CZU: 372.851+004

ABORDĂRI INTERDISCIPLINARE LA STUDIEREA ”TEORIEI GRAFURILOR”

Liubomir CHIRIAC, Natalia LUPAŞCO
Lilia MIHALACHE, Marina BOSTAN
Universitate de Stat Tiraspol

Abstract. În articolul respectiv sunt examinate unele mecanisme care țin de implementarea inter/transdisciplinară în procesul de studiere a teoriei grafurilor. Sunt ilustrate diverse exemple de interdisplinaritate: teoria grafurilor-fizică, teoria grafurilor-chimie, teoria grafurilor-grupuri abstracte.

Cuvinte cheie: inter/transdisciplnaritate, grafuri.

1. Repere de ansamblu

Teoria grafurilor este o ramură a matematicii și informaticii care studiază rețelele de puncte conectate prin intermediul liniilor. Subiectele care țin de teoria grafurilor își au începuturile în probleme matematice recreative (podurile din *Königsberg*, dodecaedrul lui Hamilton, etc.). În prezent Teoria Grafurilor este un domeniu serios de cercetare a matematicii și informaticii, cu aplicații largi în fizică, chimie, matematică, cercetare operațională, științe sociale, informatică, etc.

Astfel, un graf este o mulțime de obiecte (numite noduri) legate între ele printr-o mulțime de muchii cărora le pot fi atribuite direcții (în acest caz, se spune că graful este orientat). Un graf este reprezentat geometric ca o mulțime de puncte legate între ele prin linii (de obicei curbe).

Dezvoltarea teoriei grafurilor a pornit de la probleme legate de amuzamente matematice și jocuri destinate pentru testarea ingeniozității. În contextul respectiv, aceste ”jocuri logice” au atras atenția unor matematicieni experimentați ca Euler, Hamilton, Birkhoff, Cayley. Odată cu dezvoltarea grafurilor, teoria respectivă a devenit un domeniu cu rezultate extrem de interesante și de o aplicabilitate surprinzătoare în diverse domenii ale economiei, științei și tehnicii. Astăzi, teoria grafurilor este folosită în domenii variate: matematică, fizică, chimie, biologie, sociologie, tehnologia comunicațiilor, rețelele de calculatoare, sisteme de transport, etc [1-11].

2. Scurt istoric privind dezvoltarea Teoriei Grafurilor

În anul 1736 renumitul matematician elvețian L. Euler în sa lucrarea sa "The Seven Bridges of Königsberg" introduce primele noțiuni din teoria grafurilor, examinată ca parte integrată a matematicii. În acest articol Euler a propus soluția privind rezolvării problemelor celor 7 poduri prin introducerea noțiunilor de ciclu eulerian, graf eulerian și schițând demonstrația celebrei teoreme a lui Euler. De altfel, anul 1736 se consideră anul lansării teoriei grafurilor. Să punctă faptul că un alt matematician german, Carl Hierholzer, care a examinat aceleași probleme ca și L. Euler, și-a publicat propriile cercetări în anul 1873.

Este necesar de menționat că termenul graf a fost introdus pentru prima data în sensul sau actual in 1878 de matematicianul englez James Joseph Sylvester.

Ulterior, J. J. Sylvester, în calitate de profesor la Universitatea Johns Hopkins și ca fondator al American Journal of Mathematics, în ultima jumătate a secolului al XIX-lea, a contribui enorm la dezvoltarea matematicii americane.

În anul 1936, cu 200 de ani mai târziu, în Germania, matematicianul magiar Denes Koreg a tiparit prima carte în teoria grafurilor ”Theorie der endlichen und unendlichen Grphen”. În premieră, noțiunile introduse de matematicianul elvețian sunt numite în cinstea lui: lanț și graf eulerian, Teorema Euler, etc. Mai târziu, în anul 1957, C. Berge publică o monografie completă despre grafuri ”Théorie des graphes et ses applications”, care a jucat un rol deosebit în promovarea și dezvoltarea ulterioară a teoriei grafurilor.

3. Unele aplicații ale teoriei grafurilor

În mod special, teoria grafurilor se aplică în cazul problemelor în care se impune o ierarhizare a informațiilor, astfel încât anumite elemente să fie subordonate altora. În aceste situații este utilă introducerea unei noi structuri de date, și anume arborele cu rădăcină. Utilizând arborii cu rădăcină se pot construi un arbore genealogic și, în plus, cea mai mare parte a termenilor folosiți în limbaj informatic derivă de aici.

3.1. Aplicații în fizică au fost lansate de fizicianul german G.R.Kirchhoff, care a studiat arborii pornind de la studiul rețelelor și circuitelor electrice. Astfel, Kirchoff a studiat la mijlocul secolului al XIX-lea rețelele electrice cu metode care aparțin astăzi teoriei grafurilor.

Graful unui circuit electric, conform conceptului inițiat de Kirchoff, este asociat unui graf orientat. Mai jos este redat graful unui circuit electric, care demonstrează aplicabilitatea Legii I lui Kirchhoff: Suma intensităților curenților care intră într-un nod de rețea este egală cu suma intensităților curenților care ies din același nod. $I_1 + I_4 = I_2 + I_3$

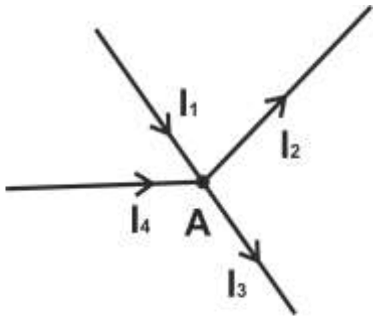

Fig. 1. Graf orientat care ilustrează prima lege a lui Kirchhoff

3.2. Aplicațiile grafurilor în chimie au fost inițiate de matematicianul englez A. Cayley. Un domeniu interdisciplinar de vârf în cercetarea modernă a domeniului respectiv, ține de teoria grafurilor chimice axată pe: simetrie si similaritate; modelarea moleculară la nivel molecular-mecanic şi cuantic, matrici topologice; indici topologici; modelarea proprietăților fizico-chimice şi biologice, modelarea activităţii biologice, modelarea cineticii reacţiilor chimice etc.

Un exemplu interesant în acest sens este reprezentarea grafică a propenei. Propena, cunoscută și sub numele de propilenă sau metil etilenă, este un compus organic nesaturat cu formula chimică CH2 = CH – CH3. Are o legătură dublă și este al doilea cel mai simplu membru al clasei de hidrogenă alchenică.

În graful de mai jos considerăm că nodurile sunt atomii (sau grupările de atomi), iar muchiile legăturile dintre aceștia. Eventual, costul fiecărei muchii poate reține tipul legăturii chimice dintre extremitățile ei.

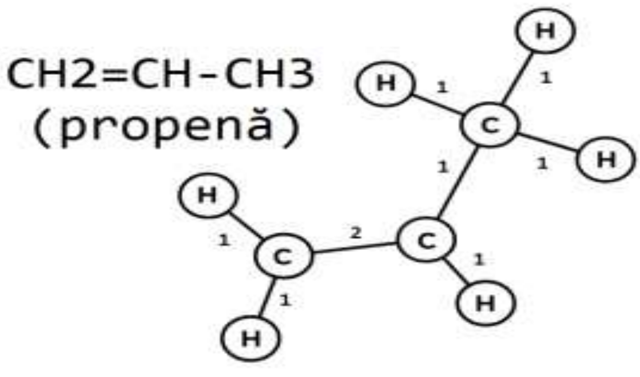

Fig. 2. Graful compusului organic nesaturat propena

3.3. Grafurile și teoria grupurilor. Conceptul de grup este unul central în algebra abstractă și contribuie enorm la cercetarea altor structuri algebrice bine cunoscute, cum ar fi inele, corpuri și spațiile vectoriale. În algebra abstractă, **teoria grupurilor** studiază structurile algebrice. Și invers. Aplicațiile teoriei grupurilor abundă. În algebra abstractă, **teoria grupurilor** studiază structurile algebrice. Aproape toate structurile din algebra abstractă sunt cazuri speciale de grupuri. Inelele, de exemplu, pot fi văzute ca grupuri abeliene (corespunzătoare adunării) împreună cu o a doua operație (corespunzătoare multiplicării). Prin urmare, argumentele teoretice de grup subliniază părți importante ale teoriei acestor entități. Intre teoria grafurilor și teoria grupurilor există o interdependență directă. Diverse sisteme fizico-chimice, cum ar fi cristalele și atomul de hidrogen pot fi modelate prin așa numitele grupuri de simetrie care au o reprezentare adecvată prin intermediul grafurilor. Astfel, teoria grupurilor și teoria reprezentării au multe aplicații în știința materialelor, chimie, fizică, etc. Este necesar de menționat că teoria grupurilor este de asemenea importantă pentru criptografie cu chei publice. Scoatem în evidență faptul că una din cele mai importante realizări matematice ale secolului al XX-lea a fost efortul de echipă, colaborativ, constând în peste 10.000 de pagini de reviste științifice, publicate mai ales între 1960 și 1980, care au finalizat cu o clasificare completă a grupurilor simple finite. Grupurile finite au o reprezentare clară prin intermediul grafurilor. În acest sens, vom exemplifica prin intermediul grafului grupului C_3. Elementele grupului C_3 se obțin la rotațiile planului triunghiului redat mai jos cu 0^0, 120^0, 240^0. Astfel, grupul C_3 poate fi reprezentat prin intermediul grafurilor mai jos:

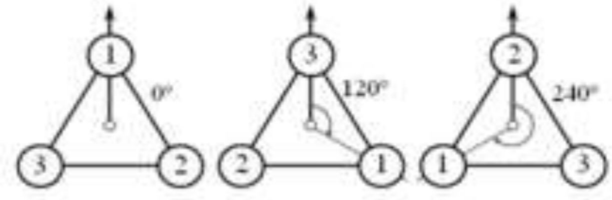

Fig. 3. Graful grupului C_3

Tabelul lui Cayley pentru grupul C_3 :

C_3	E	R_{120}	R_{240}
E	E	R_{120}	R_{240}
R_{120}	R_{120}	R_{240}	E
R_{240}	R_{240}	E	R_{120}

Un alt exemplu interesant tine de graful grupului S_4 . Reamintim că grupul simetric S_n pe o mulțime finită de n elemente este grupul ale cărui elemente sunt toate permutările mulțimii din n elemente și a căror operație de grup este compoziția unor astfel de permutări, care sunt tratate ca funcții bijective din mulțimea de elemente pe ea însăși. Din moment ce există n! permutări posibile ale unei mulțimi de n elemente, rezultă că ordinea (numărul de elemente) al grupului simetric S_n este n!. Mai jos este redat graful grupului simetric S_4.

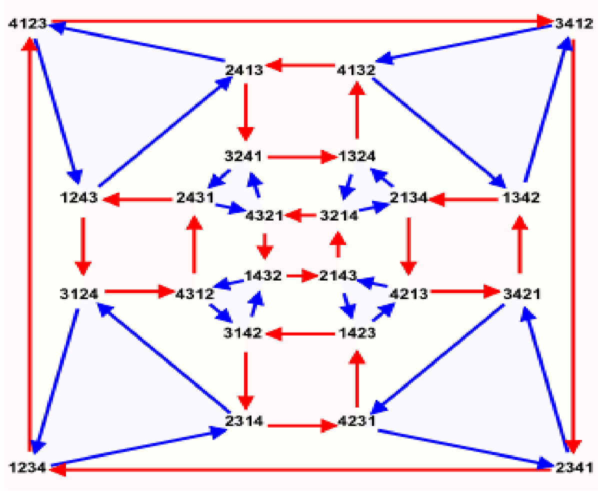

Fig. 4. Graful grupului simetric S_4

3.4. Alte aplicații ale teoriei grafurilor. Structurile arborescente sunt utilizate pe larg în științele sociale. Problema determinării persoanei cu cel mai mare grad de influență, de exemplu, cunoscând diferite relații, are asociat un graf orientat ce poartă numele de *graf de influență* care are aplicații în teoria rețelelor sociale. Alte aplicații:

- Arborii de căutare se aplică pe larg pentru determinarea strategiilor de câștig maxim în algoritmul *MiniMax* sau în algoritmul *Alfa-Beta* care țin de teoria jocurilor;
- Arborii de decizie constituie un model grafic de reprezentare a cunoștințelor fiind utilizați *în diferiți algoritmi de raționament* care se referă la studiul sistemelor expert*;*
- Cu ajutorul grafurilor orientate ponderate sunt modelate rețele neuronale artificiale f*eed-forward* și de tip *recurent*;
- Studiul bazelor de date se poate realiza cu structuri ierarhice de tip arbore și cu structuri de tip rețea prin intermediul grafurilor orientate.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)", inclus în „Program de stat" (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliografie

1. Atanasiu A. Concursuri de informatică: Probleme propuse. Bucureşti: Editura Petrion, 1994.

2. Cucoș C. Pedagogie (Editia a II-a, revăzută și adăugită). Iaşi: Editura Polirom, 2006.
3. Masalagiu C., Asiminoaei I. Didactica predării informaticii. Iaşi: Editura Polirom, 2004.
4. Mateescu G. D., Moraru P. F. Informatica pentru liceu şi bacalaureat – materia de clasa a XI-a. Sibiu: Colecția Donaris, 2000.
5. Miloșescu M. Manual pentru clasa a XI-a informatică intensiv. București: Editura Didactică și Pedagogică, 2006.
6. Munteanu F., Ionescu T., Muscă Gh. Programarea calculatoarelor. București: Editura Didactică şi Pedagogică, 1992.
7. Odăgescu I., Furtună F. Metode şi tehnici de programare. Cluj Napoca: Editura Computer Libris Agora, 1998.
8. Tomescu I. Bazele informaticii, manual pentru clasa a X. București: Editura Didactică şi Pedagogică, 1994.
9. Tomescu I. Probleme de combinatorica si teoria grafurilor. București: Editura Didactica si Pedagogica, 1981.
10. Tudor S., Huţanu V. Informatică, manual clasa a XI-a, informatică intensiv. Bucureşti: Editura L&S Soft, 2006.
11. http://www.infoarena.ro