio de Janeiro, unde Racoviță debarcă și rămâne câțva timp pentru cercetări zoologice. Întovărașit de F. Moreno, directorul Muzeului de științe naturale din La Plata, el străbate, cu această ocazie, pampasurile Braziliei și Argentinei, face

cunoștință cu Munții Anzi, cercetează flora și fauna acestor regiuni, ca și pe cea din Țara Focului și ajunge vasul la Punta Arenas, cel mai sudic oraș al Pământului. Părăsind Punta Arenas la 1 ianuarie 1898, „Belgica” se îndreaptă spre insulele Shetland, unde este întâmpinată de o furtună cumplită, de pe urma căreia un membru al echipajului a căzut în mare și s-a înecat. Îndreptându-se spre Sud, datorită vântului favorabil, „Belgica” își deschise drum printre sloiurile de gheață. După o pătrundere cam de 100 de mile în interiorul banchizei, la 70° latitudine, „Belgica” rămâne, începând de la 3 martie 1898, imobilizată complet în ghețurile australe, timp de 13 luni. Această banchiză reprezintă un câmp de gheață cu un diametru de aproape 15 km. Natura dușmănoasă pune în fața echipajului numeroase greutăți. Cu toate acestea, la bordul vasului domnea o atmosferă de voie bună și chiar veselie. „Mica societate de pe Belgica – spunea comandantul De Gerlache – formează o adevărată democrație. Soarta noastră comună este legată de existența iubitei noastre corăbii. Unirea, fraternitatea în lucru ne sunt necesare”. De unde la început sănătatea tuturor era minunată, cu cât întinericul nopții polare se prelungea, apăreau și tulburări fiziologice; toți au devenit palizi, părul le creștea cu iuțeală, pulsul varia între 43 și 98 pe minut; consumul de conserve, lipsa vitaminelor provoca cazuri de scorbut. După sfatul dr. Cook, în locul conservelor se adoptă regimul unic de carne de focă, combătându-se cu succes efectele „anemiei polare”. Unul din membrii echipajului, fizicianul și astronomul Danco, căzu însă pradă întinericului Antarcticii. La 22 iulie apăru din nou soarele, dar în prima zi a anului 1899, banchiza era în aceeași stare, iar la mijlocul ei „Belgica” era prizonieră în masa de gheață. Proviziile erau pe sfârșite; dacă vasul nu putea fi scos din banchiză, exploratorii ar fi murit de foame. Racoviță și Cook au dat atunci ideea tăierii în gheață, cu foerăstraiele, a unui canal de aproape 800 m lungime până la apa eliberată de ghețuri.

La început, dată fiind lipsa instrumentelor și grosimea gheții, ideea a fost caracterizată de Amundsen drept o „încercare nebună”. Întreg echipajul însă trece la lucru cu fierăstraie, topoare și hârlețe, tăind gheața, săpând copci și întrebuintând dinamita pentru sfărâmarea sloiurilor. După o lună

de muncă neîntreruptă, în care timp „Belgica” era permanent în pericol să fie strivită între cele două câmpuri de gheață, la 14 martie 1899 ea scapă, în sfârșit, de banchiză și de iceberguri, se îndreaptă spre Nord și ajunge cu două săptămâni mai târziu în Țara de Foc, la Punta Arenas. Reușita expediției „Belgica” a produs în toată lumea o vie emoție; ea a arătat pentru prima oară că omul a reușit să învingă încă o dată primejdia ținuturilor înghețate.

Exploratorii au fost sărbătoriți, de altfel, în toate porturile Americii de Sud. Ei s-au întors în Belgia după o absență de 27 de luni. La 18 noiembrie 1899, „Belgica” și-a făcut apariția triumfală în portul Anvers.

Emil Racoviță, cel mai iubit membru al echipajului, caracterizat de Roland Amundsen ca „un tovarăș desăvârșit și un călător plin de îndemnuri”, aducea un imens material biologic, pe care cu un spirit generos și o concepție superioară despre cercetarea științifică, îl distribuie, împreună cu observațiile sale, diferiților specialiști consacrați, reținând pentru sine materialele privind cetaceele, pinipele și păsările, precum și notele privind biogeografia Antarcticii.

Expediția i-a deschis noi orizonturi științifice și i-a adâncit concepția științifică despre viață, pregătindu-l și mai mult pentru o viitoare doctrină proprie în biologia generală.

În același timp, aureola de explorator polar, materialul neobișnuit de bogat, adus și adnotat întâi de ele, admirabilele conferințe despre Antarctica și viața ei, ținute una după alta la Anvers, Bruxelles, Liège, Paris, București și Iași, l-au consacrat pe Racoviță ca un biolog celebru în lumea științifică mondială și ca un popularizator talentat.

La șapte zile după ancorarea „Belgiceii”, la Anvers este ales membru cortrespondent al Societății reale de geografie din localitate. Anul următor este alers membru al Societății de medici și naturaliști din Iași, iar la 11 aprilie 1905, este ales membru corespondent al Academiei Române.

Bătrânul său magistru, Lacaze Duthiers îl numește în anul 1900 subdirector al laboratorului maritim „Arago” de la Banyuls-sur-Mer și codirector al revistei „Archives de zoologie experimentale et générale”.

În felul acesta, Racoviță inaugurează o profesiune care îl obligă să părăsească Parisul și să

se mute la poalele Pirineilor, pe coasta Mediteranei, pe care a îndrăgit-o atât de mult. În 1901, Lacaze Duthiers moare, iar Racoviță conduce de aici încolo stațiunea de la Banyuls și revista, împreună cu prietenul său Pruvot, urmașul lui Lacaze la Sorbona.

Cele două sarcini pe care avea să le îndeplinească timp de două decenii îi răpesc mult timp și multă energie, mai ales că Pruvot era reținut cea mai mare parte din an la catedra sa din Paris.

Sub conducerea celor doi prieteni entuziaști, competenți și generoși, laboratorul Arago a devenit un renumit focar de ucenicie științifică și de cercetare, atrăgând cei mai de seamă biologi ai Franței, precum și numeroși străini, printre care: Kovalevski, Agassiz, I. Cantacuzino.

Copleșitoarele treburi administrative și organizatorice nu îl împiedică totuși să-și dea la tipar renumitele sale lucrări monografice despre cetacee și să întreprindă, împreună cu Pruvot, explorări oceanografice cu nava „Roland” a stațiunii. În cursul acestor campanii debarcă în 16 iulie 1904 pe Mallorca pentru a cerceta celebra Peșteră a Balaurului (Cueva del Drach). Aici, recoltează, între altele, un crustaceu cu totul particular, reprezentând un gen necunoscut în știință, cu înrudiri printre crustaceii marini, dar cu profunde modificări sub influența mediului cavernicol. Racoviță îl numește *Typhlocirolona moraguesi*. Căutând lămuriri în literatură pentru unele probleme ecologice și filogenetice legate de acest ciudat crustaceu, descoperă o nemerită neglijare a mediului biologic subteran și o seamă de interpretări greșite ale puținelor date existente. Toate aceste constatări i-au deșteptat viziunea unui nou și bogat filon de cercetare, hotărându-se să-și dedice tot restul vieții pentru explorarea și interpretarea lui. Astfel, Racoviță devine și rămâne speolog.

Timp de trei ani explorează pasionat multe peșteri din diferite regiuni carstice. Documentele găsite în aceste pasionante investigații, coroborate și interpretate cu bogata lui experiență de zoolog evoluționist, l-au îndreptățit să publice în 1907 primul volum al revistei „*Biospeologica*”. Este actul de naștere al biospeologiei.

Până la sfârșitul primului război mondial explorează, împreună cu vechiul lui colaborator,

Jeannel, peste o mie de peșteri, consemnate în „*Biospeologica*”.

Războiul paralizează însă avântul campaniei speologice. Racoviță rămâne la Banyuls, unde organizează un spital pentru răniți. Intrarea României în război îl impresionează profund, cu atât mai mult înfrângerile din 1916-1917, după cum dovedește și corespondența care ne-a rămas de la el.

După război, la invitația Consiliului Dirigent al Transilvaniei, revine în patrie și se mută cu familia și cu întreaga sa colecție la Cluj, unde la 1 februarie 1920, este numit profesor de biologie generală. Printr-o lege specială este numit director pe viață al Institutului de speologie, care ia ființă legal în cadrul universității clujene, la 26 aprilie al aceluiași an, cu distincția de a fi primul și, multă vreme, unicul institut de acest fel din lume.

Așa a început și a durat până la sfârșitul vieții perioada clujeană a lui Racoviță, care își are timbrul său particular. Cum era și firesc, el a continuat cercetările pe teren și în laborator. Împreună cu Jeannel, apoi cu Pierre Chappuis și Valeriu Pușcariu, explorează peșterile românești, mai ales pe cele din Munții Apuseni și își publică în mai multe note studiile sale taxonomice și filogenetice asupra izopodelor. Clujul devine și se menține până la moartea lui, centrala cercetărilor speologice mondiale și locul de redacție al revistei „*Biospeologica*”, la care se adaugă din 1926 revista „*Lucrările Institutului de speologie din Cluj*” în versiunea românească și franceză.

În perioada clujeană inițiativa științifică a lui Racoviță pendulează de la cercetarea propriu-zisă tot mai mult spre problematica teoretică a vieții și a mecanismului ei de desfășurare în timp. Discursul său de recepție „*Speologia*”, un model de gândire profundă și de stil literar, și „*Evoluția și problemele ei*”, conferințe ținute în 1936 la Sorbona, sunt cele mai de seamă din manifestările lui de acest fel. Lor li se adaugă altele mai reduse ca volum, dar pline de sensuri adânci și de largi generalizări, cum sunt: discursul cu care a deschis Congresul naturaliştilor din 1928, articolele lui despre ocrotirea naturii sau despre echilibrul biologic etc. Această variantă de activitate științifică, proprie înaintatei maturități spirituale, a trezit un puternic ecou național și internațional.

În anul 1920 este ales membru activ al Academiei



Române, iar între 1926 și 1929, de trei ori consecutiv, președinte al acestui înalt for.

În anul 1923 este proclamat doctor honoris causa al Universității din Lyon, iar doi ani mai târziu este ales președinte de onoare al Societății de zoologie din Franța și membru corespondent la Junta de Ciencias Naturales de la Barcelona, ca și al Societății de biologie din Paris. În 1929-1930 este rector al Universității din Cluj. În 1932 este sărbătorit și proclamat cetățean de onoare al orașului Banyuls, cu ocazia jubileului de 50 de ani al stațiunii Arago și de 60 de ani al revistei „Archives”; în 1933 este cooptat membru corespondent al Institutului de colaborare intelectuală din cadrul Societății Națiunilor; în 1946 membru al Institutului de oceanografie din Paris; în 1947, membru asociat al Academiei din Bruxelles, apoi membru al Societății zoologice din Londra și al Academiei de medicină din Paris.

Dar distincția cea mai de preț, de care s-a făcut vrednic Racoviță în perioada clujeană, este imensa jertfă de fi renunțat fără șovăire la multe din preocupările și planurile științifice personale, pentru a putea oferi patriei sale și, cu deosebire tinerei universități transilvănene, din plinul sufletului său generos, vasta sa experiență științifică și organizatorică, concepția sa progresistă, secondată de orientarea sa juridică, admirabilul său tact în relațiile de la om la om, dominate toate de pasiunea lui eroică pentru promovarea științei și culturii, în general.

Chiar în universitate rolul său cel mai de seamă a fost cel de sfetnic, de organizator și de conducător.

Ca membru titular al Academiei Române și, mai ales, în timpul mandatului de președinte al ei, activitatea lui de sfătuitor și de organizator a lăsat o dâră luminoasă în înaltul for de cultură.

Sub directa lui conducere se înființează, în 1920, Societatea de științe din Cluj, al cărei președinte a fost până la moartea sa, conducând în același timp și Buletinul societății, apărut în mai multe limbi străine. Racoviță s-a situat astfel în fruntea mișcării naturaliste din Transilvania. Îl găsim prezent în mișcarea culturală a „Astrei”, la conducerea Congresului naturaliştilor, la înființarea muzeului

etnografic din Cluj, în acțiunea de a întări legăturile culturale cu străinătatea. Este promotorul mișcării pentru ocrotirea naturii și creează la institutul său un birou central pentru studiul migrării păsărilor. Patronează turismul, înființând „Frăția munteană”, prima societate turistică română din Transilvania. Ca membru în Comisia bibliotecii universitare din Cluj îndeplinește un rol atât de activ și important, încât specialiștii îl consideră drept un deschizător de drum în organizarea documentării și a biblioteconomiei noastre științifice. Împreună cu Valentiny publică în 1926 conspectul periodicelor științifice găsite în bibliotecile Clujului, punând astfel la dispoziția cercetătorilor o operă de cea mai mare utilitate. Această imensă și generoasă operă a fost curmată brusc prin dictatul de la Viena, când a fost obligat să se refugieze la Timișoara.

În iulie 1945, Racoviță regăsește fără lipsuri Institutul de speologie din Cluj, împreună cu biblioteca și colecțiile sale personale. Dar ctitorul septuagenar nu mai era același, declinul fizic se instalase și semnele oboselii se înmulțeau. În vara anului 1947 cade pe scări și își fracturează omoplatul. Cu toată gravitatea accidentului merge la institut, în fiecare dimineață, pentru a nu se întoarce acasă decât seara, din ce în ce mai gârbovit, din ce în ce mai slăbit.

Bătrânul Racoviță dăruia tăcut, fără să se plângă vreodată, cele din urmă puteri ctitoriei sale clujene.

La 19 noiembrie 1947 s-a stins din viață „un giuvaergiu de nestemate ale gândirii, un creator de tradiție academică fecundă, o personalitate eroică, senină și armonioasă, vrednică să slujească drept model de urmat pentru toți doritorii culmilor luminoase ale vieții”.

Emil Racoviță n-a fost numai o glorie a științei românești, ci și unul din marii biologi ai lumii. Prin concepțiile sale filosofice materialiste, prin viziunea sa socială înaintată, prin felul său de a munci, legat de realități, el poate fi considerat drept un precursor al tipului de om de știință din vremurile noastre de construire a socialismului. Nedesmințindu-și niciun moment al vieții convingerile progresiste, el a știut să pună în perfectă concordanță stilul său de viață, străduințele și faptele sale, cu ideologia sa înaintată.

---

☺ Atunci când un elev a fost întrebat care este prima lege a lui Newton, acesta a răspuns: „Corpurile în mișcare rămân în mișcare, iar cele în repaus rămân în pat până sunt strigate de mamele lor.”

Premiul NOBEL pentru  
Fizică, 1939

ERNEST ORLANDO LAWRENCE

Ioan-Ioviț Popescu, Ion Dima

„FOR THE INVENTION AND DEVELOPMENT OF THE CYCLOTRON, AND FOR RESULTS OBTAINED WITH IT, ESPECIALLY WITH REGARD TO ARTIFICIAL RADIOACTIVE ELEMENTS”

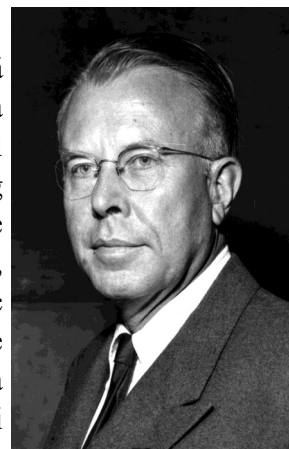
LN „EVOLUȚIA CICLOTRONULUI” (11 decembrie 1951):

„Dezvoltarea ciclotronului a început cu mai mult de douăzeci de ani în urmă. ... Lucrările de pionierat ale lui Rutherford și ale școlii sale au indicat cu claritate că următoarea mare frontieră pentru fizicianul experimentator era cu siguranță nucleul atomic. A apărut atunci, de asemenea, la fel de clar că o condiție esențială pentru un atac experimental cu succes al nucleului era dezvoltarea mijloacelor de accelerare a particulelor încărcate la viteze mari – până la energii măsurate în milioane de electroni volți, o sarcină care părea într-adevăr formidabilă!”.

„...Într-o seară de la începutul anului 1929, pe când răsfoiam periodicele curente din biblioteca universității (Universitatea din California, Berkeley), am dat peste un articol dintr-o revistă germană de inginerie electrică, scris de Wideröe, privitor la accelerarea multiplă a ionilor pozitivi. Neputând citi ușor în limba germană, m-am uitat numai la diagramele și fotografiile aparatului lui Wideröe și din diferitele figuri din articol am putut să-mi dau seama de modul său general de abordare a problemei, adică accelerarea multiplă a ionilor pozitivi prin aplicarea corespunzătoare a tensiunii oscilante de radiofrecvență pe o serie de electrozi cilindrici montați în linie. Această nouă idee imediat m-a impresionat ca fiind răspunsul autentic pe care îl căutam pentru problema tehnică de accelerare a ionilor pozitivi și, fără să mă mai uit la articol, am făcut unele estimări ale caracteristicilor generale pentru un accelerator liniar de protoni în domeniul de energii de peste un milion de electroni volți. Calcule simple au arătat că tubul

acceleratorului ar trebui să aibă o lungime de câțiva metri ceea ce, pentru acel timp, părea incomod de lung pentru scopurile laboratorului. În consecință, mi-am pus problema, în loc de a folosi un număr mare de electrozi prin trimiterea ionilor pozitivi înainte și înapoi prin electrozi cu ajutorul unui câmp magnetic potrivit. Din nou o mică analiză a problemei a arătat că un câmp magnetic uniform are tocmai proprietățile potrivite, viteza unghiulară a ionilor care circulă în câmp fiind independentă de energia lor, aceștia pot astfel să circule înainte și înapoi între electrozi cavitari potriviți (sistem de doi electrozi cavitari semicirculari, denumit *duant*), în rezonanță cu un câmp electric oscilant de o anumită frecvență, care acum a devenit cunoscută ca *frecvența ciclotron*”.

„...Cu acest prilej mi se oferă ocazia fericită de a corecta într-o oarecare măsură o eroare și o injustiție. În acel timp eu nu am citit cu grijă articolul lui Wideröe și nota că el a primit ideea accelerării multiple a ionilor de la unul din distinșii dumneavoastră colegi, profesorul G. Ising, care a publicat acest important principiu în 1924. Numai după trecerea mai multor ani eu mi-am dat seama de contribuția fundamentală a profesorului Ising. Aș dori să folosesc această ocazie pentru a aduce omagiu lucrării sale, căci cu siguranță el este părintele dezvoltărilor metodelor de accelerare multiplă”.



Prof. Victor Obreja vă întreabă

Răspuns la testul nr. 44

1. Județul Alba; 2. Dispozitivul lui Millikan; 3. Marea Piramidă din Giza (numită și piramida lui Keops), Grădinile suspendate ale Semiramidei sau Grădinile suspendate din Babilon, Templul Artemisei din Efes („Templul Dianei”), Statuia lui Zeus, Mausoleul din Halicarnas, Colosul din Rhodos, Farul din Alexandria.



Curiozități despre ... CURĂȚENIE!

\* Termenul „igienă” vine de la „Higia”, zeița greacă a sănătății, curățeniei și... a Lunii;

\* Există mai mulți microbi pe corpul tău decât oameni pe Pământ;

\* Un studiu desfășurat pe 11.000 de copii a arătat că un mediu prea igienic crește riscul de eczemă și astm;

\* Călugărilor Jain Dharma (o religie minoritară în India) le este interzis să-și îmbăieze altă parte a corpului în afară de mâini și picioare. De ce? Deoarece ei cred că, dacă s-ar îmbăia, ar pune în pericol viața a milioane de microorganisme;

\* Săpunul își primește numele de la mitologicul munte Sapo (*Povestea despre Muntele Sapo explică faptul că pe versanții săi, romanii antici obișnuiau să sacrifice animalele ca ofrande arse. Cenușa de lemn din focurile altarelor lor s-a amestecat cu unsoarea din sacrificiile animalelor, formând un*

*soi primitiv de săpun. Acest săpun a găsit drumul spre argilele unui izvor din apropiere, în cazul în care localnicii au*



*considerat că a ajutat le obține lor de rufe curate. Săpunul își ia numele latin, sapo, de la numele muntelui.);*

\* Henric al IV-lea, rege al Angliei, le cerea cavalerilor săi să facă baie „măcar o dată în viață” – în timpul ceremoniilor în care erau numiți cavaleri;

\* Prima perie de dinți adevărată, făcută din fire de păr de porc siberian inserate într-un mâner din os de vită, a fost inventată în China în 1498. Însă spălătul pe dinți a devenit un obicei în Vest abia când soldații au fost obligați să îl practice, în timpul celui de-al Doilea Război Mondial;

\* Hârtia igienică „fără așchii” a fost introdusă pe piață abia în 1935. Opțiunile anterioare includeau mușchiul de tundră pentru eschimoși, un burete cu apă sărată pentru romani și frunzele de porumb, brusture sau alte plante, în restul lumii;

\* Aproximativ 20% dintre oameni după ce folosesc toaleta nu se spala pe miini. Dintre cei care, totuși, se spală, doar 30% folosesc săpun;

\* De fiecare dată când tragem apa, după utilizarea toaletei, dacă lăsăm ridicat capacul, bacteriile sunt împrăștiate de jetul de apă la distanță de vas. Dacă în încăpere mai există și uscătoare cu aer cald, microorganismele vor fi răspândite și mai departe.

PROBLEME PROPUSE

1. O rază de lumină monocromatică cade pe o suprafață ce separă aerul de un mediu optic (omogen și izotrop) având indicele de refracție  $n$ . Cunoscând unghiul  $\gamma$  de deviere a direcției razei incidente față de cea emergentă, să se determine unghiul de incidență. *Aplicație numerică:*  $n = \sqrt{3}$  și  $\delta = 30^\circ$ . **R:**  $i = 60^\circ$ .

2. Un om privește, sub un unghi de incidență  $i$ , fundul unui bazin cu apă. Cunoscând raportul  $k$  dintre adâncimea aparentă a apei și adâncimea reală a apei din bazin, să se determine indicele de refracție absolut al acesteia.

LICEU

$$\mathbf{R:} \quad n = \frac{1}{k} \sqrt{1 - (1 - k^2) \sin^2 i}$$

3. Distanța dintre obiect și imaginea reală dintr-o lentilă sferică convergentă subțire este  $l = 6f$ , în care  $f$  este distanța focală a lentilei. Să se determine mărirea liniară. **R:**  $\beta = 2 \pm \sqrt{3}$

4. Pentru o lentilă subțire plan-convexă, aflată în aer, indicele de refracție al materialului din care este confecționată are valoarea egală cu raportul dintre distanța focală și raza de curbură. Ce valoarea numerică are indicele de refracție?

**R:**  $n \cong \varphi = 1,618$ , unde  $\varphi \cong 1,618$  este „numărul de aur”.

5. Se consideră o lentilă sferică subțire biconvexă având razele de curbură  $R_1$  și  $R_2$  diferite. Cunoscând distanța focală a lentilei  $f$  și având în vedere că lentila se află în aer, să se determine valoarea indicelui de refracție al materialului lentilei.

$$R:n = 1 + \frac{R_1 R_2}{f(R_1 + R_2)}$$

6. O lentilă sferică subțire convergentă, aflată în aer are, distanța focală  $f$ . Un obiect liniar așezat pe axul optic principal al lentilei are imagini reale cu mărirea liniară  $\beta \in [a, b]$ . Să se stabilească poziția obiectului în raport cu centrul optic al lentilei, *Aplicație numerică*:  $a = 3$  și  $b = 4$ .

$$R:x_1 \in \left[ f \left( 1 + \frac{1}{b} \right), f \left( 1 + \frac{1}{a} \right) \right]; x_1 \in \left[ \frac{5}{4}f, \frac{4}{3}f \right]$$

7. Pe fundul unui bazin plin cu apă se află o monedă pe care cineva vrea s-o miște cu un baston introdus în apă sub un unghi  $\alpha$  față de suprafața orizontală a apei. Bastonul nu nimereste moneda și atinge fundul vasului la distanța  $d$  de aceasta. Ce adâncime are apa din bazin dacă indicele de refracție absolut al acesteia este  $n$ ?

$$R:y = \frac{d \operatorname{tg} \alpha}{1 - \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}}}$$

8. Un scafandru de înălțime  $h$  se află cu picioarele pe fundul unui lac de adâncime  $H$ . Scafandru observă prin reflexie totală un punct luminos de pe fundul orizontal al lacului, aflat la distanța minimă  $d$  de el. Ce valoare numerică are indicele de refracție al apei  $n$  dacă

$$n = \left( \frac{2H - h}{d} \right)^2$$

$$R: n \cong \varphi = 1,618, \text{ unde } \varphi \cong 1,618 \text{ este „numărul de aur”}.$$

9. O suprafață reflectătoare (oglină) reprezintă o suprafață de rotație în jurul axei  $Ox$  într-un sistem de axe rectangulare  $xOy$ . Cunoscând funcția  $y(x) = \sqrt{kx}$  (cm) care generează prin rotație suprafața, iar o rază luminoasă incidentă paralelă cu axa  $Ox$  se reflectă pe suprafața respectivă, se cere să se determine locul în care raza de lumină reflectată intersectează această axă.  $R: OA = x = k/4$  (cm).

10. Un scafandru de înălțime  $h$  aflat în poziție

verticală cu picioarele pe fundul unui lac de adâncime  $H$ , privește prin reflexie totală câteva obiecte strălucitoare de pe fundul lacului. Cunoscând indicele de refracție al apei  $n$ , să se determine distanța minimă a obiectelor strălucitoare punctuale de pe fundul lacului pe care le vede scafandru.

$$R:d_{\min} = \frac{2H - h}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

11. O prismă optică are secțiunea principală în formă de triunghi dreptunghic  $ABC$ , cu unghiul  $A = 90^\circ$  și unghiul  $B = 40^\circ$ . O rază de lumină monocromatică cade normal pe fața  $AB$  și ajunge pe fața ipotenuzei  $BC$ . Ce valoare ar trebui să aibă indicele de refracție al substanței prisme față de aer astfel încât raza luminoasă să se reflecte total pe fața  $BC$  a prisme?

$$R: n = 1,55.$$

12. Se consideră un sistem optic centrat format dintr-o oglindă sferică concavă de distanță focală  $f$  și o oglindă plană situată la distanța  $d = 4,5f$  de vârful acesteia. Să se determine distanța unui punct luminos de pe axa sistemului față de vârful oglinzii concave, astfel încât după reflexia pe cele două oglinzi, raza pornită de punctul luminos să se întoarcă la acesta.

$$R: x_1 = (2/3)d\varphi^2; x_1' = (2/3)d\varphi^{-2} \text{ în care } \varphi \cong 1,618 \text{ este „numărul de aur”}.$$

13. Pe fundul orizontal al unui bazin cu apă (indice de refracție  $n$ ) este plantat vertical, complet sub apă, un băț de lungime  $h$ . Ca urmare a incidenței razelor solare pe suprafața apei, bățul formează o umbră pe fundul bazinului de lungime  $d$ . Neglijând porțiunea din lungimea bățului plantat pe fundul bazinului care este sub fundul bazinului, să se determine unghiul pe care îl fac razele solare cu suprafața apei.

$$R:\alpha = \arccos \frac{nd}{\sqrt{h^2 - d^2}}$$

14. Distanța dintre obiect și imagine de pe axa optică principală a unei oglinzi concave este egală cu distanța focală a oglinzii. Ce valoare are mărirea liniară?

$$R: \beta_1 = \varphi - 1 \cong 0,618 \text{ (imagine reală răsturnată); } \beta_2 = \varphi - 1 \cong 1,618 \text{ (imagine virtuală dreaptă).}$$

15. O prismă optică are secțiunea principală sub formă de triunghi dreptunghic isoscel  $ABC$ ,  $\widehat{BCA} = 90^\circ$ . O rază de lumină monocromatică  $MI$ , incidentă



în I pe fața AB a prisme, face cu direcția bazei BC un unghi  $\theta = 15^\circ$ . Să se determine valoarea minimă a indicelui de refracție al materialului prisme astfel încât după refracția în I pe fața AB, raza luminoasă să se reflecte total pe fața AC. Prisma este plasată în aer.

$$R: \hat{A} = \hat{B} = 45^\circ; n_{\min} \cong 2,05$$

16. Un bloc transparent umple complet un vas larg, cu fundul și pereții laterali opaci. În bloc este încastrat un obiect de mici dimensiuni, la o anumită adâncime. Cunoscând că raportul dintre această adâncime și mărimea razei circulare minime a unui disc opac, așezat pe suprafața plană și orizontală a blocului, cu unghiul pe verticala obiectului, astfel încât acesta să nu poată fi văzut este egal cu indicele de refracție la puterea 0,5 a blocului, să se determine valoarea numerică a indicelui de refracție.

$$R: n = \varphi \cong 1,618 \text{ în care } n \cong 1,618 \text{ este „numărul de aur”}.$$

17. O rază de lumină monocromatică provenind dintr-un mediu optic cu indicele de refracție  $n_1$  este incidentă pe suprafața de separație cu un al doilea mediu, de indice  $n_2$ , sub unghiul de incidență  $i$ . Să se determine unghiul dintre raza reflectată și cea refractată ( $\alpha$ ).

$$R: \alpha = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin i\right) - i$$

18. Un fascicul de radiații luminoase monocromatice cade pe o lamă optică cu fețe plan-paralele aflată în aer, sub un unghi de incidență  $i \in (0, \pi/2)$ . a) Să se determine indicele de refracție al materialului lamei în condiția în care fasciculul reflectat este perpendicular pe cel refractat, iar indicele de refracție al aerului este  $n_{\text{aer}} \cong 1$ . b) Ce valoare are deplasarea ( $\Delta$ ) a fasciculului emergent (după traversarea lamei) față de direcția celui incident, dacă grosimea lamei este  $d$ . Aplicație numerică:  $i = 60^\circ$ ;  $d = 5 \text{ mm}$ .

$$R: a) n = \operatorname{ctg} \sqrt{3}; b) \Delta \cong 2,88 \text{ mm}.$$

19. O rază de lumină monocromatică traversează o lamă transparentă cu fețe plan-paralele, aflată în aer, sub unghiul de incidență  $i$  și de refracție  $r_1$ . Aceeași rază luminoasă traversează o lamă de aer cu fețe plan-paralele (egală ca grosime cu prima) aflată între fețele plane a două bucăți din materialul primei lame, sub același unghi de incidență  $i$  și

unghi de refracție  $r_2$ . Să se arate că.

$$\frac{\sin(i - r_1) \cos r_2}{\sin(r_2 - i) \cos r_1} < 1$$

20. Secțiunea principală a unei prisme optice este triunghiulară. Unghiul de incidență este egal cu cel de emergență  $i = i' = 50^\circ$ . Indicele de refracție al materialului prisme este  $n = 1,5$ . Ce valoare are unghiul prisme?

$$R: A \cong 61^\circ 25' 12''.$$

21. Distanța dintre obiect și imaginea sa reală într-o oglindă sferică concavă este  $l = 4f$  în care  $f$  este distanța focală a oglinzii. Să se determine de câte ori este mai mică imaginea obiectului în oglindă decât obiectul.

$$R: \text{De } 2\varphi - 3 \cong 0,236 \text{ ori, în care } \varphi \cong 1,618 \text{ este „numărul de aur”}.$$

22. Un obiect liniar aflat pe axa optică principală a unei oglinzi sferice concave se află la distanța  $x_1 = 9f$  de vârful acesteia care are distanța focală  $f$ . Dacă se apropie obiectul de vârful oglinzii cu distanța  $d = 3f$ , mărirea liniară se modifică. Ce raport există între mărirea liniară după apropierea obiectului de vârful oglinzii și mărirea liniară inițială?

$$R: \beta'/\beta = 1,6.$$

23. Distanța imaginii unui obiect liniar, situat pe axa optică principală a unei lentile sferice subțiri convergente, până la centrul optic al lentilei, este egală cu media geometrică a distanței focale a lentilei și distanței obiectului până la centrul optic al acesteia. Ce valoare are mărirea liniară?

$$R: \beta_1 = \varphi - 1 \cong 0,618 \text{ (imagine reală răsturnată); } \beta_2 = \varphi \cong 1,618 \text{ (imagine virtuală dreaptă); } \beta_1 \beta_2 = 1 \text{ în care } \varphi \cong 1,618 \text{ este „numărul de aur”}.$$

24. Pe o lamă optică cu fețe plan-paralele cu indicele de refracție  $n$ , cade o rază de lumină sub unghiul de incidență  $i$ . Cunoscând deplasarea laterală a razei la traversarea lamei  $\Delta$ , să se determine grosimea lamei dacă aceasta se află în aer. Aplicație numerică:  $n = \sqrt{3}$ ,  $i = 60^\circ$  și  $\Delta \cong 5,7 \text{ mm}$ .

$$R: d = 1 \text{ cm}.$$

25. Într-un vas se află un lichid constituit din multe lichide nemiscibile și transparente, așezate în straturi uniforme și paralele cu fundul orizontal al vasului și având indici de refracție diferiți și cu mărimi crescânde, de la suprafața lichidului din vas spre fundul acestuia.

Cunoscând valoarea drumului optic al unei raze luminoase ce ar străbate perpendicular lichidul  $H_0$  și adâncimea aparentă  $h$  a unui punct de pe fundul vasului în situația în care observarea se face pe direcție perpendiculară pe suprafața lichidului, să se determine grosimea totală a lichidului.

$$R: H \leq \sqrt{hH_0}$$

26. Distanța dintre un obiect și imaginea sa pe axul optic principal al unei oglinzi focale este egală cu distanța focală a oglinzii. Ce valoarea are mărirea liniară?

$$R: \beta_1 = \varphi - 1 \cong 0,618 \text{ (imagine reală); ??}$$

(imagine virtuală);  $\beta_2 = \varphi \cong 1,618$  în care  $\varphi \cong 1,618$  este „numărul de aur”.

27. La distanța  $a$  de vârful unei oglinzi sferice concave, pe axul optic principal a acesteia, se plasează un obiect. Dacă se apropie obiectul (de mici dimensiuni) cu distanța  $b < a$  de vârful oglinzii, imaginea lui se depărtează cu distanța  $c$  față de poziția inițială. Să se determine distanța imaginii față de vârful oglinzii în cele două cazuri de amplasare a obiectului. *Aplicație numerică:*  $a = 30$  cm;  $b = 5$  cm și  $c = 40$  cm.

$$R: x_2 = 60 \text{ cm; } x_2^* = -100 \text{ cm, } x_2' = 100 \text{ cm;}$$

$$x_2'^* = -60 \text{ cm (imagine reală și, respectiv, virtuală).}$$

28. O radiație luminoasă monocromatică cade sub un anumit unghi de incidență  $i \in (0, \pi/2)$  pe una din fețele unei prisme optice având secțiunea dreaptă triunghiulară și indicele de refracție  $n$ . Ce valori trebuie să aibă unghiul refringent al prisme astfel încât direcția razei emergente să fie perpendiculară pe planul de incidență? Prisma se află în aer. *Aplicație numerică:*  $n = 1,5$ .

$$R: \arcsin \sqrt{\frac{1}{(n^2 - 1)^2 + 4} (n^2 + 1 - 2\sqrt{n^2 - 1})} < A$$

$$< A < \left(\frac{1}{2} \sin i\right) + \arcsin \frac{1}{n};$$

$$25^\circ 16' 20'' < A < 61^\circ 16' 53'', \text{ în care } A \text{ este unghiul de refrigență al prisme.}$$

29. O lamă optică cu fețe plan-paralele aflată în aer și având indicele de refracție necunoscut, este traversată de un fascicul îngust de lumină venind din aer. Cunoscând  $k = h/d = 1/\sqrt{3}$  în care  $h$  este

deviația laterală, iar  $d$  – grosimea lamei, precum și unghiul de refracție al fasciculului la trecerea prin lamă la incidența pe prima față  $r = 30^\circ$ , să se determine indicele de refracție al materialului lamei.

$$R: n = \sqrt{3}.$$

30. Distanța dintre obiect și imaginea lui reală obținută într-o oglindă sferică concavă este  $l = 4f$  în care  $f$  este distanța focală a oglinzii. Să se determine mărirea liniară a oglinzii.

$$R: \beta = 2\varphi - 3 \cong 0,236 \text{ (imagine micșorată) în care}$$

$$\varphi \cong 1,618 \text{ este „numărul de aur”}.$$

31. Unghiul limită al sticlei flint este  $33^\circ 45'$ . Care este indicele de refracție al acestui sortiment de sticlă față de aer?

$$R: n = 1,8.$$

32. Se dispune de  $N$  elemente galvanice, fiecare având t.e.m.  $E$  și rezistența electrică interioară  $r$ . Cum trebuie grupate aceste elemente astfel încât bateria formată să poată debita în circuitul exterior, pe un rezistor de rezistență electrică variabilă, puterea electrică maximă și ce valoare ar trebui să aibă rezistența electrică a rezistorului. **R:** Indiferent de modul de grupare (serie, paralel sau mixt) puterea electrică maximă pe care o poate transfera bateria – rezistorului este aceeași:  $P_{\max} = NE^2/4r = NP_{\max}$ ,  $P_{\max}$  – puterea electrică maximă a unui singur element. Diferă, de la o grupare la alta, doar rezistența electrică a rezistorului din circuitul exterior al bateriei,  $R \in [r/n, nr]$ .

33. Se consideră două baterii conectate în paralel la bornele cărora se conectează un rezistor de rezistență electrică  $R$  pe care se dezvoltă puterea electrică  $P$ . Una din baterii conține  $n$  elemente galvanice identice conectate în serie, fiecare cu t.e.m.  $E$  și rezistență electrică interioară  $r$ , iar cealaltă baterie conține un alt număr de elemente galvanice, identice cu primele, conectate tot în serie. Să se determine numărul de elemente  $n$  astfel încât problema să fie posibilă (să se dezvolte în  $R$  puterea  $P$ ). *Aplicație numerică:*  $R = 15 \Omega$ ;  $P = 777,6$  W;  $E = 1,5$  V și  $r = 0,25 \Omega$ .

$$R: n = 90.$$

34. Două surse de curent continuu, conectate în paralel, debitează în circuitul exterior pe un rezistor. Să se arate că pierderile de putere interioară pe cele două surse sunt egale cu cele corespunzătoare sursei echivalente numai în situația în care sursele sunt identice sau cel puțin au t.e.m. egale.

Profesor Romulus SFICHI, Suceava

Editorial:

**CONSIDERAȚII PE MARGINEA  
DISCUȚIILOR ȘI CONCLUZIILOR UNEI  
MESE ROTUNDE PRIVIND ROLUL ȘI  
LOCUL REVISTELOR NAȚIONALE  
PERIODICE ÎN DOMENIUL ȘTIINȚEI ȘI  
TEHNICII AL ÎNVĂȚĂMÂNTULUI  
PREUNIVERSITAR ROMÂNESC**  
(prof. Romulus Sfici) 1

**ASEMĂNAREA GEOMETRICĂ ÎN  
REZOLVAREA PROBLEMELOR DE FIZICĂ**  
(prof. Marian Ciuperceanu) 3

**CÂND STRĂNUȚI, STAI DEPARTE DE  
MINE !**  
(prof. Ioana IONIȚĂ) 5

**APLICAREA PLANULUI FOCAL LA  
REZOLVAREA PROBLEMELOR DE  
DETERMINARE A POZIȚIILOR LENTILEI  
ȘI A FOCARELOR PRINCIPALE**  
(Conf. univ., dr. Mihail POPA) 7

**DIABETUL, BOALA SECOLULUI XXI**  
(Prof. Viorel MIHĂILĂ) 12

**METODA SIMETRIEI UTILIZATĂ ÎN  
CALCULUL REZISTENȚEI ECHIVALENTE**  
(prof. Dumitru Antonie) 14

**Probleme propuse pentru gimnaziu** 25

**O REPREZENTARE GRAFICĂ A FORMULEI  
LENTILELOR SUBȚIRI**  
(prof. Marian Ciuperceanu) 32

**ISTORIA ANECDOTICĂ A ȘTIINȚEI**  
(Mihaela Bulai, Elena Bulai) 33

**Probleme propuse pentru liceu** 35

**EMIL RACOVIȚĂ**  
**Întemeietorul biospeologiei românești**  
(Ion Ceaușescu) 47

**Laureați ai Premiului Nobel în Fizică ERNEST  
ORLANDO LAWRENCE**  
(Ioan-Ioviț Popescu, Ion Dima) 52

**EVRIKA! MAGAZIN** 53

**PROBLEME PROPUSE PENTRU LICEU**  
(prof. Romulus Sfici) 55

Pentru cei interesați, putem expedia la cerere, în format electronic, colecția „EVRIKA!” (numerele 1-361) la prețul de 150 lei.

Opiniile exprimate de autori, în materialele publicate în paginile revistei, ca și răspunderea pentru corectitudinea enunțurilor și a soluțiilor problemelor propuse, aparțin în exclusivitate autorilor.

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondența privitoare la activitățile din școli și licee, precum și orice material informativ care ar putea interesa revista noastră se vor trimite pe adresa redacției.

TALON DE PARTICIPARE LA CONCURSUL  
REZOLVATORILOR

Numele și prenumele.....

Școala.....

Localitatea.....

Clasa.....

Profesor îndrumător.....

Număr de probleme.....

IULIE-AUGUST-SEPTEMBRIE 2020

În atenția colaboratorilor revistei CYGNUS

Revista CYGNUS nu va publica, de regulă, materiale apărute deja în alte periodice din țară și roagă colaboratorii să nu trimită decât la o singură publicație materialele elaborate. Dorim să evităm suprapunerile și paralelismele neproductive. În mod excepțional cronicile unor manifestări cu caracter metodic științific sau didactic precum și evocarea unor evenimente deosebite, inclusiv noile apariții editoriale în domeniu, recenzii, biografii, anunțuri, reclame etc. pot apărea, după opinia noastră, concomitent în publicații diferite.

REDACTIA

I.S.S.N. 1584-403x

Redacția revistei CYGNUS:  
România - Suceava  
Editor: Societatea Științifică "CYGNUS",  
str. Oituz, nr 21, bl 102, sc.A, ap 20, cod 720201  
telefon: 0230/215975, 0230/211120, 0745/624761  
e-mail: visutac@yahoo.com

## Revistă de Fizică și Matematică aplicată

publicație semestrială editată sub egida  
Comisiei Naționale a României pentru UNESCO



Comisia Națională  
a României  
pentru UNESCO

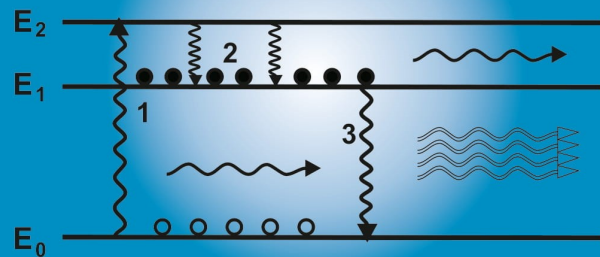
www.cnr-unesco.ro

Recunoscută de **Societatea Română de Fizică**  
Recomandată de **Asociația Profesorilor de Fizică**  
din **Învățământul Preuniversitar din România**  
Recomandată de **Comisia Națională de Fizică a**  
**Ministerului Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului**

# Cygnus

Revistă de Fizică și Matematică aplicată  
pentru învățământul preuniversitar

Anul XVII nr. 1 (31) 2020



Societatea Științifică "Cygnus"  
centru UNESCO Suceava