

CZU: 511.14:514.11+519.1

UNELE APLICAȚII ALE NUMERELOR COMPLEXE ÎN TRIGONOMETRIE ȘI COMBINATORICĂ

Iurie BALTAG

Universitatea Tehnică din Moldova

e-mail: iurie.baltag@mate.utm.md, iubaltag@mail.ru

Demonstrarea unor identități trigonometrice și combinatorice, la fel ca și calculul valorilor unor expresii trigonometrice, devine mai eficientă și în unele cazuri mai simplă, dacă aplicăm forma algebrică și cea trigonometrică a numerelor complexe.

În lucrarea de față se demonstrează unele identități trigonometrice și combinatorice și se calculează valorile unor expresii trigonometrice cu ajutorul numerelor complexe.

Astfel, se demonstrează următoarele identități:

$$\cos 5x = 16\cos^5 x - 20\cos^3 x + 5\cos x;$$

$$\sin 5x = 16\sin^5 x - 20\sin^3 x + 5\sin x;$$

$$\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \dots + \cos nx = \frac{\cos nx + \cos x - \cos(n+1)x - 1}{2(1 - \cos x)};$$

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin nx = \frac{\sin nx + \sin x - \sin(n+1)x}{2(1 - \cos x)};$$

$$\cos^2 x + \cos^2 2x + \dots + \cos^2 nx = \frac{\sin(2n+1)x}{4\sin x} + \frac{2n-1}{4};$$

$$\sin^2 x + \sin^2 2x + \dots + \sin^2 nx = \frac{2n+1}{4} - \frac{\sin(2n+1)x}{4\sin x};$$

$$1 - C_{2n}^2 + C_{2n}^4 - C_{2n}^6 + \dots = 2^n \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right);$$

$$C_{2n}^1 - C_{2n}^3 + C_{2n}^5 - C_{2n}^7 + \dots = 2^n \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right);$$

$$(1 - C_n^2 + C_n^4 - C_n^6 + \dots)^2 + (C_n^1 - C_n^3 + C_n^5 - C_n^7 + \dots)^2 = 2^n.$$